Apollonius de Perge, *Coniques*
Tome 1.2: Livre I

Scientia Graeco-Arabica

herausgegeben von
Marwan Rashed

Volume 1

Apollonius de Perge, *Coniques*

Texte grec et arabe établi, traduit et commenté
sous la direction de Roshdi Rashed

Volume 1/1.2

Walter de Gruyter · Berlin · New York

Tome 1.2: Livre I

Édition et traduction
du texte grec

par

Micheline Decorps-Foulquier
et Michel Federspiel

Walter de Gruyter · Berlin · New York

∞ Gedruckt auf säurefreiem Papier, das die US-ANSI-Norm
über Haltbarkeit erfüllt.

ISBN 978-3-11-019937-6

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Printed in Germany

Umschlaggestaltung: Christopher Schneider, Berlin
Druck und buchbinderische Verarbeitung: Hubert & Co. GmbH & Co. KG, Göttingen

AVANT-PROPOS

Le second tome du présent volume comprend l'édition et la traduction française du premier des quatre Livres du traité des *Coniques*, transmis en grec dans la recension du mathématicien Eutocius d'Ascalon (VI^{e} siècle).

Une nouvelle édition critique des Livres grecs I-IV, plus d'un siècle après celle du grand savant J.L. Heiberg (1891-1893), se justifie par les progrès de la recherche. L'établissement du texte grec bénéficie pour la première fois de la connaissance de la tradition arabe grâce aux travaux de Roshdi Rashed (voir notamment le tome I). L'histoire du texte et de sa transmission bénéficie également des données que j'ai élaborées au cours de travaux antérieurs[1], et dont les principaux résultats sont présentés dans le chapitre I. La traduction française, due à Michel Federspiel, profite aussi de ses travaux antérieurs sur les particularités de la langue des géomètres grecs de l'époque classique[2].

Un lexique des termes techniques relevés dans le texte accompagne l'édition de chacun des quatre Livres, apportant ainsi un complément nécessaire à la connaissance de la terminologie géométrique des mathématiciens de l'Antiquité.

Micheline Decorps-Foulquier

[1] Les premiers d'entre eux sont une thèse d'Etat, *Les* Coniques *d'Apollonios de Pergé*, soutenue en 1994 (ANRT, ISSN 0294-1767), et un ouvrage *Recherches sur les* Coniques *d'Apollonios de Pergé et leurs commentateurs grecs*, Paris, 2000.

[2] Les recherches de Michel Federspiel sont consignées dans des revues spécialisées, dont *la Revue des Études Grecques* et *Les Études Classiques* ; voir plus loin.

SOMMAIRE

TEXTE ET TRADUCTION

CHAPITRE I

INTRODUCTION

I. LA VIE ET L'ŒUVRE D'APOLLONIOS

1.1 Les témoignages grecs

Apollonios[1] était originaire de la ville de Pergé, vieille cité grecque située sur la côte sud d'Asie Mineure, en Pamphylie. Avant la naissance d'Apollonios, Ptolémée II Philadelphe (283-246 av. J.-C.) avait fait de la Pamphylie[2] une possession lagide. Le pays fait partie de ces régions que se disputèrent les Lagides et les Séleucides jusqu'au traité d'Apamée (188 av. J.-C.).

On ne sait rien du milieu qui vit grandir le jeune Apollonios, ni où il reçut son instruction première. On ne sait pas non plus avec certitude qui furent ses maîtres en mathématiques. On dispose seulement du témoignage très tardif du mathématicien Pappus d'Alexandrie (IVe siècle), qui, dans le Livre VII de sa *Collection mathématique* (VII 35), affirme qu'Apollonios a longtemps étudié auprès des disciples d'Euclide à Alexandrie[3] (σκολάσας τοῖς [ὑπὸ] Εὐκλείδου μαθηταῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ πλεῖστον χρόνον[4]). La lettre d'Apollonios qui accompagne l'envoi du Livre I des *Coniques* à

[1] On lira avec profit les pages consacrées à Apollonios dans le chapitre « Alexandrian Science » de P.M. Fraser, *Ptolemaic Alexandria*, Oxford, 1972, t. I, p. 415-422 et t. II, p. 600-608 ; voir également Fr. Hultsch, « Apollonios », *R.E.*, II, 1896, col. 151-161 (n° 112), et G.J. Toomer, « Apollonius of Perga », *Dictionary of Scientific Biography*, I, 1970, p. 179-193.

[2] Sur l'histoire hellénistique de la Pamphylie, voir E. Will, *Histoire politique du monde hellénistique (323-30*2 *av.-J.C.)*, 2 vol., Nancy, 1979-1982 (2e édition revue et augmentée).

[3] Il ne faut cependant pas oublier que cette affirmation se trouve dans un passage à caractère polémique, dans lequel Pappus reproche à Apollonios de ne pas reconnaître dans sa préface sa dette à l'égard du grand mathématicien en estimant incomplet le traitement euclidien du lieu à trois et à quatre droites.

[4] *Pappus of Alexandria Book 7 of the Collection*, éd. A. Jones, New York, etc., 1986, p. 121, 8-9 (= *Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt*, éd. Fr. Hultsch, Berlin, II, 1877, p. 678, 8-12).

son ami mathématicien, Eudème de Pergame, et qui sert de préface à l'ensemble de l'ouvrage[5], montre qu'il appartenait au milieu des mathématiciens alexandrins. C'est en tout cas à Alexandrie qu'il a composé une première ébauche de l'ouvrage en huit Livres, à l'intention du géomètre Naucratès, et qu'on le voit donner un enseignement[6]. On ne peut affirmer, en revanche, qu'il résidait encore à Alexandrie quand il a mis en circulation les différents Livres de son traité, au fur et à mesure de leur correction[7], mais on peut raisonnablement le supposer. Les deux historiens antiques qui ont situé sa période d'activité l'ont fait, en tout cas, par rapport aux règnes des Lagides.

1.2. Les dates d'Apollonios

On tire de la lecture des préfaces aux différents Livres du traité des *Coniques*[8] peu d'éléments pour situer avec précision la période d'activité du mathématicien. Outre Euclide, le seul prédécesseur connu cité par l'auteur est Conon de Samos[9], ce qui fait d'Apollonios un successeur d'Archimède. On sait encore que le traité des *Coniques*, dans sa version corrigée pour Eudème, est un ouvrage de la maturité, puisqu'Apollonios a un fils assez âgé pour faire le voyage jusqu'à Pergame et remettre en mains propres le Livre II à son dédicataire.

On dispose également de quelques témoignages externes, dont l'utilisation n'évite pas le recours à des conjectures. On a d'abord le témoignage d'un certain Héracléios, biographe d'Archimède, cité par l'éditeur et le commentateur des *Coniques*, Eutocius d'Ascalon (VI^e^ siècle)[10] : « Le géomètre Apollonios…, originaire de Pergé en Pamphylie, a vécu[11] au temps de Ptolémée Évergète, comme le rapporte Héracléios[12],

[5] Voir Note complémentaire [1].

[6] Voir Note complémentaire [2].

[7] Voir plus loin.

[8] Les références au texte grec des *Coniques* des Livres II-IV sont faites à l'édition de J.L. Heiberg, *Apollonii Pergaei quae exstant cum commentariis antiquis*, Leipzig, 2 volumes, 1891-1893.

[9] *Apollonii Pergaei*…, II, p. 2-4. Le mathématicien Conon, ami et correspondant d'Archimède, est mort après 245 av. J.-C. ; voir I. Bulmer-Thomas, *Dictionary of Scientific Biography*, III, 1971, p. 391.

[10] Sur Eutocius, commentateur d'Archimède et d'Apollonios, voir mon étude *Recherches sur les* Coniques…, p. 61-97 ; pour un rassemblement des témoignages antiques, voir également l'article de R. Goulet « Eutocius d'Alexandrie » dans R. Goulet (éd.), *Dictionnaire des philosophes antiques*, III, Paris, 2000, p. 392-396. Le commentaire aux *Coniques* a été édité par Heiberg, dans le volume II de son édition des *Coniques*, p. 168-361.

[11] La traduction de γέγονε adoptée ici, en suivant Heiberg (voir les remarques de P.M. Fraser, *op. cit.*, t. II, p. 600, note 316), plutôt que la traduction par « est né »,

l'auteur de la vie d'Archimède » (Ἀπολλώνιος ὁ γεωμέτρης…γέγονε μὲν ἐκ Πέργης τῆς ἐν Παμφυλίᾳ ἐν χρόνοις τοῦ Εὐεργέτου Πτολεμαίου, ὡς ἱστορεῖ Ἡράκλειος, ὁ τὸν βίον Ἀρχιμήδους γράφων)[13]. On dispose également du témoignage du philosophe et grammairien Ptolémée Chennos (*c.* 100 av. J.-C.), rapporté dans la *Bibliothèque* de Photius. Ptolémée Chennos avait écrit dans ses *Nouvelles histoires d'érudition variée* qu'un certain Apollonios, astronome célèbre au temps de < Ptolémée IV > Philopatôr, avait été surnommé « epsilonn » en raison de la ressemblance formelle de la lettre avec la lune dont il avait une connaissance très exacte[14]. Ce qu'on sait par ailleurs des recherches astronomiques d'Apollonios autorise son identification avec l'astronome cité par Ptolémée Chennos.

Ces deux témoignages pris ensemble font que traditionnellement on a placé l'acmé d'Apollonios à la charnière des règnes de Ptolémée III Évergète (246-221 av.-J.C.) et de Ptolémée IV Philopatôr (221-204 av. J.-C.) et qu'on a suivi F. Hultsch[15] dans sa proposition de situer autour de 262 av. J.-C. la naissance d'Apollonios. F. Susemihl[16] avait auparavant déterminé les limites suivantes pour la vie d'Apollonios : 265-190 av. J.-C.

En publiant en 1900 le texte de la *Vie de Philonide*, transmis à l'état fragmentaire par le papyrus d'Herculanum n° 1044, W. Crönert[17] ajoutait une nouvelle source pour la datation d'Apollonios. En identifiant le

correspond à l'usage des historiens, des commentateurs ou des biographes, qui, lorsqu'ils n'ont pas à leur disposition une date précise, font suivre le parfait γέγονε ou γεγονώς de la mention d'un règne pour situer l'époque d'une vie ; voir, à titre d'exemple, l'emploi du verbe chez Proclus pour déterminer approximativement l'époque où vécut Euclide (*In primum Euclidis Elementorum librum*, éd. G. Friedlein, Leipzig, 1873, p. 68, 10-13) ou l'article de la *Souda* consacré au mathématicien Pappus (éd. A. Adler, IV, p. 26, 3-4).

[12] C'est sans doute le même biographe qui est cité par Eutocius sous le nom d'Héraclide (Ἡρακλείδης) dans la préface de son commentaire sur la *Mesure du cercle* d'Archimède.

[13] *Apollonii Pergaei…*, II, p. 168, 5-7.

[14] Voir *Photius Bibliothèque*, C.U.F., III, éd. R. Henry, 1966, p. 66 (= Heiberg, *Apollonii Pergaei…*, II, *Fragmenta*, n° 61).

[15] Voir *supra*, note 1.

[16] F. Susemihl, *Geschichte der griechischen Literatur in der Alexandrinerzeit*, I, Leipzig, 1891, p. 759.

[17] W. Crönert, « Der Epikureer Philonides », *Sitzungsberichte der königlich-preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1900, 2, p. 942-959. Le papyrus a fait l'objet d'une nouvelle édition par I. Gallo, « Vita di Filonide epicureo (*PHerc*. 1044) », dans *Frammenti biografici da Papiri*, II, Rome, 1980, p. 21-166, édition à laquelle je renvoie pour la citation des fragments. Voir également Chr. Habicht, « Zur Vita des Epikureers Philonides », *Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik*, 74, 1988, p. 211-214, et D. Gera, « Philonides the Epicurean at Court : Early Connections », *Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik*, 125, 1999, p. 77-83.

philosophe épicurien avec le jeune géomètre Philonide qui, dans la préface du Livre II, est parrainé par Apollonios auprès d'Eudème lors d'un séjour à Éphèse, Crönert donnait au texte du papyrus le statut de témoin indirect[18]. La nécessité de faire correspondre les deux chronologies l'a conduit à modifier la datation traditionnelle d'Apollonios et à proposer pour sa mort une date autour de 170 av. J.-C.[19]. Les historiens des sciences ont alors avancé de vingt ans la naissance du mathématicien pour la situer autour de 240 av. J.-C.

L'identification des deux Philonide repose à la fois sur l'existence dans la *Vie de Philonide* de fragments où il est question de géométrie[20] et sur le contenu du fragment 25, qui donne le nom des deux premiers maîtres de Philonide, Eudème et Dionysodore de Caunos[21], en qui on a vu, pour le premier, le dédicataire des *Coniques*, et, pour le second, le mathématicien Dionysodore, cité par Héron d'Alexandrie, dans ses *Metrica* (II 13), et par Eutocius d'Ascalon, dans son commentaire de la proposition II.4 du traité d'Archimède *Sur la sphère et le cylindre*[22]. La *Vie* ne dit cependant nulle part que les deux premiers maîtres de Philonide étaient des mathématiciens. Aussi, même s'il paraît difficile de ne pas établir de liens entre la biographie de Philonide et les données tirées de la préface du Livre II des *Coniques*, l'hypothèse de Crönert ne saurait malgré tout tenir lieu de totale certitude.

Si, sur la foi de cette identification, on lie la datation d'Apollonios à celle de Philonide, il est manifeste, comme nous allons le voir, que la date traditionnellement admise pour la mort d'Apollonios (190 av. J.-C.) ne peut plus être retenue.

Deux inscriptions de Delphes et une inscription athénienne[23], s'ajoutent au témoignage de la *Vie* pour déterminer la période d'activité de Philonide. Les trois documents épigraphiques montrent que Philonide et son frère Dicéarque appartenaient à une famille de Laodicée-sur-mer en Syrie, influente à la cour des Séleucides, et qu'ils ont été honorés avec leur père

[18] Voir la discussion de R. Philippson, *R.E.*, XX,1, 1941, col. 63-73 (n° 5).

[19] *Op. cit.*, p. 958-959.

[20] Fragments 49, 13, 14.

[21] Eudème et Dionysodore sont également tous deux cités dans le fragment 7. Dans le fragment 11, on trouve le nom de Basilide comme maître ou ami de Philonide, cité avec celui de Thespis ; le nom du philosophe épicurien, ami du père de l'astronome Hypsiclès a été restitué par W. Crönert sur la base de son association avec Thespis dans le *De ira* de Philodème (*PHerc.* 1780), voir *Kolotes und Menedemos. Texte und Untersuchungen zur Philosophen- und Literaturgeschichte*, Leipzig, 1906, p. 87-88.

[22] Voir P.M. Fraser, *op. cit.*, t. II, p. 611, note 378 ; voir également l'article de T. Dorandi, « Dionysodoros de Caunos », *Dictionnaire des philosophes antiques*, II, 1994, p. 875.

[23] SGDI 2580 ; SGDI 2677 (= OGIS 241) ; IG II^2 1236. Pour la bibliographie, voir P.M. Fraser, *op. cit.*, p. 601-602 (note 320).

par Delphes et Athènes pour avoir rendu service aux ambassadeurs. On date des dernières années du premier quart du IIe siècle (185 et plus tard) le décret d'Éleusis (IG II2 1236) honorant le père et ses deux fils[24], et la date de 168/7 est retenue pour le décret de Delphes honorant Dicéarque (OGIS 241)[25]. Certains fragments de la *Vie* montrent que Philonide était contemporain du roi Antiochos IV Épiphane (175-164) et de son neveu, le roi Démétrios I Sôter (162-150), dont il était particulièrement proche (*cf.* fragment 27). On le voit également entretenir des relations cordiales avec les représentants des autres écoles[26], l'académicien Carnéade (214/3-129/8)[27] et le stoïcien Diogène de Babylone (*ca.* 240- *ca.* 151)[28]. Si l'on fait correspondre l'acmé de Philonide au début du règne de Démétrios, on obtient pour sa naissance une date autour de 200[29] ; si on la fait remonter au début du règne d'Antiochos IV, on obtient une date autour de 215. Ce dernier point de repère correspondrait assez bien aux données des inscriptions[30].

Revenons à Apollonios. Quand celui-ci fait remettre à Eudème le Livre II des *Coniques*, Philonide est déjà un géomètre confirmé, puisqu'il est cité comme tel par Apollonios (Φιλωνίδης ὁ γεωμέτρης[31]). Philonide peut donc difficilement avoir moins de 25 ans à cette époque. Si l'on retient pour la naissance de Philonide les années 220-215 av. J.-C., on obtient une limite supérieure pour la remise du Livre II à Eudème, qui se situe autour de 195-190 av. J.-C. C'est un premier résultat. On voit que, si l'on identifie le jeune géomètre parrainé par Apollonios et le philosophe épicurien de la cour des Séleucides, on ne peut plus retenir pour la vie d'Apollonios la fourchette haute évoquée plus haut (260-190 av. J.-C.). La date de 240 av. J.-C. pour la naissance d'Apollonios reste donc l'approximation la plus plausible.

[24] Voir St.V. Tracy, *Attic Letter-Cutters of 229 to 86 B.C.*, Berkeley, 1990, p. 92-95.

[25] Voir P.M. Fraser, *op. cit.*, t. II, p. 601-602, note 320.

[26] Voir I. Gallo, *op. cit.*, p. 38.

[27] Voir T. Dorandi, « Carnéade de Cyrène », *Dictionnaire des philosophes antiques*, II, p. 224-226.

[28] Voir Ch. Guérard, « Diogène de Séleucie, dit le Babylonien », *Dictionnaire des philosophes antiques*, II, p. 807-810.

[29] C'est la date retenue par R. Philippson, *op. cit.* (col. 64).

[30] Cette seconde hypothèse serait d'autant plus à privilégier si l'on suit les restitutions nouvelles proposées par D. Gera (voir note 17) dans les fragments 28-29, 6b et 9 ; Philonide apparaît comme déjà actif à la cour des Séleucides sous le règne de Séleucos IV (187-175 av. J.-C.).

[31] *Apollonii Pergaei*…, I, p. 192, 8-9.

1.3. Apollonios et son milieu

Apollonios appartenait au milieu des savants alexandrins, ce qui le mettait en relation avec les autres mathématiciens de son temps. Ses propres voyages dans les grandes cités du monde hellénistique n'ont pu que l'aider à tisser des liens personnels avec les représentants des milieux intellectuels de ces capitales et à contribuer ainsi au rayonnement de ses travaux. Nous connaissons l'existence d'un séjour à Pergame : dans la lettre d'envoi du Livre I, Apollonios dit lui-même avoir entretenu, à cette occasion, le futur dédicataire des Livres I-III, le mathématicien Eudème, de ses recherches sur les coniques. La lettre d'envoi du Livre II, on l'a vu, fait état d'un séjour à Éphèse en compagnie d'Eudème. Ses préfaces montrent que ses amis et disciples, parfois venus de loin, comme Naucratès[32], le pressaient de donner communication de ses découvertes. De même, si Apollonios, à la mort d'Eudème, se tourne vers Attale pour qu'il soit le destinataire des Livres IV-VIII des *Coniques*, comme nous l'apprend la lettre d'envoi du Livre IV, c'est parce que ce dernier lui a manifesté son vif désir de prendre connaissance des recherches qu'il mène (διὰ τὸ φιλοτιμεῖσθαί σε μεταλαμβάνειν τὰ ὑφ' ἡμῶν πραγματευόμενα)[33].

La tradition, comme on l'a vu avec le témoignage de Ptolémée Chennos, confirme que le mathématicien était très connu de son vivant. Il est à noter, d'autre part, que les travaux d'Apollonios semblent avoir reçu un accueil privilégié dans le milieu épicurien. La lettre d'envoi du Livre II le voit parrainer le philosophe et géomètre épicurien Philonide, si l'on accepte l'identification très vraisemblable proposée par W. Crönert. On dispose également du témoignage du mathématicien Hypsiclès d'Alexandrie (IIe s. av. J.-C.)[34], auteur du Livre XIV des *Éléments*. Dans sa préface[35], Hypsiclès rapporte à son correspondant Protarchos la conversation de son père, à Alexandrie, avec Basilide de Tyr, aussi versé que celui-ci dans la science mathématique, au sujet du traité d'Apollonios, *Sur la comparaison du dodécaèdre et de l'icosaèdre inscrits dans une même sphère*. Les deux mathématiciens tombèrent d'accord qu'Apollonios s'était trompé. Hypsiclès ajoute que lui-même eut plus tard l'occasion de lire la démonstration exacte dans une « autre » édition[36] de l'ouvrage livrée par Apollonios. Si Protarchos est bien l'épicurien de Bargylia en Carie mentionné comme le maître de Démétrios Lacon (deuxième moitié du IIe s.

[32] Voir la préface du Livre I.

[33] Voir plus loin.

[34] Sur l'époque où vécut Hypsiclès, voir G. Huxley, « Studies in the Greek Astronomers », *Greek Roman and Byzantine Studies*, 4, 1963, p. 102-103, et P.M. Fraser, *op. cit.* t. I, p. 423-425 et 435-437 ; t. II, p. 612, note 381.

[35] *Euclidis Elementa*, V,1, éd. J.L. Heiberg-E.S. Stamatis, Leipzig, 1977, p. 1-2.

[36] Hypsiclès emploiera plus loin le terme δευτέρα ἔκδοσις, *op. cit.*, p. 4, 8.

av. J.-C.) dans la *Géographie* de Strabon[37], et Basilide de Tyr, le diadoque Basilide, mentionné en quatrième position par Diogène Laërce[38] – il fut scholarque probablement de 201/0 à 175 av. J.-C[39] – on voit que les constantes contributions d'Apollonios à la science de son temps font l'actualité dans les milieux philosophiques et alimentent tout particulièrement la réflexion des épicuriens de la nouvelle génération.

1.4. L'œuvre conservée en grec
Les Livres I-IV du traité des *Coniques*

Les premiers Livres du traité des *Coniques* (Livres I-IV) constituent la seule partie non fragmentaire de l'œuvre scientifique d'Apollonios conservée en langue grecque[40]. Le texte des Livres I-IV que nous transmet l'ancêtre de la tradition médiévale, le *Vaticanus gr.* 206 (XII^{e}/XIII^{e} s.), n'est pas le texte grec original d'Apollonios, mais celui de l'édition procurée par Eutocius d'Ascalon, comme on le montrera plus loin. D'autre part, ces quatre premiers Livres représentent aux yeux de l'auteur les Livres

[37] Voir T. Dorandi, « Démétrios Lacon (ou le Laconien) », *Dictionnaire des philosophes antiques*, II, p. 638.

[38] Vie des Philosophes, X 25.

[39] Voir la notice de T. Dorandi, « Basilide le Syrien », *Dictionnaire des philosophes antiques*, II, p. 91.

[40] La tradition arabe a transmis, outre les Livres I-VII des *Coniques*, la *Section de Rapport*, qui fait l'objet d'une édition dans cette collection. Les autres ouvrages écrits par Apollonios en arithmétique, en géométrie, en mécanique, en astronomie ne nous sont pas parvenus. La tradition grecque de la fin de l'Antiquité et la tradition arabe ont transmis un certain nombre de fragments et conservé des titres de traités perdus (pour les références des témoignages grecs, voir le chapitre *Fragmenta* de Heiberg, *Apollonii Pergaei*…, II, p. 101-139). Le témoignage le plus important est celui de Pappus d'Alexandrie, qui a intégré au Livre VII de sa *Collection mathématique* l'examen de sept ouvrages d'Apollonios (dont les *Coniques*), relevant de ce que les Grecs ont appelé l'ἀναλυόμενος τόπος, le « domaine de l'analyse » ou le « corpus analytique » (voir *infra*, n. 164). Ce sont, outre les *Coniques*, les traités suivants : la *Section de rapport*, la *Section d'aire*, la *Section déterminée*, les *Tangences*, les *Inclinaisons*, les *Lieux plans*. Pour une vue d'ensemble des travaux attribués à Apollonios, voir T.L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Oxford, 1921, II, p. 175-196. Pour des contributions plus récentes sur l'œuvre perdue, voir l'article déjà cité « Apollonios of Perga » de G.J. Toomer ; le chapitre « The Minor Works of Apollonios » de A. Jones dans son édition du Livre VII de la *Collection Mathématique* de Pappus, p. 510-546 ; l'article de J.P. Hogendijk, « Arabic Traces of Lost Works of Apollonios », *Archive for History of Exact Science*, 35, 1986, p. 187-253, et les deux articles de H. Bellosta, « Les mathématiciens arabes et le problème des *Contacts* », *Oriens-Occidens*, 1, 1997, p. 105-122, et « Ibrâhîm Ibn Sinân, Apollonius arabicus » dans A. Hasnawi, A. Elamrani-Jamal, M. Aouad (éds.), *Perspectives arabes et médiévales sur la tradition scientifique et philosophique grecque*, Louvain-Paris, 1997, p. 31-48.

d' « Éléments ». Apollonios le dit en termes explicites dans sa lettre d'envoi du Livre I (p. 2, l. 19-20). La même lettre précise à son destinataire qu'il livre désormais une édition dûment révisée, qui va s'étaler dans le temps, puisque les différents Livres seront mis en circulation au fur et à mesure de leur correction.

Il n'est pas inutile de rappeler ici ce passage important, non seulement parce qu'il nous fait connaître les différentes étapes de la rédaction du texte transmis en grec, mais aussi parce qu'il témoigne de l'attention portée par Apollonios, comme les autres auteurs hellénistiques, au devenir de son œuvre :

> … τὴν περὶ ταῦτα ἔφοδον ἐποιησάμην ἀξιωθεὶς ὑπὸ Ναυκράτους τοῦ γεωμέτρου, καθ᾽ ὃν καιρὸν ἐσχόλαζε παρ᾽ ἡμῖν παραγενηθεὶς εἰς Ἀλεξάνδρειαν, καὶ διότι πραγματεύσαντες αὐτὰ ἐν ὀκτὼ βιβλίοις ἐξ αὐτῆς μεταδεδώκαμεν αὐτὰ εἰς τὸ σπουδαιότερον διὰ τὸ πρὸς ἔκπλῳ αὐτὸν εἶναι οὐ διακαθάραντες, ἀλλὰ πάντα τὰ ὑποπίπτοντα ἡμῖν θέντες ὡς ἔσχατον ἐπελευσόμενοι. Ὅθεν καιρὸν νῦν λαβόντες ἀεὶ τὸ τυγχάνον διορθώσεως ἐκδίδομεν. Καὶ ἐπεὶ συμβέβηκε καὶ ἄλλους τινὰς τῶν συμμεμιχότων ἡμῖν μετειληφέναι τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον βιβλίον πρὶν ἢ διορθωθῆναι, μὴ θαυμάσῃς ἐὰν περιπίπτῃς αὐτοῖς ἑτέρως ἔχουσιν.

> […] j'avais entrepris de traiter cette matière à la demande du géomètre Naucratès, quand il était venu à Alexandrie pour suivre mon enseignement ; je t'avais dit aussi que j'avais traité le sujet en huit Livres, dont je m'étais dépêché de lui donner communication sans les avoir corrigés, parce qu'il devait prendre le bateau, et que j'avais simplement mis par écrit toutes les idées qui m'étaient venues, dans l'intention d'y revenir plus tard. Saisissant l'occasion qui m'est offerte maintenant, je rends publique la version corrigée au fur et à mesure de son achèvement. Comme il se trouve que d'autres personnes de connaissance ont eu communication des premier et deuxième Livre avant correction, ne t'étonne pas de tomber sur des exemplaires d'une version différente[41].

La rencontre chez Apollonios des termes techniques διόρθωσις et ἐκδίδοναι, qui appartiennent au vocabulaire de l'édition antique, la présence d'une lettre d'envoi à un dédicataire bien identifié, qui authentifie l'origine de l'ouvrage, la répartition du traité en Livres ayant chacun leur unité interne, due à la nécessité d'adapter la rédaction aux contraintes matérielles (la longueur du rouleau de papyrus), la volonté enfin qu'on perçoit de voir l'édition révisée effacer les traces d'autres exemplaires en

[41] P. 2, l. 8-18.

circulation[42], sont autant de signes qui révèlent la maîtrise des réalités éditoriales par l'auteur lui-même[43]. Les précautions prises par Apollonios sont d'autant plus impérieuses, qu'il livre un ouvrage en plusieurs rouleaux, dont la mise en circulation sera progressive. La lettre d'envoi du Livre I a aussi pour mission de donner dès le départ les limites exactes de l'ouvrage entier (huit Livres) et l'ordre de lecture.

La lettre d'envoi du Livre IV montre qu'Apollonios a bien écrit les trois premiers Livres transmis en grec à l'intention d'Eudème, même si la tradition manuscrite grecque n'a transmis que les lettres-préfaces des Livres I et II ; c'est elle aussi qui nous apprend qu'à la suite du décès d'Eudème[44], Attale devient le destinataire des Livres suivants.

> Πρότερον μέν ἐξέθηκα γράψας πρὸς Εὔδημον τὸν Περγαμηνὸν τῶν συντεταγμένων ἡμῖν κωνικῶν ἐν ὀκτὼ βιβλίοις τὰ πρῶτα τρία, μετηλλαχότος δ' ἐκείνου τὰ λοιπὰ διεγνωκότες πρός σε γράψαι διὰ τὸ φιλοτιμεῖσθαί σε μεταλαμβάνειν τὰ ὑφ' ἡμῶν πραγματευόμενα πεπόμφαμεν ἐπὶ τοῦ παρόντος σοι τὸ τέταρτον (éd. Heiberg, II, p. 3-8).
>
> C'est tout d'abord à l'intention d'Eudème de Pergame que j'ai rédigé l'exposition des Livres I-III des *Coniques*, dont j'avais ordonné la matière en huit Livres. Maintenant qu'il est mort, je me suis résolu à rédiger le reste à ton intention, en raison de ton vif désir de prendre connaissance des travaux que je mène, et je t'envoie pour l'instant le Livre IV (trad. M. Federspiel).

Malgré le souci manifesté par Apollonios des conditions de diffusion de son ouvrage, sa transmission dans la langue de l'auteur a subi un certain nombre d'avatars, puisque le Livre VIII est perdu[45], que les Livres V-VII ont été conservés par la seule tradition arabe, et que la tradition grecque n'a transmis des Livres I-IV qu'une recension de la fin de l'Antiquité, celle

[42] Le fait qu'Apollonios précise quels sont exactement les Livres concernés par cette diffusion non « officielle » montrent que le thème n'est pas ici un *topos* littéraire. Pour d'autres attestations de ce thème dans les introductions, voir J. Mansfeld, *Prolegomena mathematica from Apollonius of Perga to the Late Neoplatonists*, Leyde, etc., 1998, p. 38.

[43] Sur les réalités de l'édition antique, voir J. Irigoin, « Les éditions de textes à l'époque hellénistique et romaine », *La tradition des textes grecs. Pour une critique historique* (n° 7), Paris, 2003, p. 133-173.

[44] On le sait déjà malade, lorsqu'Apollonios lui adresse le Livre I, comme le montrent les premiers mots de la lettre d'envoi (p. 2, 2). Son mauvais état de santé est confirmé dans la lettre d'envoi du Livre II.

[45] Sur la connaissance que pouvaient réellement en avoir les mathématiciens de la fin de l'Antiquité, voir R. Rashed, *Les mathématiques infinitésimales du IX^e^ au XI^e^ siècle*, III, Londres, 2000, p. 1-15.

d'Eutocius d'Ascalon, éditée ici. Il faut ajouter à ces difficultés de transmission les risques propres aux traités techniques, sujets aux contaminations et aux révisions, car ce sont des ouvrages qui continuent d'alimenter la recherche scientifique, tant que perdurent, du moins, les milieux susceptibles de les exploiter.

Dans ces conditions, il est important de déterminer autant que faire se peut la nature du texte transmis. Nous disposons pour les Livres grecs I-IV de deux témoignages établissant les liens qui unissent la tradition grecque et l'édition des Livres I-IV procurée par Eutocius d'Ascalon. Le premier appartient à la tradition directe du traité : il s'agit de la souscription de première main qui figure à la fin du Livre IV dans le *Vaticanus gr*. 206. On lit au folio 160^{r} le titre de rappel Ἀπολλωνίου κωνικῶν τέταρτον <βιβλίον> (« Livre IV des *Coniques* d'Apollonios »), suivi de la mention suivante : ἐκδόσεως Εὐτοκίου ᾿Ασκαλωνίτου (« dans l'édition d'Eutocius d'Ascalon »). Le second témoignage est l'existence du commentaire dont Eutocius avait accompagné à l'origine son édition. La tradition grecque a fort heureusement conservé ce précieux document, qui nous est parvenu par l'intermédiaire des manuscrits de la « Petite astronomie », collection bien connue, sans doute d'origine alexandrine, de petits traités d'astronomie mathématique[46]. Les titres reproduits en tête du commentaire d'Eutocius de chacun des quatre Livres des *Coniques,* ainsi que les références constantes d'Eutocius au texte qu'il édite authentifient les liens avec le texte grec transmis[47]. Voici, à titre d'exemple, le titre reproduit par le copiste du *Vaticanus gr*. 204 (2^{e} tiers du IX^{e} siècle)[48], ancêtre de notre tradition médiévale, en tête du commentaire d'Eutocius du Livre I : Εὐτοκίου ᾿Ασκαλωνίτου εἰς τὸ πρῶτον τῶν ᾿Απλολλωνίου κωνικῶν τῆς κατ᾿αὐτον ἐκδόσεως ὑπόμνημα (« Commentaire d'Eutocius d'Ascalon sur le premier Livre de son édition des *Coniques* d'Apollonios »).

[46] Sur l'origine, la nature et la destinée de cette petite collection d'ouvrages antérieurs à Ptolémée, qui se trouvait inscrite aux programmes des écoles de la fin de l'Antiquité, voir J. Mogenet, *Autolycus de Pitane*, Louvain, 1950, p. 162-166, et G. Aujac, « Eratosthène, premier éditeur de textes scientifiques ? », *Pallas*, 13, 1977, p. 3-24.

[47] Le détail des renvois au texte édité est donné dans les Notes complémentaires.

[48] Sur ce manuscrit, voir *infra*, note 182.

II. LA TRADITION MANUSCRITE DU TEXTE GREC DES *CONIQUES*

2.1. Liste des manuscrits

Le traité des *Coniques* est transmis par les manuscrits suivants :

Prototype :

Vaticanus gr. 206 (V)	s. XII/XIII

Apographes :

1. *Constantinopolitanus Seragliensis gr*. 40 (c)	s. XIII/XIV
2. *Vaticanus gr*. 203 (v)	s. XIII/XIV
3. *Parisinus gr*. 2342 (p)	s. XIV
4. *Bodleianus Canonicianus gr*. 106	s. XV
5. *Marcianus gr*. 518	s. XV
6. *Mutinensis* α. V. 7. 16	s. XV
7. *Norimbergensis Cent*. V *Append*. 6	s. XV
8. *Ambrosianus* A 101 sup.	s. XV
9. *Berolinensis Phillippicus* 1545	s. XVI
10 *Bononiensis Bibl. Univ*. 2048	s. XVI
11. *Guelferbytanus Gudianus gr*. 12	s. XVI
12. *Leidensis Scaligeranus* 4	s. XVI
13. *Magliabechianus* II. III. 38	s. XVI
14. *Matritensis Bibl. Nat*. 4744	s. XVI
15. *Monacensis gr*. 76	s. XVI
16. *Monacensis gr*. 576	s. XVI
17. *Oxoniensis Savilianus* 7	s. XVI
18. *Oxoniensis Savilianus* 10	s. XVI
19. *Parisinus gr*. 2354	s. XVI
20. *Parisinus gr*. 2355	a. 1558
21. *Parisinus gr*. 2356	s. XVI
22. *Parisinus gr*. 2357	s. XVI
23. *Parisinus Suppl. gr*. 451	s. XVI
24. *Scorialensis* Χ. I. 7	s. XVI
25. *Taurinensis* B. I. 14	s. XVI
26. *Upsaliensis gr*. 48	s. XVI
27. *Upsaliensis gr*. 50	s. XVI
28. *Vaticanus gr*. 205	a. 1536
29. *Vindobonensis Suppl. gr*. 9	s. XVI

30. *Vindobonensis Suppl. gr.* 36	
(+ *Vaticanus Barberinianus gr.* 237, fol. 64^r-68^v)	s. XVI
31. *Cantabrigiensis Trin. Coll.* O 10.12	s. XVII
32. *Oxoniensis Aedis Christi* 84	s. XVIII
33. *Oxoniensis Savilianus* 59	s. XVIII

Tous ces manuscrits dérivent directement ou indirectement du *Vaticanus gr.* 206 (**V**)[49], reconnu déjà par Heiberg, dans son édition critique du traité des *Coniques*, comme l'ancêtre de la tradition grecque conservée[50] . Le réexamen auquel j'ai procédé ne remet donc pas en cause le fondement de l'édition de Heiberg, même si le classement des manuscrits a été dans certaines branches très sensiblement modifié et le stemma enrichi par la collation de nouveaux manuscrits[51]. Le véritable gain est pour l'histoire du texte. Ce réexamen permet, en effet, de se faire une idée précise des réseaux byzantins et occidentaux qui ont assuré la diffusion des Livres grecs des *Coniques* jusqu'à l'édition *princeps* de Halley (1710) ; il permet également de repérer et d'analyser les travaux d'érudition mathématique qui ont exercé une influence sur le texte transmis par la tradition manuscrite conservée, et donc aussi sur celui des premiers travaux imprimés qui en ont reflété l'état.

2.2. Le *Vaticanus gr.* 206 et sa descendance

2.2.1 Le *Vaticanus gr.* 206 (**V**)

Le Vaticanus gr. 206[52] est un manuscrit de la fin du XII^e ou du début du XIII^e siècle[53], papier espagnol[54], 340 × 210mm, I + 239 folios, 30 lignes à la

[49] Pour le stemma qui visualise ces relations, voir plus loin, p. XXXVI.

[50] Voir le chapitre 1 de ses *Prolegomena*, p. XI-LVI.

[51] On trouvera la description et le classement de ces manuscrits dans M. Decorps-Foulquier, « La tradition manuscrite du texte grec des *Coniques* d'Apollonios de Pergé (Livres I-IV) », *Revue d'Histoire des Textes*, 31, 2001, p. 62-116. Sur le *Caesaraugustanus gr.* 7, qui ne contient que le début du Livre I, et le *Magliabechianus* II. III. 38 qui ne contient que les figures, voir *ibid.*, p. 63 et p. 86-89.

[52] Voir sa description par G. Mercati et P. Franchi de' Cavalieri, *Codices Vaticani graeci. Tomus I. Codices 1-329*, Rome, 1923, p. 248-249.

[53] Cette datation est fondée sur l'écriture du manuscrit.

[54] Mgr Canart, que j'ai interrogé à ce sujet à la Vaticane, reconnaît un des types de papier espagnol repérés dans une série de manuscrits, mais ne peut trancher quant à l'origine italo-grecque ou constantinopolitaine du manuscrit, qui est dépouvu d'ornementation ; voir son étude « Manuscrits d'Aristote et de ses commentateurs sur papier occidental ancien », dans P. Moraux (éd.), *Aristoteles Werk und Wirkung*, II, Berlin, 1987, p. 418-433.

page, en deux parties (fol. 1^{r}-120^{v} et fol. 121^{r}-239^{v}). Les folios originels, très abîmés, ont été remontés sur cadres à la Renaissance et recouverts d'un papier transparent au XIX^{e} siècle. Le manuscrit est dû à un seul copiste[55]. Les signatures originelles des cahiers ont disparu ; on ne trouve plus que la signature en chiffres grecs des trois premiers quaternions, due à Matthieu Devaris[56]. Le manuscrit contient seulement le traité des *Coniques* (fol. 1^{r}-160^{v})[57] et les deux traités de Sérénus d'Antinoé[58], la *Section du cylindre* (fol. 161^{r}-194^{r}) et la <*Section du cône*> (194^{r}-239^{v}), pour lesquels **V** est également le modèle dont dépend toute la tradition manuscrite postérieure. Les figures sont de la main du copiste et ont été dessinées à la règle et au compas[59], après copie du texte, d'où quelques débordements quand l'espace prévu à cet effet n'a pas été conçu suffisamment large[60]. La fin du manuscrit a été détériorée. Une main, plus récente, a suppléé le texte de Sérénus dans la partie supérieure du folio 237^{r} (= éd. Heiberg, *Sereni Antinoensis…*, p. 276,14 τρίγωνον—20 εἰσίν) et du folio 237^{v} (*ibid.*, p. 278,12 <καὶ> ἐπεί—15 λόγον), ainsi que dans les folios additionnels 238 et 239 (propositions 61-69)[61]. D'autre part, dans le texte

[55] L'écriture, qui est de gros calibre, irrégulière et relativement aérée (environ 35 lettres par ligne), a posé des problèmes de lecture aux copistes postérieurs et donné lieu à un certain nombre de mécoupures.

[56] Son monogramme est visible au folio 1r, car il supplée les passages effacés au début du traité ; comme l'a montré Heiberg dans ses *Prolegomena*, p. XV-XVI, il a utilisé pour cette restauration un apographe de **V**, le *Vaticanus gr.* 205, copié par Jean d'Otrante en 1536. Sur les fonctions de Matthieu Devaris à la Vaticane et occupées jusqu'à sa mort en 1581, voir J. Bignami-Odier, *La Bibliothèque Vaticane de Sixte IV à Pie XI*, Cité du Vatican, 1973 (Studi e Testi, 272).

[57] Livre I : fol. 1^{r}-57^{r} ; Livre II : fol. 57^{r}-93^{r} ; Livre III : fol. 93^{v}-133^{v} ; Livre IV : 134^{r}-160^{v}.

[58] Les deux ouvrages ont été édités par Heiberg (*Sereni Antinoensis Opuscula*, Leipzig, 1896) et traduits en français par P. Ver Eecke (*Serenus d'Antinoë. Le livre de la Section du cylindre et le livre de la Section du cône,* Bruges, 1929). Ils appartiennent à la tradition indirecte du traité d'Apollonios, voir plus loin, p. XXXVII.

[59] Les courbes sont représentées par des arcs de cercle. L'ovale de l'ellipse est obtenu par le tracé de deux arcs. La restitution des parallélismes et des relations d'égalité est très aléatoire.

[60] Dans **V**, l'emplacement habituel de la figure de la proposition est un espace réservé dans la partie droite de la page écrite, au début de la proposition suivante. Quand les figures sont multiples ou particulièrement grandes, elles sont dessinées le plus souvent à la fin de la proposition, et occupent alors toute la largeur de la surface écrite.

[61] On a utilisé pour cette restauration un manuscrit issu de la recension byzantine (voir plus loin). Le *Vaticanus gr.* 203, écrit autour des années 1300, est le seul manuscrit descendant de **V** à conserver le texte ancien.

du traité de la *Section du cylindre*, **V** a connu une interversion de folios dont la famille du *Vaticanus gr*. 203 garde encore la trace[62].

Le *Vaticanus gr*. 206 est probablement le manuscrit d'Apollonios que Francesco Filelfo (1398-1481) a ramené d'Orient en 1427[63]. Il est sans doute aussi le manuscrit des *Coniques* répertorié sous la rubrique « Apollonii Conica et Cylimbrica (sic) ex papiro in albo » dans l'inventaire de la Vaticane effectué sous Sixte IV, en 1475[64]. Le volume a dû entrer à la Bibliothèque Vaticane entre 1455 et 1475, puisqu'il ne figure pas au nombre des douze *libri mathematici* répertoriés dans l'inventaire de 1455 des manuscrits grecs, dressé par Cosme de Montserrat à la mort de Nicolas V[65]. Le folio I^r^ présente la notice de Leone Allacci[66].

Il est important de noter ici que les divisions du texte des *Coniques* transmises par **V** font rarement l'objet de mentions de première main dans le manuscrit. Le copiste n'a reproduit que le titre du Livre I (Ἀπολλωνίου Περγαίου Κωνικῶν α′) et celui du Livre IV. Ce dernier est désigné comme le « troisième » Livre des *Coniques* (᾿Απολλωνίου Περγαίου Κωνικῶν γ′ ἐκδόσεως Εὐτοκίου ᾿Ασκαλωνίτου εὐτυχῶς) ; l'erreur s'explique par le fait que le Livre III n'a pas de titre. Cependant la séparation originelle entre les Livres II et III est encore marquée par le copiste, qui laisse le folio 93^r vide, après avoir dessiné la figure de la dernière proposition du Livre II. Sont également de sa main les titres de rappel de la fin du Livre I (Ἀπολλωνίου Κωνικῶν)[67] et de la fin du Livre IV (Ἀπολλωνίου Κωνικῶν δ′ ἐκδόσεως Εὐτοκίου ᾿Ασκαλωνίτου). Quant aux numéros des propositions, seuls ceux des

[62] Cette interversion s'explique par une une erreur de reliure : le folio 176 contenant la proposition 19 et le début de la proposition 20 (éd. Heiberg, p. 56, 8 Ἐὰν ἐν κυλίνδρου τομῇ—60,3 καὶ πρὸς) était venu se placer entre les folios 169 et 170, provoquant ainsi trois ruptures dans le texte de la *Section du cylindre* (éd. Heiberg, p. 36, 12 / 56, 6 / 60, 3).

[63] Dans la lettre qu'il écrit en juin 1428 à l'humaniste florentin Ambrogio Traversari (1386-1439), grand collectionneur de manuscrits (A. Traversari, *Epistolae et Orationes*, éd. L. Mehus, Florence, 1759, II, col. 1010-1), il établit la liste des manuscrits grecs acquis ; y figure un manuscrit d'Apollonios sans autre précision (« Appollonius (*sic*) Pergaeus ») ; voir A. Calderini, « Ricerche intorno alla biblioteca e alla cultura greca di Francesco Filelfo », *Studi Italiani di Filologia Classica*, 20, 1913, p. 257.

[64] R. Devreesse, *Le fonds grec de la Bibliothèque Vaticane des origines à Paul V*, Cité du Vatican, 1965 (Studi e Testi, 244), p. 60.

[65] Voir R. Devreesse, *op. cit*., p. 36 et P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève, 1975, p. 37.

[66] Sur ce grand érudit (mort en 1669), *scriptor* grec, puis custode à la Vaticane, voir J. Bignami-Odier, *op. cit*., p. 128-131 (note 111).

[67] Le titre est inscrit sous la dernière figure (f. 57^r).

propositions 2 à 10 du Livre I sont de la main du copiste. Le début et la fin de chaque proposition sont cependant signalés sans aucune ambiguïté.

Pour ce qui concerne les deux ouvrages de Sérénus, le copiste ne reproduit que le titre de la *Section du cylindre* (Σερήνου περὶ κυλίνδρου τομῆς, f. 161r), qu'il reprend à la fin du traité (Σερήνου Ἀντινσέως φιλοσόφου περὶ κυλίνδρου τομῆς, f. 194r).

Une même main postérieure complète et corrige les titres du copiste dans tout le manuscrit[68] ; ses corrections sont inconnues des copies du XIIIe siècle.

2.2.2 La descendance de **V**

La présence du texte des Coniques dans un important corpus scientifique byzantin de l'époque des Paléologues[69], aujourd'hui disparu, lui a permis de bénéficier d'une recension de très grande qualité, largement représentée dans l'apparat. Mais les manuscrits qui la transmettent sont restés, dans le cas de *Coniques*, sans descendance connue et n'ont donc joué aucun rôle historique dans l'histoire occidentale de l'ouvrage. La diffusion du texte grec dans les milieux scientifiques de la Renaissance a emprunté d'autres canaux. C'est la présence en Italie dans la première moitié du XVe siècle de **V** et de son apographe byzantin, le *Vaticanus gr*. 203, qui est au départ de cette diffusion et de l'influence grandissante de l'ouvrage. Grâce à leur nombreuse descendance, quatre copies occidentales de ces deux manuscrits ont joué un rôle déterminant dans la connaissance de l'ouvrage d'Apollonios par les mathématiciens. Ce sont :

- un apographe disparu du *Vaticanus gr*. 203, dont un descendant, ancêtre du *Bodleianus Canonicianus gr*. 106, a donné lieu, à Venise, au milieu du XVe siècle, à une révision mathématique d'une grande qualité, révision dont dépendent à des degrés divers les premières traductions

[68] Elle ajoute ainsi βον au titre de rappel du Livre I (f. 57r), qui devient le titre du Livre II (l'alpha du copiste, qui se devine encore, a été préalablement gratté). La même main a signalé la fin du Livre I dans la marge inférieure du folio 56v (fin du texte de la proposition 60), en écrivant : Ἀπολλωνίου Κωνικῶν αον. Elle écrit, à la fin du Livre II, au milieu de la marge inférieure du folio 92v (fin du texte de la proposition 53), l'avertissement suivant : ἐνταῦθα δοκεῖ εἶναι τέλος τοῦ δευτέρου τῶν κωνικῶν Ἀπολλωνίου « le Livre II des *Coniques* semble s'achever ici ». Elle inscrit également, un titre de rappel à la fin du Livre III, au milieu de la marge inférieure du folio 133v : Ἀπολλωνίου Περγαίου Κωνικῶν τρίτον. À la fin de la *Section du cylindre* (f. 194r), elle porte la mention : Τέλος τοῦ αου ; elle ajoute également τὸ βον au titre de rappel du copiste, ce qui fait de la *Section du cône* le deuxième Livre de la *Section du cylindre*.

[69] Voir plus loin.

latines du texte entier, dues à Memmo (Venise 1537) et Commandino (Bologne 1566).

- un apographe de **V**, écrit pour le Cardinal Bessarion, le *Marcianus gr*. 518, dont les copies prolifèrent à Venise.

- un apographe disparu de **V**, qui, par l'intermédiaire d'un de ses descendants, le *Norimbergensis Cent. V*, *Append*. 6, contribue à la diffusion du traité dans les cercles scientifiques de Nuremberg animés par l'astronome, ami de Bessarion, Johann Muller de Königsberg, connu sous le nom latinisé de Regiomontanus[70].

- une copie indirecte de **V**, réalisée par Jean d'Otrante[71], le *Parisinus gr*. 2357, qui, par l'intermédiaire de son apographe, le *Parisinus gr*. 2356, annoté par l'humaniste Pierre de Montdoré, est à la source de l'*editio princeps* de Halley.

2.3. Présentation des descendants de **V** retenus dans l'apparat critique

Certaines copies byzantines ou occidentales de **V** figurent dans l'apparat. Il s'agit de manuscrits qui ont préservé des parties du texte, devenues illisibles dans **V** à la suite de détériorations diverses, ou qui témoignent de lectures suivies et approfondies du texte, faites par des mathématiciens ou des philologues férus de sciences. Le *Vaticanus gr*. 203 et le *Constantinopolitanus Seragliensis gr*. 40, deux *corpus* scientifiques contemporains de la seconde renaissance byzantine, appartiennent à la première catégorie. Le *Parisinus gr*. 2342, l'*Ambrosianus* A 101 sup., l'*Upsaliensis gr*. 50, témoins d'une même recension byzantine[72], relèvent de la seconde, tout comme le *Bodleianus Canonicianus gr*. 106 et le *Parisinus gr*. 2356.

2.3.1 Le *Vaticanus gr*. 203 (v)

Le Vaticanus gr. 203[73] est un manuscrit copié dans le tournant du XIII^e^ au XIV^e^ siècle[74]; papier[75], 344×252mm, VI + 104 folios (folios additionnels

[70] Voir *infra*, p. LX.

[71] Sur ce copiste auquel on doit trois copies des *Coniques* (les *Vaticani gr*. 205 et 1575 et le *Parisinus gr*. 2357), voir M.L. Agati, *Giovanni Onorio da Maglie copista greco (1535-1563)*, Supplément 20 au *Bolletino dei Classici*, 2001.

[72] Je lui ai attribué comme sigle la lettre Ψ. C'est ainsi qu'elle sera désignée dans la suite.

[73] Voir la description du manuscrit donnée par G. Mercati et P. Franchi De' Cavalieri, *Codices Vaticani Graeci, I : Codices 1-329*, Rome, 1923, p. 245-246.

[74] Cette datation est fondée sur les deux styles d'écriture pratiqués dans le manuscrit.

99-104 vides) ; lignes à la page : 42-44 et 60-63 (à partir du fol. 56). Il est formé de deux parties bien distinctes[76] : la première (fol. 1^{r}-55^{v})[77], constituée de 7 quaternions (le dernier n'a plus que 7 folios), contient la collection de la « Petite astronomie » (fol. 1^{r}-44^{r}) et le commentaire d'Eutocius sur les *Coniques* (fol. 44^{r}-55^{v})[78]. La seconde (fol. 56^{r}-98^{v}), copiée dans une écriture archaïsante[79], contient le traité des *Coniques* (fol. 56^{r}-84^{r})[80] suivi des deux traités de Sérénus, la *Section du cylindre* (fol. 84^{r}-90^{r}) et la <*Section du cône*> (fol. 90^{r}-98^{v}) ; elle est constituée de cinq quaternions signés par le copiste[81] et numérotés α′ - ε′, auxquels il faut ajouter trois folios (96^{r}-98^{v}) d'un cahier laissé sans signature et qui pouvait être un binion, car il ne manque que l'extrême fin du traité de la *Section du cône* de Sérénus[82]. Les figures dans tout le manuscrit ont été dessinées en marge et sont de même facture. Dans les *Coniques*, seules les propositions 2-10 sont numérotées de la main du copiste. Dans le traité de la *Section du cylindre* de Sérénus, le *Vaticanus gr*. 203 témoigne encore de l'ancienne perturbation dans l'ordre des folios de **V**. Le manuscrit était à la Vaticane sous Jules II ; l'inventaire de Fabio Vigili, dressé autour de 1510, ne laisse aucun doute à ce sujet[83].

2.3.2 Le *Constantinopolitanus Seragliensis gr*. 40 (c)

Le manuscrit a été copié sans doute dans le tournant du XIII^{e} au XIV^{e} siècle[84] ; papier, 323×240mm, 588 pages (282, 348 vides), 2 col. Le traité des *Coniques* (p. 349-518)[85], suivi des deux traités de Sérénus (*Section du*

[75] Le papier est un papier arabe oriental de grand format, plié in-4° (vergeures verticales : 26mm pour 20 ; pontuseaux écartés de 38mm).

[76] Le manuscrit a perdu 28 folios initiaux depuis le XV^{e} siècle. Sur leur possible contenu, voir *Recherches sur les* Coniques…, notes 46 et 56.

[77] Les signatures des cahiers ne sont pas visibles dans l'état actuel du manuscrit. L'écriture très dense appartient au style « bêta-gamma » avec de très fortes influences de la *Fettaugenmode* ; je remercie Mgr Canart pour cette précision.

[78] On lit en titre : Εὐτοκίου ἀσκαλωνίτου εἰς τὸ α′ τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν τῆς κατ᾽ αὐτὸν ἐκδόσεως ὑπόμνημα.

[79] C'est une écriture d'imitation typique qu'on peut rapprocher des écritures archaïsantes pratiquées dans un autre *corpus* scientifique contemporain, constitué autour de 1296, le *Vaticanus gr*. 191 (voir pour sa description, A. Turyn, *Codices Graeci Vaticani saeculis XIII et XIV scripti*, Cité du Vatican, 1964, p. 89-97).

[80] Livre I : fol. 56^{r}-66^{v} ; Livre II : 66^{v}-72^{v} ; Livre III : 72^{v}-79^{v} ; Livre IV : 79^{v}-84^{r}.

[81] Les signatures figurent dans la marge inférieure du premier recto (à l'aplomb de la ligne de justication de gauche) et du dernier verso (à l'aplomb de la ligne de justification de droite).

[82] Les trois lignes de texte manquantes (éd. Heiberg, p. 301, 21-302, 4) sont suppléées par une autre main à la fin du folio 98^{v}.

[83] Voir R. Devreesse, *op. cit.*, p. 163.

cylindre : p. 519-551 ; <*Section du cône*> : p. 551-588), est copié à la fin. Voici le contenu du reste du manuscrit : Théon d'Alexandrie*, Commentaire à l'Almageste*, p. 1-55[86] ; Pappus d'Alexandrie, *Commentaire à l'Almageste* (Livres V-VI), p. 55-180 ; Proclus*, Hypotypose des positions astronomiques*, p. 181-258 ; Philopon, *Sur l'astrolabe*, p. 259-281 ; Géminus, *Introduction aux Phénomènes*, p. 283-347. Les 11 cahiers (10 quaternions et un binion) contenant les traités de Proclus, Philopon et Géminus, copiés d'une autre écriture, ont été insérés après coup et n'ont pas autant souffert de l'humidité que le reste du manuscrit. Le copiste auquel on doit les deux autres parties du manuscrit dessine ses figures entre chaque proposition, dans la continuité de sa copie. Il arrive parfois au texte écrit dans la deuxième colonne d'avoir à s'adapter aux débordements des dessins de la première. Le manuscrit est mutilé à la fin[87]. Il ne présente pas le déplacement des chapitres 19 et 20 de la *Section du cylindre* signalé plus haut. Comme le manuscrit est une copie indirecte de **V**[88], on peut supposer que son modèle a été copié sur **V** avant l'incident.

Heiberg pensait que **c** et le *Parisinus gr*. 2342, l'un des trois manuscrits de la recension byzantine, qu'il croyait le modèle des deux autres, descendaient d'un même apographe de **V**. Il a donné le relevé complet des leçons propres des deux manuscrits dans ses *Prolegomena*[89] et signalé leurs leçons communes, absentes de **V**[90]. Même si, comme on le verra plus loin,

[84] Voir la description du manuscrit dans le catalogue de A. Deissmann, *Forschungen und Funde im Serai. Mit einem Verzeichnis der nichtislamischen Handschriften im Topkapu Serail zu Istanbul*, Berlin-Leipzig, 1933, p. 74-79. Le manuscrit avait été décrit auparavant par F. Blass, « Die griechischen und lateinischen Handschriften im alten Serail zu Konstantinopel », *Hermes*, 23, 1888, p. 622-625. Pour l'histoire du manuscrit, on ajoutera les critiques portées par N.A Livadaras (« Τὸ ἐν ᾿Αθήναις Σπάραγμα τοῦ ΚΩΔ. *Const. Seragliensis* 40 », *Ἐπετηρὶς Ἑταιρείας Βυζαντινῶν Σπουδῶν*, 35, 1966-1967, p. 279-284) aux hypothèses de Deissmann (*op. cit*., p. 76). Voir également l'introduction de G. Aujac dans son édition de Géminus, *Introduction aux Phénomènes*, C.U.F., Paris, 1975, p. XCII-XCIII.

[85] Livre I : p. 349-409 ; Livre II : p. 410-449 ; Livre III : p. 449-491 ; Livre IV : p. 491-518.

[86] Le manuscrit ne contient que la fin du commentaire de Théon. Il faut lui ajouter les feuillets du *Seragliensis* 40a-40b, découverts par Deissmann et mis en ordre par A. Rome pour son édition du traité (*Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*, II, Cité du Vatican, 1936 (Studi e Testi, 72), p. XCI).

[87] La *Section du cône* s'achève au début de la proposition 53 (*desinit* τυχοῦσαι, éd. Heiberg, p. 254, 20).

[88] Voir mon article « La tradition manuscrite… », p. 67-68, note 38.

[89] P. XXII-XXX et p. XXXI-LIII.

[90] P. LIII-LIV. Heiberg a commis quelques erreurs que je rappelle ici (les références renvoient aux pages de son édition) : l'addition de καί après ἄρα (p. 66, 10)

la recension byzantine du traité des *Coniques* nous est transmise, en réalité, par trois témoins indépendants, l'hypothèse de Heiberg d'un modèle commun perdu, qui lierait **c** et la recension Ψ peut-elle être maintenue ? La réponse est négative. Si l'on élimine, en effet, de ce lot, les erreurs de Heiberg dans ses collations, les leçons qui peuvent être des corrections spontanées faites par les copistes, et les leçons absentes des deux autres témoins de la recension, il ne reste qu'un trop petit nombre de fautes communes[91], et qui sont également trop peu significatives, pour étayer cette hypothèse[92].

2.3.3 Les manuscrits de la recension byzantine (Recension Ψ)

Le *Parisinus gr*. 2342, l'*Ambrosianus* A 101 sup. et l'*Upsaliensis gr*. 50 sont tous trois des témoins indépendants d'une recension byzantine dont l'auteur n'a pas corrigé seulement les fautes de copie du traité des *Coniques* et des deux traités de Sérénus accumulées dans la tradition transmise par **V**. Comme j'ai eu l'occasion de le montrer[93], il a également lu attentivement et corrigé tous les traités contenus dans un manuscrit scientifique dont l'*Ambrosianus* donne une idée assez fidèle du contenu. C'est un philologue amateur de sciences, dont il faut situer l'intervention avant la copie du *Parisinus gr*. 2342.

a) Le *Parisinus gr*. 2342[94] (p)

Manuscrit écrit sur du papier italien datable du 3e quart du XIVe siècle[95] ; 293×222mm, 200 folios (+ 126a), nombre de lignes variable. Reliure actuelle exécutée sous Louis XIV. Le volume est dû à une seule main, qui écrit également les scholies[96]. Les figures peu soignées[97] sont

est également dans **V**, ainsi que les leçons δή (160, 21) ; ΓΕΖ (224, 12) ; τὸ ΟΤ (308, 20) ; ΙΕΜ (352, 18) ; ΕΓ (p. 438, 26).

[91] Même s'il ne faut pas s'attendre à trouver un lot important de fautes partagées, car un recenseur fait disparaître non seulement les fautes propres du manuscrit qu'il corrige, mais également celles dont celui-ci hérite.

[92] On relève ainsi seulement 5 fautes communes pour l'ensemble des quatre Livres, dont deux omissions par saut du même au même, qui peuvent toujours avoir été commises de manière indépendante (les références sont faites à l'édition Heiberg) : καί—ΚΒ om. (p. 46, 3-4) ; καί—παράλληλοι om. (p. 194, 25-26) ; pr. καί om. (p. 216, 5) ; ΕΓ pour ΕΤ (p. 298, 28) ; Ξ pour Ζ (p. 382, 13).

[93] Voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 197-225.

[94] Une notice descriptive est disponible à la BNF.

[95] Cette datation est établie par l'examen des filigranes (11 au total).

[96] L'écriture rapide a recours à de nombreuses abréviations. La page, avec figures et scholies, offre un ensemble très dense.

[97] Le copiste dessine les droites à main levée ; l'usage du compas pour les courbes n'est pas systématique.

dessinées dans la marge externe, en regard des propositions correspondantes. Le manuscrit se compose aujourd'hui de 25 quaternions, numérotés de 23 à 47, et du premier folio d'un cahier qui porte le numéro 48. Il manque donc, au début, 22 cahiers, et à la fin, au moins un cahier. Le traité des *Coniques*, accompagné en marge du commentaire d'Eutocius[98] et suivi des traités de Sérénus[99], figure à la fin du manuscrit (fol. 155^{v}-187^{r})[100]. Voici les autres traités : Euclide, *Éléments*, Livres I-XIII[101] et Livres XIV-XV (fol. 1^{r}-96^{r}) ; Marinus, *Introduction aux Données d'Euclide* (fol. 96^{r}-97^{r}) ; Euclide, *Données* (fol. 97^{v}-108^{v}) et *Optique*[102] (fol. 109^{r}-114^{r}) ; Damien, *Optique* (fol. 114^{r}-115^{r}) ; extraits de Géminus (fol. 115)[103] ; Euclide, *Catoptrique* (fol. 116^{r}-118^{r}) ; Théodose, *Sphériques* (fol. 118^{v}-129^{r}) ; Autolycos, *Sphère en mouvement* (fol. 129^{v}-131^{r}) ; Euclide, *Phénomènes* (fol. 131^{r}-137^{r}) ; Théodose, *Lieux géographiques* (fol. 137^{r}-139^{r}) et *Jours et Nuits* (fol. 139^{r}-147^{r}) ; Aristarque, *Dimensions et Distances du soleil et de la lune* (fol. 147^{r}-150^{r}) ; Autolycos, *Levers et Couchers héliaques* (fol. 150^{v}-154^{v}) ; Hypsiclès, *Anaphoricos* (fol. 155^{r-v}). Avant d'entrer à la Bibliothèque royale sous la cote *Regius* 2714, le manuscrit avait appartenu à Mazarin[104].

Le *Parisinus gr.* 2342 appartient à une famille de manuscrits déjà repérée par Heiberg. Il est de même facture (mêmes dimensions, papier en partie identique, même écriture) que le *Parisinus gr.* 1921, les *Coisliniani* 161, 166 et le manuscrit de Jérusalem, *Hierosol. Sti Sepulcri* 150, qui constituent une édition complète d'Aristote, accompagnée de ses principaux commentateurs alexandrins et byzantins. Avec le *Parisinus gr.* 2342, ces quatre manuscrits offrent un ensemble presque complet des matières et des œuvres étudiées dans un cursus supérieur

[98] Le commentaire d'Eutocius entoure le texte d'Apollonios sur trois côtés. Comme le copiste dessine ses figures avant de copier le texte, l'écriture du commentaire s'adapte aux contours des deux séries de figures, celles d'Eutocius et celles d'Apollonios.

[99] Sérénus, *Section du cône* : fol. 187^{r}-195^{v} ; *Section du cylindre* (*desinit* σημεῖα, éd. Heiberg, *Sereni Antinoensis*…, p. 102, 13) : fol. 195^{v}-200^{v}.

[100] Livre I : fol. 156^{v}-167^{v} ; Livre II : 167^{v}-174^{v} ; Livre III : 174^{v}-182^{r} : Livre IV : 182^{v}-187^{r}.

[101] Le manuscrit commence à la proposition I.32.

[102] Dans la recension dite de Théon.

[103] Voir R. Schöne, *Damianos Schrift über Optik*, Berlin, 1897, p. 22, 14-30, 11 ; et J.L. Heiberg, *Heronis Alexandrini Opera quae supersunt omnia*, IV, Leipzig, 1912, p. 102, 9-108, 9.

[104] Voir H. Omont, *Anciens inventaires et catalogues de la Bibliothèque nationale*, IV, Paris, 1913, p. 340.

d'enseignement de la philosophie et des sciences. Il est très vraisemblable que cette édition a vu le jour à Constantinople[105].

b) L'*Ambrosianus* A 101 sup. (*gr*. 28)

Manuscrit de la première moitié ou du milieu du XVI^{e} siècle, papier, 231×171mm, VIII + 226 + XXXVII folios (109^{v}, 110 vides), 30 lignes à la page[106]. Le volume, dû à un seul copiste, dont l'écriture est particulièrement soignée, ne présente aucune figure. Voici le contenu du manuscrit : Euclide, *Éléments*, Livre XIV (fol. 1^{r}-4^{r}) et Livre XV (fol. 4^{r}-5^{v} ; *desinit* ἑκατέρα γὰρ = Heiberg-Stamatis, *Euclides*, V,1, Leipzig, 1977, p. 32, 7) ; Marinus, *Introduction aux Données d'Euclide* (fol. 6^{r}-7^{v}) ; Euclide, *Données* (fol. 7^{v}-25^{r}) ; extraits de Geminus[107] ; Euclide, *Optique* (fol. 26^{r}-34^{v})[108] ; Damien, *Optique* (fol. 34^{v}-35^{v}) ; Euclide, *Catoptrique* (fol. 35^{v}-39^{v}) ; *Coniques* (fol. 40^{r}-86^{v})[109] ; Sérénus, *Section du cône* fol. 86^{v}-100^{r} ; Sérénus, *Section du cylindre* (100^{r}-109^{r}) ; Théodose, *Sphériques* (fol. 111^{r}-138^{r}) ; Autolycos, *Sphère en mouvement* (fol. 138^{r}-142^{r}) ; Euclide, *Phénomènes* (fol. 142^{v}-154^{r}) ; Théodose, *Lieux géographiques* (fol. 154^{r}-158^{r}) ; Théodose, *Jours et nuits* (fol. 158^{r}-174^{r}) ; Aristarque, *Dimensions et Distances du soleil et de la lune* (fol. 174^{r}-179^{v}) ; Autolycos, *Levers et Couchers héliaques* (fol. 180^{r}-188^{r}) ; Hypsiclès, *Anaphoricos* (fol. 188^{r}-189^{v}) ; Théon d'Alexandrie, « *Grand Commentaire* » *aux Tables Faciles* de Ptolémée, (ff 190^{r}-226^{r}). Le manuscrit a été reconnu comme ayant appartenu au collectionneur et bibliophile padouan Gian Vincenzo Pinelli (1535-1601)[110].

[105] Voir Ph. Hoffmann, *Recherches sur la tradition manuscrite du* Commentaire *de Simplicius au* De caelo *d'Aristote*, Thèse de 3^{e} cycle, Université Paris IV, 1981, p. 68-69 et p. 174-182. Voir aussi J. Mogenet, *Autolycus de Pitane*, Louvain, 1950, p. 80-82 ; D. Harlfinger, *Die Textgeschichte der pseudo-aristotelischen Schrift Περὶ ἀτόμων γραμμῶν*, Amsterdam, 1971, p. 55-57 ; P. Moraux (notice sur le *Hierosol. Sti Sepulcri* 150) dans P. Moraux (éd.), *Aristoteles Graecus*, I, Berlin, 1976, p. 385-387 ; pour un point plus récent sur les recherches entreprises sur le copiste des manuscrits (l'*anonymus aristotelicus* de D. Harlfinger) et le milieu qui a vu naître ce travail, voir aussi M. Rashed, *Die Überlieferungsgeschichte der aristotelischen Schrift De generatione et corruptione*, Wiesbaden, 2001, p. 229-236.

[106] Voir A. Martini et D. Bassi, *Catalogus codicum graecorum Bibliothecae Ambrosianae*, Milan, 1906, p. 32. Voir également la description du manuscrit donnée par A. Tihon, *Le « Grand Commentaire » de Théon d'Alexandrie aux Tables Faciles de Ptolémée*, Cité du Vatician, 1985 (Studi e Testi, 315), p. 4-6.

[107] Voir *supra*, note 103.

[108] Dans la recension dite de Théon.

[109] Livre I : 40^{r}-57^{v} ; Livre II : 58^{r}-68^{r} ; Livre III : 68^{r}-79^{v} ; Livre IV : 79^{v}-86^{v}.

[110] Voir M. Grendler, « A Greek Collection in Padua : The Library of Gian Vincenzo Pinelli (1535-1601) », *Renaissance Quaterly*, 33, 1980, p. 413.

c) L'*Upsaliensis gr*. 50

Manuscrit du dernier quart du XVI^{e} siècle[111], papier, 315×210 mm, 315 folios (73-74, 237 vides). Le manuscrit est dû à une seule main. Les figures sont dessinées en marge. L'ex-libris (« ex bibliotheca Sebastiani Miegii ») atteste qu'il a appartenu à un certain Sébastien Mieg, érudit strasbourgeois[112]. Voici le contenu du manuscrit : f. 1^{r}-1^{v} : traduction latine du début de l'*Introduction* de Marinus aux *Données* d'Euclide (avec de nombreuses annotations marginales de première main) ; fol. 3^{r}-10^{v} : Marinus, *Introduction aux Données d'Euclide*[113] ; fol. 10^{v}-72^{v} : Euclide, *Données* ; fol. 75^{r}-236^{v} : *Coniques*[114] ; fol. 238^{r}-285^{v} : Sérénus, *Section du cône* ; fol. 286^{r}-315^{r} : Sérénus, *Section du cylindre*. Le texte de l'*Introduction* de Marinus aux *Données* est le seul à être accentué. L'*Upsaliensis* est un manuscrit d'érudit ; en témoignent l'écriture rapide sans accentuation, les notes en marge du texte de Marinus et les nombreuses manchettes au début des *Données* d'Euclide et des *Coniques*. Il est très certainement de la main de son possesseur Sébastien Mieg. On retrouve la même main dans d'autres manuscrits scientifiques de la Bibliothèque universitaire d'Upsal[115], achetés comme *l'Upsaliensis gr*. 50, aux héritiers de l'érudit strasbourgeois Jean Scheffer (1621-1679) en 1719 ; Jean Scheffer avait acquis la bibliothèque de Sébastien Mieg[116].

[111] Cette datation est établie par l'examen des filigranes. Je remercie M. Hakan Hallberg pour les informations qu'il m'a aimablement communiquées.

[112] Sur la famille des Müg von Boofzheim et sur les trois hommes qui s'appelèrent Sébastien (Sébastien I, mort en 1609, Sébastien II, mort en 1596, et Sébastien III (1579-1638), fils du précédent et la figure la plus connue), voir J. Rathgeber, « Die Schiksale einer Strassburger Bibliothek », *Jahrbuch für Geschichte, Sprache und Literatur Elsass-Lothringens*, 4, 1888, p. 63-71. Dans sa préface au catalogue de Charles Graux (voir Ch. Graux et A. Martin, *Notices sommaires des manuscrits grecs de Suède*, Paris, 1889, p. 19), A. Martin note que Sébastien III n'est sans doute pas l'homme qui a constitué la collection de manuscrits grecs à laquelle appartient l'*Upsaliensis*, car il aurait été trop jeune à l'époque où ces manuscrits ont été écrits.

[113] Comme dans le cas de la tradition latine qui précède, la même main copie le texte et porte en marge des annotations grecques et latines. On y trouve des références à Euclide, Héron d'Alexandrie et Pappus, des leçons en provenance de l'*editio princeps* de Simon Grynaeus (1533) et des conjectures.

[114] Livre I : fol. 75^{r}-136^{v} ; Livre II : fol. 137^{r}-173^{r} ; Livre III : fol. 173^{v}-213^{r} ; Livre IV : 213^{v}-236^{v}.

[115] Voir mon article « La tradition manuscrite… », p. 74-75, notes 91 et 96.

[116] Voir Ch. Graux et A. Martin, *op. cit.*, p. 355, et S.Y. Rudberg, « Notices sur les manuscrits grecs d'Upsal » dans *Studia codicologica*, Berlin, 1977, p. 395-400. Parmi les manuscrits en provenance de la collection Mieg-Scheffer figure l'*Upsaliensis gr*. 45, manuscrit des *Harmoniques* de Ptolémée, copié par Camille Zanetti, qui avait appartenu au mathématicien strasbourgeois Conrad Rauchfuss, dit Dasypodius (1532-1600).

d) Le manuscrit corrigé de la recension Ψ

J'ai montré ailleurs[117] que l'*Ambrosianus* et l'*Upsaliensis* ne sont pas des descendants du *Parisinus* et que l'*Upsaliensis* n'est pas non plus un descendant de l'*Ambrosianus*. Ce sont des témoins d'égale autorité. D'autre part, aucun des trois manuscrits ne partage avec l'un des deux autres un lot de fautes susceptibles d'attester un degré de parenté plus étroit entre eux. Ils n'ont pas eu un accès direct au manuscrit corrigé par le recenseur : ils partagent, en effet, un lot relativement important d'omissions par saut du même au même et de fautes de copie, dont la plupart ont dû se produire après son intervention. Il est invraisemblable, en effet, quand on sait avec quelle minutie notre recenseur corrige, qu'il ait pu laisser échapper tant d'erreurs. Quelquefois, ce sont ses propres corrections qui ont été altérées[118]. On est donc amené à supposer au moins un intermédiaire commun entre le travail du recenseur et nos trois témoins[119].

L'origine du *Parisinus gr.* 2342 permet d'affirmer que nos trois témoins transmettent une recension byzantine. Le recenseur est intervenu sur la forme et le fond. Il a d'abord rétabli avec soin les divisions du traité. Il est intervenu sur les figures, dont il a contrôlé la conformité avec le texte ; certaines ont été redessinées, d'autres ont été omises, parce que jugées superflues. Il a normalisé l'écriture du texte[120] et rédigé de manière plus explicite des passages entiers (en particulier dans la *construction* de la proposition). Il a contrôlé les opérations sur les proportions. Il n'a pas hésité à faire disparaître des séquences corrompues (avec une lacune pour

Comme le note A. Martin (*op. cit.*, p. 21), certains manuscrits scientifiques de la collection Mieg ont sans doute été copiés sur des manuscrits de Dasypodius ; sa bibliothèque a été détruite dans l'incendie du Séminaire Protestant de Strasbourg (24 août 1870).

[117] Voir « La tradition manuscrite… », p. 75-78.

[118] Un seul exemple suffira ici : dans la proposition III.17 (*Apollonii Pergaei…*, éd. Heiberg, I, p. 354, 1), **V** a la bonne leçon τὸ ὑπὸ ΚΖΕ (= τὸ ὑπὸ τῶν ΚΖ,ΖΕ εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, *le rectangle compris par les droites ΚΖ,ΖΕ*), soit ΚΖ×ΖΕ. Les copistes de l'*Ambrosianus* et de l'*Upsaliensis* reproduisent la leçon fautive τὸ ὑπὸ ⟨τῶν⟩ ΚΖ, leçon qui a été mal corrigée dans le *Parisinus* en τὸ ἀπὸ ⟨τῆς⟩ ΚΖ (= τὸ ἀπὸ τῆς ΚΖ εὐθείας ἀναγεγραμμένον τετράγωνον, *le carré construit sur la droite ΚΖ*), soit $ΚΖ^2$. Tout porte à croire que le recenseur avait écrit en marge ou en interligne τὸ ὑπὸ ⟨τῶν⟩ ΚΖ,ΖΕ, comme il le fait toujours pour les produits, et que l'omission de ΖΕ revient à un intermédiaire.

[119] Les fautes accumulées dans l'*Upsaliensis* montrent qu'il dépend d'un intermédiaire supplémentaire pour son accès au texte de la recension.

[120] Il ajoute ainsi systématiquement l'article dans l'écriture des angles, des carrés, des produits et des rapports ; il intervient dans l'écriture des nombres en remplaçant systématiquement le datif δύο par δυσί ; il remplace ἐπειδή par ἐπεί et restitue particules canoniques et formules consacrées.

témoin). Il a d'autre part détecté et corrigé de nombreuses omissions par saut du même au même et la plupart des fautes de lecture commises sur les lettres désignatrices, autant d'erreurs qui finissaient par altérer le contenu mathématique du traité. J'ai mis en évidence[121] l'ampleur et les qualités d'un tel travail, mais aussi les limites des compétences mathématiques de son auteur.

L'*Ambrosianus*, qui donne du traité des *Coniques* une copie particulièrement soignée, est sans doute le représentant le plus complet du vaste *corpus* astronomico-mathématique que notre réviseur a eu l'occasion de corriger[122] ; son témoignage permet, en effet, de postuler l'existence d'un manuscrit du temps des Paléologues[123], dans lequel ont été rassemblés puis soumis à révision par le même homme, outre les *Coniques* d'Apollonios et les deux ouvrages de Sérénus, les Livres XIV et XV des *Éléments* d'Euclide, les *Données* avec l'*Introduction* de Marinus et tous les traités de la « Petite astronomie »[124].

2.3.4 Le *Bodleianus Canonicianus gr.* 106[125]

Manuscrit du deuxième tiers du XVe siècle[126], papier, 231×166mm, 115 folios (folios additionnels 114-115 vides), 24 lignes à la page. Le manuscrit est dû à un seul copiste, dont les signatures (en chiffres grecs) figurent au milieu de la marge inférieure du premier recto et du dernier verso (avec réclames au dernier verso). Le manuscrit est constitué de deux quinions

[121] Voir M. Decorps-Foulquier, « Un corpus astronomico-mathématique au temps des Paléologues. Essai de reconstitution d'une recension », *Revue d'Histoire des Textes*, 13, 1987, p. 15-54.

[122] Ce n'est pas le cas du *Parisinus*. Son copiste, qui dispose de plusieurs sources, ne reproduit le texte de la recension que dans sa copie des *Coniques*, des deux traités de Sérénus, de l'*Optique* de Damien et des extraits de Géminus. Dans le cas des autres ouvrages, notre recension est requise pour des compléments et des corrections.

[123] Et non une « édition humaniste », comme le pensait J. Mogenet, *Autolycus de Pitane*, p. 115.

[124] J'ai repéré d'autres témoins de cet important *corpus* (exception faite des descendants de l'*Ambrosianus*), parmi lesquels il faut citer outre l'*Upsaliensis gr.* 50 (et dans une moindre mesure le *Parisinus gr.* 2342), le *Marcianus gr.* 301 et le *Vaticanus gr.* 204 corrigé.

[125] Le manuscrit est répertorié dans H.O. Coxe, *Catalogi codicum manuscriptorum Bibliothecae Bodleianae, pars III codices graecos et latinos Canonicianos complectens*, Oxford, 1854, coll. 98 ; voir maintenant la réimpression anastatique du catalogue des manuscrits grecs avec corrections, *Bodleian Library. Quarto Catalogues*, I, Oxford, 1969.

[126] Filigrane du manuscrit : croissant proche du type Briquet 5221 (Ancône 1460 ; Naples 1463). Je dois cette identification à M. B. Barker-Benfield de la Bodleian Library, que je remercie ici.

(fol. 1^{r}-20^{v}) suivis de 11 quaternions (21^{r}-109^{v}) et d'un binion (110^{r}-113^{v}). Les figures sont dessinées en marge. Le volume ne contient que les *Coniques* (fol. 1^{r}-113^{v})[127]. Dans le cinquième cahier (fol. 37^{r}-45^{v}), un bifolium a été inséré après le bifolium central (fol. 40-41), interrompant la continuité du texte de la proposition 58. Le premier folio, numéroté 42[128], contient, de la main du copiste, le commentaire d'Eutocius aux propositions 55 et 58 du Livre I[129]. Le travail du copiste a été relu par un réviseur, qui corrige en marge un certain nombre d'omissions.

On ne sait rien de l'histoire du manuscrit avant son entrée dans la collection que le jésuite Matteo Luigi Canonici (1727-1805) constitua à Venise et que la Bodleian Library racheta à ses héritiers en 1817.

Le manuscrit est un descendant du *Vaticanus gr*. 203. et partage d'autre part un modèle commun perdu avec le manuscrit de l'humaniste vénitien Giorgio Valla (*ca* 1447-1500), le *Mutinensis* α. V. 7. 16 (*gr*. 103)[130]. Il a pour apographe le *Guelferbytanus Gudianus gr*. 12[131], manuscrit répertorié dans la bibliothèque de Nicolas Trévisan de Padoue[132], auquel l'humaniste vénitien Matteo Macigno († 1582)[133] légua sa collection.

Le *Canonicianus* est le témoin indirect[134] d'une recension de grande qualité que Heiberg a complètement méconnue. L'analyse interne des corrections, qui gardent encore la trace de la faute initiale, montre que le recenseur a travaillé, aussi bien pour le texte des *Coniques* que pour l'extrait d'Eutocius, sur un manuscrit frère du *Mutinensis*[135]. Elle montre

[127] Livre I : fol. 1^{r}-44^{r} ; Livre II : fol. 45^{r}-69^{r} ; Livre III : fol. 70^{r}-96^{r} ; Livre IV : fol. 96^{v}-113^{v}.

[128] Le second est vide et n'a pas reçu de numérotation.

[129] On retrouve au folio 42 les deux signes d'appel qui figurent en marge des propositions 55 et 58 (fol. 39^{v} et 41^{v}).

[130] Voir « La tradition manuscrite… », p. 82-83. Le nombre de fautes communes entre le *Canonicianus* et le manuscrit de Valla ne laisse aucun doute à ce sujet. Ce lien a été méconnu par Heiberg.

[131] Voir « La tradition manuscrite… », p. 81-82.

[132] Le catalogue de sa bibliothèque a été publié par Giacomo Filippo Tomasini, *Bibliothecae Patavinae manuscriptae publicae et privatae*, Udine, 1639, p. 107-115 ; notre manuscrit est répertorié à la page 115.

[133] Il est même possible que Matteo Macigno soit le copiste de notre manuscrit ; voir « La tradition manuscrite… », p. 82, note 124.

[134] Des exemples précis montrent que le copiste du *Canonicianus* n'a pas devant les yeux un manuscrit porteur de corrections marginales ou interlinéaires, mais un modèle qui avait déjà intégré dans le texte le travail du recenseur ; voir « La tradition manuscrite… », p. 84-85.

[135] Le modèle direct du *Canonicianus* n'est donc pas un manuscrit d'une autre branche, qui aurait intégré les corrections de notre recenseur.

également que notre érudit tire de son propre fond les corrections apportées ; il n'a pas eu recours à d'autres sources pour dépasser le témoignage de son exemplaire. On peut affirmer, d'autre part, que le manuscrit corrigé par le recenseur ne contenait pas le *Commentaire* d'Eutocius, exception faite de l'extrait relatif aux propositions I.55 et 58[136] ; il est vraisemblable, en revanche, qu'il contenait les deux ouvrages de Sérénus[137].

On reconnaît aisément dans ce travail la marque d'un mathématicien. La collation du *Canonicianus* permet ainsi de restituer un ensemble de corrections très pertinentes[138], que l'on croyait dues jusqu'à présent à la sagacité de Memmo, Commandino ou Halley. Le texte reproduit dans le *Canonicianus* est d'une qualité supérieure à celui de la recension byzantine, même s'il est gâté par de nombreuses fautes qui lui sont propres (essentiellement des fautes d'orthographe et des omissions de petits mots), car le travail scientifique dont il est le témoin a porté moins sur la forme que sur le fond[139]. La plupart des graves omissions par saut du même au même héritées de **V**, et qui amputent les chaînes de calcul, ont été repérées et corrigées ; il en est de même des nombreuses fautes commises sur les lettres désignatrices. Les additions introduites dans le texte sont toutes justes d'un point de vue mathématique. Quant aux figures, elles ont été entièrement repensées.

Cette recension a été directement utilisée par le correcteur (et sans doute le commanditaire) de deux manuscrits de la collection d'Antonio Magliabechi (1633-1714), les *Magliabechiani* II. III. 37 et 38[140], écrits, semble-t-il, dans le cercle de Camille Zanetti ; les leçons de la recension sont également reportées soigneusement par le correcteur du *Vindobonensis Suppl. gr*. 9[141], manuscrit copié dans sa première partie, par Camille Zanetti lui-même. La traduction latine de Memmo, parue en 1537, doit tout à ce travail[142].

Compte tenu de l'âge du plus ancien manuscrit qui représente cette nouvelle lecture des *Coniques*, à savoir le *Canonicianus*, et de la

136 Voir « La tradition manuscrite… », p. 85 et 88-89.

137 Voir « La tradition manuscrite… », p. 85 et 98.

138 Notons ici que l'auteur de ce travail a complètement négligé de corriger la préface d'Apollonios, ce qui montre bien qu'il est d'abord intéressé par la restitution du contenu mathématique ; il a ainsi laissé sans correction une faute grave héritée de v : κρύπτειν pour κρίνειν, p. 4, 21.

139 On n'observe aucune intervention sur le style ou la langue, sauf en cas de perte de sens.

140 Voir « La tradition manuscrite… », p. 86-89.

141 Voir « La tradition manuscrite… », p. 96-98.

142 Voir *infra*, p. LXI.

provenance de tous les témoins qui viennent d'être cités, il est logique de rapporter ce travail à un mathématicien appartenant aux milieux humanistes vénitiens et padouans de la seconde moitié du XV^{e} siècle, qui œuvraient au développement des études mathématiques, comme la Scuola di Rialto ou l'université aristotélicienne de Padoue, et qui attachaient une grande importance à la traduction et l'édition des œuvres scientifiques grecques[143].

2.3.5 Le *Parisinus gr*. 2356[144]

Manuscrit du milieu du XVI^{e} siècle, papier italien, 330×220mm, 137 folios, 29 lignes à la page. Filigrane du manuscrit : arbalète inscrite dans un cercle (sans équivalent exact dans Briquet). Reliure XIX^{e} siècle au chiffre de Charles X. Le manuscrit est dû à un seul copiste. On a reconnu la main de Jean le Français[145]. Le manuscrit, constitué de 18 cahiers signés (avec réclames verticales de la main du copiste) est entièrement consacré aux *Coniques* d'Apollonios (fol. 1^{r}-135^{r})[146] ; les folios additionnels 136^{r}-137^{r} contiennent des notes relatives au Livre I, de la même écriture que les nombreuses annotations portées en marge du traité et qui sont attribuées à l'érudit orléanais, féru de mathématiques, Pierre de Montdoré († 1600)[147], dit Montaureus. La même main porte au bas du folio 135^{r} la souscription suivante : « Perlectum Aureliae 15 Martii 1551 »[148]. Le manuscrit a fait partie de la collection de l'historien et homme d'Etat, Jacques-Auguste de Thou (1553-1617)[149]. Il a suivi la destinée de la collection, acquise par Colbert en 1680 et offerte au Roi de France en 1732.

Le *Parisinus gr*. 2356 est un apographe du *Parisinus gr*. 2357[150] ; c'est une copie relativement négligée où les mots sont estropiés et les omissions fréquentes. Le volume présente de très nombreuses corrections et annotations. Aux corrections interlinéaires et marginales du copiste et du

[143] Voir en particulier les chapitres I et II de P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*.

[144] Une notice descriptive du manuscrit est disponible à la BNF.

[145] Voir E. Gamillscheg et D. Harlfinger, *Repertorium der Griechischen Kopisten 800-1600*, 2 A, Vienne, 1989, p. 106.

[146] Livre I : fol. 1^{r}-47^{v} ; Livre II : fol. 48^{r}-78^{r} ; Livre III : fol. 78^{v}-112^{v} ; Livre IV : fol. 113^{r}-135^{r}.

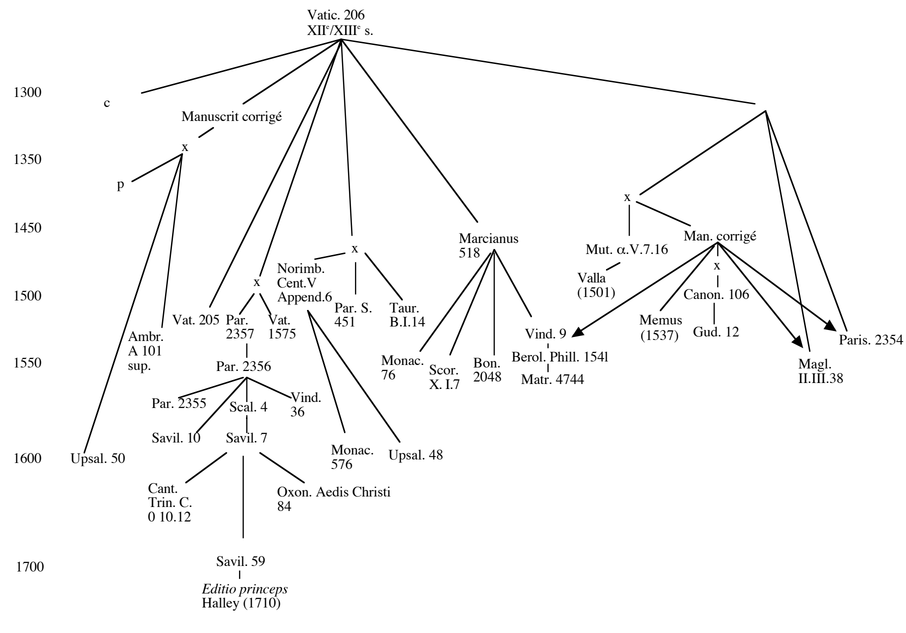
[147] Il succéda en 1552 à Pierre du Chastel dans la charge de maître de la Librairie du Roi.

[148] L'indication est reprise au folio 137^{v}.

[149] Il prit en 1593 la succession de Jacques Amyot dans la charge de maître de la Librairie du Roi. On lit au bas du folio 1^{r} du manuscrit : « Jac. Aug. Thuani » ; le volume est répertorié sous le numéro 102 dans le catalogue de Pierre Dupuy, rédigé en 1617.

[150] Voir « La tradition manuscrite… », p. 108.

réviseur qui supplée les omissions, s'ajoutent toutes les corrections et annotations de Pierre de Montdoré (restitutions du texte, développement des démonstrations, manchettes, références diverses)[151]. L'édition de Halley, comme nous le verrons, doit beaucoup à ce travail d'une exceptionnelle qualité[152], qui a porté sur le texte comme sur les figures, et qui montre à quel point la qualité du texte transmis par **V** s'améliore quand un mathématicien le lit attentivement. Les richesses du livre de Pierre de Montdoré n'ont pas tardé à être exploitées, comme on le voit par la nombreuse descendance du manuscrit. La copie qu'en possède le célèbre savant français Joseph-Juste Scaliger (1540-1609)[153], grand ami de Jacques-Auguste de Thou, est le premier maillon de la chaîne qui nous conduit à l'édition de Halley. Voici le stemma qui permet de visualiser les relations entre les différents manuscrits du traité :



[151] Ce dernier est amené parfois à intervenir sur le texte suppléé en marge par le copiste (f. 50r par exemple) ou à barrer et refaire sa figure (f. 5r).

[152] Le lien qui unit le *Parisinus gr.* 2356 à l'édition de Halley a été reconnu par Heiberg (*Prolegomena*, p. LXXXIV).

[153] De 1593 et jusqu'à sa mort, il occupa à Leyde la chaire laissée vacante par Juste Lipse.

2.4. La tradition indirecte grecque

2.4.1 Les traités du géomètre Sérénus d'Antinoé

Ces deux ouvrages, la *Section du cylindre* et la *Section du cône*, sont transmis par le *Vaticanus gr*. 206 à la suite du traité des *Coniques*[154]. Dans la *Section du cylindre*, les premières propositions du Livre I des *Coniques* ainsi que les premières et secondes *Définitions*, sont mises à contribution, et Sérénus se réfère explicitement, à cette occasion, au traité d'Apollonios[155]. Dans la *Section du cône*, Sérénus reprend certains éléments d'exégèse liés à la tradition d'étude de l'ouvrage des *Coniques*[156]. Depuis P. Tannery[157], on situe la période d'activité de Sérénus dans l'intervalle qui sépare Pappus (deuxième quart du IV^e^ s.) de la fille de Théon d'Alexandrie, Hypatie (*ca.* 370 - 415 ap. J.-C.)[158]. Mon réexamen du problème, sans exclure cette possibilité, permet toutefois de remonter plus haut, jusqu'au début du III^e^ siècle de notre ère[159]. Le numéro 20 sous lequel Sérénus cite la proposition I.21 d'Apollonios dans son traité sur la *Section du cylindre*[160] confirme son appartenance à la tradition d'étude préeutocienne du traité des *Coniques*[161].

[154] Voir *supra*, note 58. Le premier s'emploie à démontrer l'identité des sections transversales du cylindre et du cône ; le second se rapporte aux triangles déterminés dans la surface du cône par les plans menés par le sommet.

[155] Voir mon chapitre « Le témoignage de Sérénus » dans *Recherches sur les* Coniques…, p. 39-41.

[156] Voir mon chapitre « Variantes, lemmes et démonstrations complémentaires : les témoins d'une tradition d'exégèse du traité des *Coniques* », *ibid.*, p. 139-144.

[157] Voir son article « Serenus d'Antissa », *Mémoires scientifiques*, I, p. 290-299 (22.-1883).

[158] La *Souda* (éd. A. Adler, IV, p. 644) nous apprend que la fille de Théon d'Alexandrie, la célèbre Hypatie, avait également composé un commentaire sur les *Coniques*. Il ne nous est pas parvenu ; Eutocius n'y fait aucune allusion. Sur Hypatie, voir la notice de H.D. Saffrey, « Hypatie d'Alexandrie », *Dictionnaire des philosophes antiques*, III, p. 814-817.

[159] Le témoignage du *Parisinus gr*. 1918, relevé par J. Whittaker dans son article « Harpocration and Serenus in a Paris manuscript », *Scriptorium*, 33, 1979, p. 59-62, a montré que Sérénus était postérieur au philosophe du moyen platonisme Harpocration ; voir M. Decorps-Foulquier, « L'époque où vécut le géomètre Sérénus d'Antinoé » dans J.Y. Guillaumin (éd.), *Mathématiques dans l'Antiquité*, Saint-Etienne, 1992, p. 51-58 et *Recherches sur les* Coniques…, p. 33-39.

[160] *Sereni Antinoensis*…, éd. Heiberg, p. 58, 7.

[161] Sérénus aurait également écrit un commentaire sur les *Coniques*. Il y fait allusion à la fin de la proposition 17 de la *Section du cylindre* (*Sereni Antinoensis*…, éd. Heiberg, p. 52, 26-27).

2.4.2 Les *Lemmes* de Pappus aux Livres I-III des *Coniques*[162]

Dans le Livre VII de sa *Collection mathématique*[163], consacré aux traités relevant de l'ἀναλυόμενος τόπος[164], Pappus a réservé une place importante à l'exposé des démonstrations des théorèmes auxiliaires (les « lemmes »)[165] relatifs aux *Coniques* d'Apollonios. Pour les Livres I-III (aucun lemme ne se rapporte au Livre IV), on compte 35 propositions élémentaires qui, pour une bonne part, relèvent de la géométrie du triangle[166]. On dépend exclusivement de leur examen pour déterminer la proposition d'Apollonios susceptible d'être concernée[167], car le texte de Pappus relatif aux Livres I-III, tel qu'il nous a été transmis par le *Vaticanus gr.* 218 (IX^e^/X^e^ s.)[168], n'indique pas le numéro de la proposition des *Coniques* auquel le théorème se rapporte (les lemmes eux-mêmes ne sont

[162] Voir l'édition de Fr. Hultsch, *Pappi Alexandrini…*, II, p. 918, 22-952, 23, et de A. Jones, *Pappus of Alexandria…*, p. 296-323 ; voir également Heiberg, *Apollonii Pergaei…*, II, p. 143-165, et la traduction française de P. Ver Eecke, *Pappus d'Alexandrie. La Collection mathématique*, Bruges, 1933, II, p. 718-750.

[163] Sur la nature de ce vaste *corpus* rassemblant des écrits divers de Pappus, voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 43-52.

[164] En VII 1, Pappus définit l'ἀναλυόμενος τόπος comme une « matière particulière », conçue en vue de la résolution des problèmes géométriques et où l'on « procède par analyse et synthèse », témoignage qui est à rapprocher de celui de Marinus dans son *Introduction aux* Données *d'Euclide* (éd. H. Menge, *Euclidis Opera Omnia*, VI, Leipzig, 1896, p. 252, 23-254, 4). Pappus atteste également qu'à ce domaine d'études était associé un *corpus* de textes dont la liste semble avoir été fixée par la tradition et l'ordre déterminé par la volonté des « éditeurs » ; sur ces témoignages et leur interprétation, voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 149-154.

[165] Dans les traités mathématiques grecs qui nous sont parvenus, le théorème auxiliaire utilisé (τὸ λῆμμα, voir Ch. Mugler, *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs*, Paris, 1958, p. 271-272) peut faire l'objet d'un traitement à part, en précédant ou en suivant le théorème que l'on veut démontrer. Le théorème peut être également implicitement postulé dans le cours de la proposition ; le recensement de ces « lemmes » utilisés au cours de la démonstration et leur explicitation a, semble-t-il, constitué une bonne partie de l'activité des commentateurs postérieurs ; voir M. Caveing, *Euclide d'Alexandrie. Les Éléments traduits du texte de Heiberg*, I, Paris, 1990, *Introduction générale*, p. 141 ; voir aussi T.L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, I, p. 373.

[166] Le compte des *lemmes* I-III adopté dans l'édition de Hultsch, soit 37 propositions, doit être légèrement corrigé. Il faut soustraire ainsi du nombre des *lemmes* relatifs au Livre I les propositions 1 à 3, qui constituent en fait un commentaire de la *définition* I. Par ailleurs, si l'on ne comptabilise pas les variantes de démonstration des lemmes, et si l'on considère comme des propositions à part entière certaines démonstrations, qui auraient mérité un numéro propre, on obtient un total de 35 *lemmes* ; voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 59.

[167] Voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 237-265.

[168] Les *lemmes* relatifs aux Livres I-III figurent aux folios 167^r^-173^v^.

pas numérotés). Seule est fixée la répartition des lemmes par Livre[169]. D'autre part, Pappus a doté ses *lemmes* de figures propres et qui ne reprennent pas les lettres désignatrices de la proposition apollonienne. On observe cependant que la succession des *lemmes* de Pappus dans le *Vaticanus gr*. 218 concorde avec l'ordre des propositions d'Apollonios.

Les *lemmes* de Pappus constituent un témoignage de la lecture que Pappus a faite du traité des *Coniques*, deux siècles avant celle d'Eutocius. En ce sens, ils représentent une partie de la tradition indirecte de l'ouvrage, mais la nature du lien qui les rattache aux *Coniques* demande à être interprétée. Sur les 35 *lemmes* relatifs aux Livres I-III dénombrés, 13 sont susceptibles d'avoir été conçus pour suppléer l'absence d'une étape démonstrative dans la rédaction des propositions des *Coniques*, telle qu'elle nous est parvenue en grec[170] ; ce n'est pas un hasard si 6 d'entre eux se retrouvent dans le commentaire d'Eutocius[171]. Les autres *lemmes*, qui ont un rapport moins direct avec le texte transmis, ou même ne trouvent pas de point d'application, demandent qu'on s'interroge sur le sens et les limites de tels écarts[172].

2.4.3 Le *Commentaire* d'Eutocius au traité *Sur la sphère et le cylindre* d'Archimède[173]

Le commentaire est antérieur aux travaux d'Eutocius sur les *Coniques*[174]. Le traité d'Apollonios fait partie des instruments de travail du

[169] Le manuscrit ne présente que les titres relatifs aux Livres II et III. Les *Lemmes* relatifs au Livre I ne sont pas séparés des *Lemmes* aux *Porismes*, qui les précèdent.

[170] Ce sont les *lemmes* suivants (numérotés selon Hultsch-Heiberg) : I, 4, 5, 10b, 10a ; II, 3 (+4), 10b, 12 ; III, 3, 4, 5a, 5b, 7, 13 (a+b).

[171] Ce sont les lemmes I, 4, 5, 10b, 10a ; II, 3 (+4) ; III, 7 ; Voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 267-270, et *infra*, p. XLV-XLVII.

[172] On trouvera dans l'analyse des *lemmes* destinés aux septième et huitième Livres pris ensemble proposée par R. Rashed (*Les mathématiques infinitésimales*…, III, p. 3-12) un exemple des questions auxquelles on se trouve confronté dans l'établissement de la correspondance entre le texte des *lemmes* et celui des propositions apolloniennes. Voir aussi J.P. Hogendijk, *Ibn al-Haytham's Completion of the Conics*, New York, etc., 1985, p. 44-47, et A. Jones, *Pappus of Alexandria*…, p. 474-502.

[173] Le commentaire a été édité par Heiberg, *Archimedis Opera omnia cum commentariis Eutocii*, III, Leipzig, 1915, p. 2-224, et par Ch. Mugler, *Archimède*, C.U.F., IV, Paris, 1972, p. 12-140.

[174] L'introduction de Mugler (*op. cit*., p. 1) doit être corrigée sur ce point. Eutocius se réfère expressément à son commentaire de la proposition II.4 du traité d'Archimède dans son commentaire à la proposition I.11 des *Coniques* (*Apollonii Pergaei*…, II, p. 218, 9-11). Les commentaires aux traités d'Archimède dont la dédicace est adressée au philosophe alexandrin Ammonius (*Sphère et Cylindre* et *Mesure du cercle*) sont des œuvres de jeunesse ; sur Ammonius (vers 440 - après 517), voir la notice de

commentateur. Quelques propositions des Livres I-II s'y trouvent citées sous leur numéro propre[175] ; certaines d'entre elles accusent un décalage avec les numéros de l'édition d'Eutocius des *Coniques*. On retrouve le même écart dans d'autres sources grecques et arabes qui ont eu accès à une tradition préeutocienne[176]. Que la précision de ces références soit à rapporter à Eutocius ou à l'éditeur de son commentaire[177], elles fournissent un témoignage précieux sur l'ordonnance des propositions dans les éditions encore couramment utilisées à l'époque. On observe que le traité des *Coniques* y est cité sous le titre : *Éléments des Coniques* (τὰ Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχεῖα), alors que, dans le *Commentaire sur l'*Équilibre des figures planes, le traité porte le nom que nous lui connaissons depuis Sérénus, à savoir τὰ Κωνικά.

2.4.4 Le *Commentaire* d'Eutocius aux *Coniques*[178]

Le commentaire est dédié à Anthémius, qu'on a toujours identifié, depuis Heiberg[179], au « mécanicien » de Justinien, Anthémius de Tralles, qui dirigea avec Isidore de Milet la construction de Sainte-Sophie en 532[180]. Le commentaire remplissait à l'origine les marges de l'édition procurée par Eutocius[181]. La tradition médiévale grecque l'a transmis séparément par

H.D. Saffrey, « Ammonios d'Alexandrie », *Dictionnaire des philosophes antiques*, I, p. 168-169. Les deux commentaires ont fait l'objet d'une « édition » de la part du « mécanicien » de Justinien, Isidore de Milet, selon les souscriptions d'un disciple, qui ont été conservées (*Archimède*, IV, p. 40, 23-26 ; p. 140, 22-25 ; p. 163, 14-16). L'histoire connaît deux Isidore de Milet, l'oncle et le neveu, promis à une célébrité égale ; le premier dirigea avec Anthémius de Tralles la construction de Sainte-Sophie en 532, le second présida seul à la reconstruction de la coupole après son effondrement en 558.

175 Il s'agit des propositions I.21, I.26, I.35, II.1, II.3, II.8 respectivement citées sous les numéros I.20, I.27, I.34, II.1, II.3, II.8 dans la rédaction eutocienne des solutions anciennes au problème d'Archimède II.4.

176 Voir le tome I. Voir aussi *Recherches sur les* Coniques…, p. 99-111.

177 Voir plus haut.

178 Il a été édité par Heiberg dans le volume II de son édition des *Coniques* (p. 168-360).

179 Voir son étude « Philologische Studien zu griechischen Mathematikern, I : Über Eutokios », *Jahrbücher für classische Philologie*, Supplément XI, 1880, p. 357-384.

180 L'identification est d'autant plus vraisemblable qu'on doit à Anthémius le célèbre écrit catoptrique sauvegardé dans les deux premiers folios du manuscrit de Pappus, le *Vaticanus gr*. 218. Les propriétés des coniques y sont directement utilisées pour la construction de miroirs ardents ; sur la tradition gréco-arabe de ce texte, voir en dernier lieu R. Rashed, *Les catoptriciens grecs*, C.U.F., I, Paris, 2000.

181 C'est Eutocius qui nous l'apprend lui-même : Πλειόνων δὲ οὐσῶν ἐκδόσεων, ὡς καὶ αὐτός φησιν ἐν τῇ ἐπιστολῇ, ἄμεινον ἡγησάμην συναγαγεῖν αὐτὰς ἐκ τῶν ἐμπιπτόντων τὰ σαφέστερα παρατιθέμενος ἐν τῷ ῥητῷ διὰ τὴν τῶν

l'intermédiaire du *Vaticanus gr*. 204, manuscrit copié entre 830 et 850[182]. Il s'agit d'un commentaire suivi qui examine successivement, en respectant la progression du texte d'Apollonios, chacune des propositions méritant commentaire[183]. Ce travail est très précieux pour deux raisons essentielles : outre la fonction d'exégèse qui lui est assignée dans la pure tradition alexandrine de l'ὑπόμνημα — le commentateur éclaire et justifie le texte de l'auteur — , il est également le témoin du travail de l'éditeur[184]. Le commentateur précise ainsi les objectifs qu'il a poursuivis dans son édition[185] et fait état des manuscrits qu'il a recherchés. Il expose ses critères

εἰσαγομένων εὐμάρειαν, ἔξωθεν δὲ ἐν τοῖς συντεταγμένοις σχολίοις ἐπισημαίνεσθαι τοὺς διαφόρους ὡς εἰκὸς τρόπους τῶν ἀποδείξεων, éd. Heiberg, p. 176, 17-22. « Puisqu'il existe plusieurs éditions de l'ouvrage, comme Apollonios le dit lui-même dans sa dédicace, j'ai pensé qu'il était expédient de les réunir en une seule, en plaçant dans le texte les parties les plus claires parmi ce qui s'offrait à moi, pour la commodité des débutants, et en notant en marge les variantes de démonstration dans les commentaires ordonnés, comme c'est l'usage. » (trad. M. Federspiel).

[182] Manuscrit de parchemin, III + 206 folios, 345 × 251mm, 33 lignes par page le plus souvent ; voir G. Mercati et P. Franchi De' Cavalieri, *Codices Vaticani Graeci*, I, p. 246-248. Le manuscrit est également décrit par J. Mogenet, *Autolycus de Pitane*, p. 71-72, et par G. Aujac, *Autolycos de Pitane*, C.U.F., Paris, 1979, p. 29-31. Pour sa datation voir J. Irigoin, « Survie et renouveau de la littérature antique à Constantinople (IXe siècle) », *La tradition des textes grecs…* (n° 10), p. 229 note 71, et E. Follieri, « La minuscola libraria dei secoli IX e X » dans *La paléographie grecque et byzantine*, Paris, 1977, p. 144. Le manuscrit contient outre les traités de la « Petite astronomie » (fol. 1r-145r) et le commentaire d'Eutocius (fol. 146r-173r), les *Données* d'Euclide accompagnées de scholies et de l'*Introduction* de Marinus (fol. 173r-198r), et enfin une collection de scholies aux *Éléments* d'Euclide I.88-X.352 (fol. 199r-206v). C'est le même copiste qui a écrit les folios 1r-173r. Le reste du manuscrit est copié d'une écriture rapide, avec une mise en page moins régulière. Sur le classement des manuscrits du commentaire d'Eutocius, voir les *Prolegomena* de Heiberg, p. IV-IX.

[183] Voici le contenu du commentaire pour le Livre I : Eutocius commente dans l'ordre la lettre-préface d'Apollonios du Livre I, les *Premières définitions*, les propositions 1-7, 11, 13, 14, 16, les *Secondes définitions*, les propositions 17, 18, 20, 21, 23, 25, 26-28, 30-32, 34, 37, 38, 41-50, 54, 55, 58. À cela il faut ajouter son commentaire de l'*epilogus* d'Apollonios qui figure après la proposition 51 du Livre I, ainsi que deux sommaires consacrés aux résultats obtenus dans les propositions 1-13, 14-16, 17-60. Eutocius procède de la même manière pour les Livres suivants. Même si le commentaire n'est pas continu, l'ensemble constitue un tout construit et vivant, avec des références internes, le commentateur renvoyant assez souvent son lecteur à ses explications précédentes.

[184] Voir mon chapitre « Le témoignage d'Eutocius » dans *Recherches sur les* Coniques…, p. 61-97.

[185] Sur cette question et ses implications, voir M. Decorps-Foulquier, « Eutocius d'Ascalon éditeur du traité des *Coniques* d'Apollonios de Pergé et l'exigence de clarté : un exemple des pratiques exégétiques et critiques des héritiers de la science

de choix en cas de divergence entre ses sources, et consigne dans son commentaire le texte qu'il rejette. L'enregistrement des variantes recueillies (les *variae lectiones*), en l'occurrence ici les variantes de démonstration, constituait l'une des fonctions traditionnelles de l'ὑπόμνημα ; mais, ici, cette activité d'exégèse se fait en lien avec le propre travail d'édition du commentateur, puisqu'il s'agit, en conservant ce qui n'a pas été retenu pour l'édition, de permettre au lecteur de contrôler le bien-fondé des choix opérés. Eutocius le dit lui-même dans son commentaire de la proposition III.23, à propos des variantes de démonstration (ἄλλως τινὲς ἀποδείξεις) non retenues pour le texte édité : ἵνα δὲ οἱ ἐντυγχάνοντες ἀπὸ τῆς διαφόρου παραθέσεως πειρῶνται τῆς ἡμετέρας ἐπινοίας, ἐξεθέμεθα ταύτας ἐν τοῖς σχολίοις[186] (« mais pour que les lecteurs puissent se faire une idée de notre dessein par la comparaison des différences, nous les avons placées dans les scholies », trad. M. Federspiel).

Lorsque Eutocius expose le texte non retenu, on peut mieux juger des conditions dans lesquelles il a exercé son jugement critique. Malheureusement, le plus souvent, le commentateur reste allusif. Lorsqu'il signale, par exemple, que ses manuscrits présentent un texte très diversifié ou moins général ou trop peu clair, ou encore que, dans certaines de ses sources, ce sont des cas particuliers qui se voient indûment élevés au rang de propositions, on aimerait qu'il nous dise en même temps quelles sources exactes il a suivi pour éditer le texte qu'il procure, et s'il est lui-même intervenu pour améliorer le texte de la tradition.

Le témoignage d'Eutocius, aussi précieux soit-il, n'est donc pas assez explicite et reste partiel, car toutes les propositions ne sont pas commentées. Dans les cas les plus favorables, grâce aux références qui sont faites au texte des *Coniques* et à ses figures[187] (citations du texte d'Apollonios sous forme de lemmes en début de commentaire ou allusions diverses), il constitue néammoins la meilleure base de comparaison à notre disposition pour restituer le texte édité par Eutocius et combler l'écart qui le sépare de **V**.

alexandrine » dans G. Argoud et J.Y. Guillaumin (éds.), *Sciences exactes et appliquées à Alexandrie (III^e siècle av. J.-C. - 1^er siècle ap. J.-C.)*, Saint-Etienne, 1998, p. 87-101.

[186] Éd. Heiberg, p. 336, 6-8.

[187] Non seulement Eutocius se réfère explicitement aux figures de son édition, mais il fournit des indications précises sur leur conception et leur mode d'exécution. Sur ces questions voir M. Decorps-Foulquier, « Sur les figures du traité des *Coniques* d'Apollonios de Pergé édité par Eutocius d'Ascalon, *Revue d'Histoire des Mathématiques*, 5, 1999, p. 61-82, et *Recherches sur les* Coniques…, p. 86-97.

2.5. La tradition latine

Elle est constituée par la version médiévale faite sur l'arabe des *Premières définitions* du Livre I, et de la section intitulée « Préliminaires », qui figure à leur suite dans l'édition des Banū Mūsā. Cette traduction[188] est attribuée à Gérard de Crémone (1114-1187). Elle précède la traduction *des Miroirs ardents paraboliques* d'Ibn al-Haytham, dans le *Parisinus lat*. 9335 (autour de 1200), considéré comme un témoin très sûr des traductions de Gérard. Cet extrait des *Coniques* a eu un impact historique considérable, puisqu'il sera le seul fragment connu et diffusé pendant tout le Moyen Age. Sa traduction avec celle du traité d'Ibn al-Haytham seront à l'origine des premiers traités occidentaux sur les sections coniques[189].

2.6. La tradition arabe

Je rappelle ici que les traducteurs arabes des *Coniques* avaient au moins deux sources : une source manuscrite des Livres I-VII, acquise en premier, d'après ce qu'affirment les Banū Mūsā dans leur préface[190], et un exemplaire de l'édition d'Eutocius des Livres I-IV, trouvé par Aḥmad, le cadet des Banū Mūsā, toujours selon la même préface, lors d'un séjour professionnel en Syrie. L'ensemble des témoignages rassemblés par Roshdi Rashed dans le tome I sur l'histoire des traditions arabes et l'histoire du texte de la version arabe ont permis de restituer un certain nombre des étapes de l'histoire complexe de l'entreprise de traduction des *Coniques* d'Apollonios depuis l'acquisition des sources grecques jusqu'à l'édition finale transmise par la tradition manuscrite arabe.

[188] Le texte latin de Gérard de Crémone a été édité par Heiberg, *Apollonii Pergaei…*, II, p. LXXV, 27-LXXX, 16. M. Clagett l'a traduit en anglais dans *Archimedes in the Middle Ages*, IV, Philadelphie, 1980, p. 4-13 (le texte du *Parisinus lat*. 9335 est donné en notes).

[189] Voir plus loin, p. LVIX-LX.

[190] Sans doute en territoire byzantin, à la suite de diverses missions scientifiques (voir le tome I).

2.7. La comparaison des sources grecques et arabes

Compte tenu de la nature des sources à notre disposition, et en l'absence d'autre base documentaire, la confrontation du texte transmis par **V** avec la tradition arabe et la tradition indirecte grecque s'inscrit, pour ce qui concerne l'édition critique du texte grec, dans les limites théoriques suivantes :

- En cas de désaccord entre **V** et le texte arabe, le commentaire d'Eutocius a une fonction discriminante pour l'édition du texte grec. S'il confirme **V**, il nous assure qu'Eutocius a bien édité le texte transmis ; il nous donne en même temps la certitude que le texte arabe renvoie à une tradition indépendante, remontant plus haut dans l'histoire du texte, à la condition toutefois que les divergences constatées ne soient pas explicables par les choix ou les contraintes de traduction. Si le commentaire confirme le texte arabe contre **V**, cela ne veut pas dire obligatoirement que les traducteurs arabes ont ici suivi leur source eutocienne, dont ils transmettraient un état plus plus proche de l'original que **V**. Cela peut aussi signifier que le modèle grec du traducteur représente la tradition antique (édition d'Eutocius comprise), mais que **V** s'en est écarté. Il faudra tenter de comprendre pourquoi : incident dans la transmission de l'édition d'Eutocius ou intervention éditoriale postérieure à Eutocius. Si le texte de **V** n'est pas fautif, l'éditeur du texte grec ne peut que suivre sa source directe.

- Si l'on dispose également du témoignage de Pappus et de Sérénus, la comparaison offre des points de repère plus précis. Ainsi, un accord de Pappus et de Sérénus avec la traduction arabe contre **V** et le commentaire d'Eutocius, signalerait immédiatement une innovation de l'édition d'Eutocius. L'édition du texte grec, qui restitue la recension eutocienne, ne pourrait en ce cas que suivre le témoignage de **V**.

Mais on se doute, compte tenu de la nature des témoignages à notre disposition, que les exemples permettant une comparaison de toutes les sources disponibles sont rares ; on se trouve confronté dans la grande majorité des cas à un tête-à-tête entre le texte grec transmis et le texte arabe. C'est donc le plus souvent l'analyse interne qui doit orienter l'interprétation, éclairée par la connaissance de la tradition des mathématiques grecques et des traditions éditoriales antiques et médiévales[191].

[191] Ces discussions sont menées dans mes Notes complémentaires.

III. ESQUISSE D'UNE HISTOIRE DU TEXTE GREC TRANSMIS

3.1. Les principales étapes

Je donne ci-dessous un aperçu des différentes étapes de l'histoire du texte transmis par nos sources grecques, telles qu'elles peuvent être reconstituées, et signale les questions encore en suspens.

3.1.1 Les enseignements de la lettre-préface du Livre I

Grâce au témoignage de la lettre d'envoi du Livre I, adressée à Eudème de Pergame, nous savons que la composition et la mise en circulation de l'ouvrage se sont étalées dans le temps, mais que, dès l'origine, le traité a été conçu pour constituer huit Livres[192] (et donc correspondre au contenu de huit rouleaux). Une première ébauche de ces huit Livres a été remise au géomètre Naucratès avant son départ d'Alexandrie. La même préface nous apprend qu'une version non corrigée des Livres I et II a également circulé. La tradition a-t-elle recueilli des éléments de ces ébauches du traité, antérieures à l'envoi des Livres I-III à Eudème, et sous quelle forme ? Certaines démonstrations ont-elle pu constituer le premier noyau d'une tradition d'exégèse autour du traité des *Coniques* ? C'est une question qui reste posée. Autre question qui doit être soulevée : pour quelle raison le Livre III nous est-il parvenu sans lettre d'envoi ? Cette absence est déjà notée par le commentateur Eutocius[193].

3.1.2 L'état du texte accessible à Pappus

Dans le sommaire du Livre VII de la *Collection mathématique* consacré au traité d'Apollonios (VII 30-42), Pappus reproduit la partie de la lettre-préface du Livre I qui donne le contenu de l'ensemble de l'ouvrage (VII 32). Les quelques divergences significatives que j'ai recensées avec le texte transmis par **V**[194] montrent que le texte de Pappus n'est pas exempt d'approximations et s'est ouvert à des interventions érudites. L'exposé des théorèmes auxiliaires relatifs aux Livres I-III (VII 237-272), qui suit le commentaire de la *définition* 1 (VII 233-236), est un peu plus riche d'informations. Rappelons que ces *lemmes* ne gardent rien des propriétés des coniques, mais exposent seulement des relations métriques appartenant à la géométrie plane élémentaire. En l'absence d'indications formelles de la part de Pappus, la correspondance établie avec les propositions d'Apollonios ne peut pas être considérée comme strictement textuelle. Elle

[192] Voir *supra*, p. XV-XVII.
[193] Éd. Heiberg, p. 314, 4-5.
[194] Voir Note complémentaire [8].

atteste tout au plus une appartenance à un même exposé mathématique. Voici les *Lemmes* relatifs au Livre I (les démonstrations qui peuvent s'appliquer à une étape omise dans le texte sont suivies d'un astérisque)[195] :

Lemme Pappus n° Hultsch-Heiberg	Contenu	Numéro de la prop. concernée	Référence du passage dans *Coniques* I	Lemme d'Eutocius (pages Heiberg)	Comparaison avec Eutocius (procédé)
4* (VII 237)	Relations dans le cercle	I.5	p. 24,9-11	208,7-15 208,15-210,7	≠ =
5* (VII 238)	Relations dans les triangles	I.34	p. 120,5-6	248,23-250,10	=
6 (VII 239)	Segments proportionnels	I.37	p. 128,5-130,9		
7 (VII 240)	Division des rapports	I.39 (ou I.41 ?)	p. 138,1-12 (ou 144,13-14)		
8 (VII 241)	Rapports entre parallélogrammes équiangles	I.41	p. 146,2-5		
9 (VII 242)	Relations dans les triangles	I.43 (?)			
10 a* (VII 243)	Rapports entre polygones de même aire	I.50	p. 174,11-13	272,17-26	≠
10b* (VII 244)	*Id.*	I.49	p. 170,6-9	270,19-272,16	≠
11a+11b (VII 245-6)	Relations dans les triangles	I.54	p. 190,13-19		

Sur ces 10 démonstrations, on peut invoquer seulement les lemmes 4, 5, 10a, 10b comme témoins d'un lien direct avec la proposition grecque transmise[196], puisqu'ils peuvent servir à suppléer une étape de la démonstration. Ces théorèmes trouvent un parallèle dans le commentaire d'Eutocius, ce qui n'est pas surprenant. Les lemmes 6, 7, 11a et 11b exposent des procédés de démonstration qui doublent ceux d'Apollonios ou en proposent de légères variantes[197]. S'il fallait adopter le parti pris de

[195] Le tableau présenté ne signale que la première occurrence de l'application du *lemme*.
[196] Voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 237-240.
[197] Voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 243-253.

Heiberg de considérer que tout lemme a pour mission de combler une étape omise dans la chaîne démontrative, il faudrait, comme lui[198], en déduire que le texte grec transmis a été interpolé après Pappus, chaque fois que les théorèmes du mathématicien concernent un passage où il n'y a pas de chaînon manquant. Cette position, si elle est systématique, ne manque pas de créer quelques difficultés. Dans cette hypothèse, en effet, certaines propositions des *Coniques* seraient réduites à une portion congrue, comme ici les propositions 37 et 39. Les quatre lemmes 6, 7, 11a et 11b peuvent parfaitement représenter une schématisation des procédures appliquées par Apollonios. En revanche, les lemmes 8 et 9 donnent matière à discussion et, même si aucune certitude ne peut être acquise, demandent qu'on s'interroge sur le texte que lisait Pappus[199].

3.1.3 L'état du texte accessible à Eutocius

Dans son commentaire des propositions d'Apollonios, Eutocius confirme son utilisation de plusieurs manuscrits des *Coniques*[200]. Il souligne leur diversité dans sa préface du Livre III, et parle à ce sujet de l'activité des « Anciens »[201]. L'examen et le classement de la documentation rassemblée à partir de la lecture du commentaire donnent un premier aperçu de la tradition à sa disposition. On observe que la plupart des variantes de démonstration qu'Eutocius affirme avoir trouvées dans ses exemplaires (ἔν τισιν ἀντιγράφοις) et pour lesquelles il semble s'être posé le problème du choix trahissent une origine scolaire[202] et ne se différencient guère de ce point de vue des variantes qu'il expose à titre de complément, sans faire référence à une origine manuscrite[203]. Bien peu peuvent nous faire douter de l'authenticité du texte transmis. D'autre part, il est frappant de voir qu'il y a très peu d'exemples susceptibles d'établir un lien entre la tradition que recueille le commentaire, et celle que nous livre la traduction faite sous l'égide des Banū Mūsā.

[198] Voir ses *Prolegomena*, p. LVIII-LXII.

[199] Voir Notes complémentaires [77] et [80].

[200] Voir *supra*, note 181.

[201] Éd. Heiberg, p. 314, 2-3.

[202] Voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 82-87.

[203] Eutocius recueille sans doute ici des éléments venus de ses prédécesseurs, mais sur ces derniers, lui-même ne nous dit rien. Il reconnaît implicitement l'existence de commentaires antérieurs au sien dans sa préface au commentaire du Livre III, puisqu'il souligne n'avoir pas trouvé de commentaires à ce Livre dignes d'intérêt (οὐδὲ σχόλια εἰς αὐτὸ ἄξια λόγου τῶν πρὸ ἡμῶν εὑρίσκεται, *Coniques*, éd. Heiberg, II, p. 314, 5-6).

3.1.4 L'édition commentée d'Eutocius

L'édition commentée d'Eutocius est l'état du texte dont la tradition médiévale grecque est l'héritière[204].

a) Les Livres édités

En envisageant de « faire un exposé des Livres suivants sur le même modèle » dans la préface de son commentaire au Livre IV[205], Eutocius dit lui-même que son travail d'édition n'a porté que sur les quatre premiers Livres, confortant en cela le témoignage de **V**. Les Banū Mūsā confirment indirectement cet état de fait quand ils affirment dans leur préface avoir découvert en Syrie une édition des Livres I-IV due à Eutocius d'Ascalon.

La question qui se pose est de savoir si Eutocius innovait en la matière. Il ne dit rien sur la manière dont se présentaient avant lui les éditions des *Coniques*. Son commentaire de la lettre-préface du premier Livre aurait pu être l'occasion de livrer quelques éléments sur sa connaissance des Livres V-VIII. Il explicite seulement le concept des *minima* et des *maxima* à propos du Livre V, en prenant pour base le cercle ; il ne donne aucune explication supplémentaire à propos des Livres VI-VIII, estimant que les termes d'Apollonios dans sa lettre sont assez clairs. D'autre part, ni à cet endroit ni dans la préface de son commentaire au Livre IV, quand il propose à son dédicataire de faire le même travail pour les « Livres suivants », il ne signale, comme il l'avait fait pour la lettre d'envoi du Livre III, l'absence dans ses sources du Livre VIII.

Revenons aux Livres considérés par Apollonios dans sa préface comme constituant « l'exposition des Éléments ». On remarque que nos trois sources indirectes grecques (Sérénus, Pappus, Eutocius) fournissent surtout des éléments sur le Livre I. Pappus et Eutocius livrent également des éléments sur les Livres II et III. Pappus, on l'a vu, n'expose aucun lemme relatif au Livre IV. Seul Eutocius témoigne de l'existence d'une tradition d'exégèse du Livre IV, mais sous la forme de quatre variantes de démonstration seulement. La pauvreté du matériel exégétique relatif au Livre IV est à la fois confirmée et justifiée par Eutocius : dans la préface de son commentaire au Livre IV, il estime, en effet, que le texte est suffisamment clair, surtout dans sa propre édition, pour ne pas réclamer de commentaires suivis[206].

Ces observations doivent être prises en compte quand on s'interroge sur la configuration des éditions du traité des *Coniques* avant Eutocius. Il n'est pas impossible qu'il ait existé avant Eutocius des éditions séparées du

[204] Sur les preuves du lien, voir *supra*, p. XVIII.
[205] Éd. Heiberg, p. 356, 1-4.
[206] Éd. Heiberg, p. 354, 5-7.

Livre I ou des Livres I-III, autour desquelles s'était plus particulièrement développée une tradition d'exégèse. D'autre part, il ne faut pas oublier l'influence qu'a pu avoir sur l'unité du traité le passage du *volumen* au *codex* ; on peut fort bien imaginer dans les éditions usuelles antérieures à Eutocius une répartition des Livres I-VII[VIII] en deux tomes, dont les contenus respectifs ont pu connaître des destins différents. Quoi qu'il en soit de la manière dont Eutocius trouvait édités les différents Livres des *Coniques* dans ses sources, en livrant en un seul *codex* une édition des Livres d'« Éléments », et qui plus est commentés, il en assurait le succès et donc la transmission.

b) La mise en page

Il n'est pas inutile de préciser ici la mise en page de l'« édition commentée » d'Eutocius, telle qu'on peut la déduire de son propre témoignage et d'un certain nombre d'observations. Le terme employé par Eutocius, dans son introduction, pour désigner l'emplacement marginal de son exégèse est l'adverbe ἔξωθεν[207]. C'est bien l'un des deux adverbes attestés pour distinguer ce qui est dans les colonnes d'écriture (ἔσωθεν) et ce qui est en dehors (ἔξωθεν).

Les graves lacunes observées dans le texte transmis par le *Vaticanus gr*. 204 et l'interversion des commentaires des propositions I.44 et 45 confirment le passé marginal du commentaire[208]. La proximité originelle des deux textes, celui d'Apollonios et celui d'Eutocius, se déduit également du mode de fonctionnement de cette « édition commentée ». Il s'établit, en effet, une sorte d'intéraction entre le texte primaire et le texte secondaire. Ainsi, à plusieurs reprises, au cours d'explications de points particuliers, on voit Eutocius demander à son lecteur de se reporter à « la figure du texte » (ἡ ἐν τῷ ῥητῷ καταγραφή) pour des raisons de commodité (il évite ainsi d'ajouter des figures dans son commentaire). On le voit même éditer les figures d'Apollonios en fonction des contraintes qui sont les siennes. Il nous explique ainsi, à propos des propositions III.6-10[209], avoir édité une seule figure par proposition, mais susceptible de répondre à « la démonstration de tous les cas », pour ne pas avoir à en traiter dans ses commentaires et ennuyer les lecteurs en « multipliant les figures ».

[207] Voir *supra*, note 181. Sur la description de la page écrite, voir les données rassemblées par D. Manetti, « La terminologie du livre : à propos des emplois d'ὕφος et ἔδαφος dans deux passages de Galien », *Revue des Etudes Grecques*, 119, 2006, p. 157-171.

[208] Dans un *codex*, ce sont les marges qui sont les plus exposées aux altérations de toutes sortes.

[209] Éd. Heiberg, p. 322, 1-10.

D'autre part, le fait que le commentateur demande au lecteur de se reporter directement à « la figure du texte », montre que celle-ci avait un espace parfaitement identifiable au sein de la page (ce que confirme **V**), sans confusion possible avec les figures du commentaire. Quant à ces dernières, Eutocius y renvoie son lecteur de manière naturelle, parfois avec un numéro d'ordre, quand elles sont multiples, ce qui suppose qu'elles étaient, elles-aussi, parfaitement intégrées dans l'espace réservé au commentaire. L'ensemble de ces observations doit donc nous faire supposer une répartition réglée au sein d'une même page entre texte primaire et texte secondaire.

Ajoutons que la longueur des explications d'Eutocius dans son commentaire, qui ne correspondent parfois qu'à deux ou trois lignes du texte d'Apollonios, réclame, de toute évidence, l'utilisation de toutes les marges de la page (supérieure, inférieure et latérale externe) ; c'est la condition pour que les remarques du commentateur ne soient pas trop distantes du passage commenté[210]. Il faut donc sans doute supposer des manuscrits de grand format pour les premiers exemplaires de cette édition commentée, tels que les manuscrits conservés du VIe siècle peuvent encore en donner l'exemple[211].

c) Les figures éditées

Les références précises d'Eutocius aux figures de son édition peuvent parfois être précieuses pour faire le tri entre les figures dont il hérite, celles qu'il ajoute, et celles qui ont investi le traité postérieurement[212]. De manière générale, les figures transmises dans **V** permettent d'observer des habitudes qui sont sans doute antérieures à Eutocius. On observe ainsi que c'est l'hyperbole dont la partie concave est tournée vers la droite qui est reproduite dans **V** ; on note aussi que le diamètre de l'ellipse, quand il est prolongé jusqu'à la rencontre avec la tangente, est prolongé vers la gauche. Dans le cas où plusieurs hyperboles ou ellipses sont dessinées, ce sont bien les figures qui présentent ces caractéristiques qui correspondent à l'*ecthèse* et la *construction* de la proposition. D'autre part, dans les propositions relatives à une section de cône quelconque, lorsqu'une seule figure est

[210] On remarquera à ce propos la nécessité pour la très longue introduction d'Eutocius (17 pages chez Heiberg) de précéder le commencement du texte des *Coniques*. C'est la seule possibilité envisageable pour que le commentaire de la proposition I.1 puisse être lu en marge du texte correspondant d'Apollonios.

[211] Voir E.G. Turner, *The Typology of the Early Codex*, University of Pennsylvania Press, 1977.

[212] Les résultats de ces observations sont consignés dans mes Notes complémentaires.

reproduite, elle peut représenter une parabole comme une hyperbole, mais on ne trouve pas dans ce cas la représentation de l'ellipe. On remarque enfin que, lorsque la proposition est relative à l'ensemble des sections centrées, exception faite du groupe de propositions III.42, 45-50, qui traitent des propriétés focales, les constructions du texte correspondent à la figure de l'hyperbole.

d) L'intervention de l'éditeur

En affirmant avoir « jugé préférable » de « réunir en une seule » les différentes « éditions » de l'ouvrage à sa disposition[213], Eutocius nous dit qu'il n'a pas suivi une source unique. Cela signifie qu'il a dû faire des choix, mais aussi qu'il a accordé une égale autorité à ses différents exemplaires. Dans la perspective qui est celle d'Eutocius, les gains sont évidents : 1) permettre à ses lecteurs de disposer d'un seul texte des *Coniques*, représentant l'ensemble de la tradition existante ; 2) donner l'occasion de travailler sur un texte devenu, grâce au travail de l'éditeur, « satisfaisant et clair » (χαρίεν καὶ σαφές)[214] ; 3) donner les moyens de consulter la tradition non retenue grâce à la présence dans le même ouvrage du texte édité et du commentaire[215]. Les principes éditoriaux d'Eutocius nourrissent en revanche l'inquiétude du philologue moderne, quant à la nature réelle du texte ainsi transmis ; d'où la nécessité de procéder à une analyse comparative de toutes les sources susceptibles de donner accès aux traditions antérieures à Eutocius. Mais cette exigence est d'autant moins facile à satisfaire que les explications d'Eutocius dans son commentaire, comme on l'a déjà noté, ne sont ni assez nombreuses ni assez explicites[216]. Le témoignage du commentaire des propositions I.16, II.14 et III.5 montre qu'Eutocius est intervenu sur le choix et la conception des figures du traité, ainsi que sur l'ordonnance des propositions[217], mais qu'en est-il pour le

[213] Voir *supra*, note 181.

[214] Voir la préface de son commentaire au Livre IV, éd. Heiberg, p. 354, 5-6. Sur le sens que donne le mathématicien à ces deux déterminatifs et à leurs contraires (ἄχαρις et ἀσαφής), voir mon article « Eutocius d'Ascalon éditeur du traité des *Coniques* d'Apollonios de Pergé et l'exigence de clarté… ».

[215] L'avantage est appréciable. Quand le *codex* n'était pas la forme normale du livre, les lecteurs étaient le plus souvent tenus de consulter deux rouleaux simultanément, celui du texte édité et celui du commentaire.

[216] On aimerait qu'il parle des traditions qu'il suit et non pas seulement de celles qu'il écarte, qu'il souligne de manière plus nette les lignes de partage, qu'il nous dise expressément les modifications de son cru apportées au texte de ses sources.

[217] Les rares témoignages qui nous restent sur l'ordonnance des propositions avant Eutocius permettent de mesurer partiellement cet écart. Sur les mécanismes qui peuvent expliquer les différences constatées (déplacement de certaines propositions,

texte lui-même ? Ses sources présentaient-elles un texte aussi diversifié qu'il le laisse entendre ? Tout cela est beaucoup plus difficile à établir dans l'état actuel de notre documentation.

L'unique critère éditorial explicitement formulé par Eutocius est celui de la « clarté ». S'il s'agit ici du seul critère d'intelligibilité, le risque est grand d'éliminer un texte authentique au profit d'une variante scolaire, qui restituera toutes les étapes des calculs et préfèrera des procédés de démonstration plus élémentaires. Il y a cependant deux raisons de tempérer cette inquiétude. Il faut faire confiance au jugement du mathématicien, car le critère de la « clarté » peut aussi permettre de reconnaître une démonstration méthodologiquement irréprochable. D'autre part, pour son commentaire des propositions II.1 et II.4 du traité d'Archimède, *De la Sphère et du cylindre*, Eutocius a dû s'exercer à la critique des textes ; dans la recherche et l'édition des solutions anciennes aux problèmes supposés résolus par Archimède, on le voit faire preuve d'une rigueur tout à fait louable[218]. Et si, à cette occasion, la possibilité nous est donnée de comparer les textes qu'il édite et les écrits sauvegardés dans les sources arabes, on constate que, lorsque le commentateur Eutocius dit expressément citer un texte, il le reproduit avec fidélité[219].

dédoublements, statut officiel donné à des démonstrations complémentaires, etc.), voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 99-111.

[218] Il écarte ainsi des attributions abusives au vu du contenu des fragments retrouvés (éd. Mugler, p. 45, 5-15) ; à propos du « vieil » écrit qu'il est tenté d'attribuer à Achimède, on le voit mettre en pratique la critique d'authenticité, en se fondant également sur la langue et la terminologie (p. 88, 26-89, 7).

[219] L'exemple de la solution de Dioclès au problème II.4 est révélateur à cet égard. Comme il le dit expressément au tout début de l'exposé (*Γράφει* δὲ καὶ ὁ Διοκλῆς ἐν τῷ Περὶ πυρίων *προλέγων τάδε*, éd. Mugler, p. 105, 2-3), Eutocius reproduit mot pour mot le préambule que Dioclès a rédigé pour introduire sa solution, et qui constitue la proposition prop. 7 des *Miroirs ardents* (*cf. Archimède* IV, éd. Mugler, p. 105, 2-106, 21 et *Les Catoptriciens grecs*, éd. R. Rashed, p. 119-121). La rédaction qui suit de la solution proprement dite de Dioclès (= prop. 8 des *Miroirs ardents*) est conforme, en revanche, aux avertissements préalables d'Eutocius au cours de son commentaire : quand les écrits retrouvés sont fautifs ou d'une lecture difficile, il s'accorde le droit de les corriger ou d'en proposer « une rédaction plus usuelle et plus claire » (κοινοτέρᾳ καὶ σαφεστέρᾳ…λέξει γράφομεν, éd. Mugler, p. 89, 11), et cela, afin de mieux faire apparaître le procédé de démonstration. On trouve ainsi dans la version eutocienne les étapes intermédiaires omises dans la démonstration de Dioclès, la rédaction de la synthèse, et le lemme relatif à la construction de l'hyperbole d'asymptotes données.

3.1.5 L'évolution de l'édition d'Eutocius

a) L'hypothèse d'une révision de la recension d'Eutocius

La lecture du commentaire d'Eutocius donne parfois l'occasion d'observer des décalages surprenants entre les explications de l'exégète et le texte transmis par **V**. Ces décalages sont peu nombreux, mais ils sont nets. Prenons l'exemple de la proposition III.1.

La proposition établit que, dans la parabole et les sections centrées, les triangles dont le sommet est le point de rencontre de deux tangentes et dont les bases sont les diamètres menés par les deux points de contact sont égaux[220]. Dans l'énoncé transmis par **V**, les triangles sont désignés comme « opposés par le sommet » ; cette désignation est insuffisante, car elle ne correspond pas à l'un des cas de l'ellipse. Dans son commentaire[221], Eutocius signale que deux cas de figure se présentent dans l'ellipse. Il se contente de faire repérer le premier (1) en renvoyant son lecteur au texte édité (ὡς ἐν τῷ ῥητῷ κεῖται[222]).·Il s'agit du cas où le centre de l'ellipse se trouve entre les quatre points de concours des diamètres et des tangentes (= éd. Heiberg, p. 320, fig. 1) — dans ce cas, les triangles ne sont pas opposés par le sommet. Eutocius décrit, en revanche, précisément le second (2), à savoir le cas où les quatre points de concours sont du même côté du centre de l'ellipse (= éd. Heiberg, p. 320, fig. 2). Pour que le renvoi au texte d'Apollonios fonctionne, on s'attendrait donc à trouver chez Apollonios, édité par Eutocius :

- un énoncé qui n'élimine pas le cas pour lequel Eutocius renvoie à Apollonios, à savoir le cas (1)
- le traitement du cas particulier de l'ellipse dans la démonstration, ou, à défaut, une figure de l'ellipse, mais exclusivement celle pour laquelle Eutocius se contente de renvoyer à Apollonios, donc la figure du cas (1).

Or, dans le texte grec transmis par **V**, non seulement il n'y a pas d'énoncé désignant les triangles avec la généralité voulue, ni de traitement du cas de l'ellipse dans la démonstration (on raisonne sur l'hyperbole), mais on trouve deux figures de l'ellipse, et non pas une seule, qui représentent les cas (1) et (2) cités dans le commentaire. Avec une telle configuration, le lecteur ne peut pas se repérer dans le texte des *Coniques*, alors que précisément on lui demande de s'y reporter. Il est clair que la proposition éditée par Eutocius a subi des modifications ultérieures.

[220] Pour le commentaire mathématique de cette proposition, voir l'édition à venir du Livre III.

[221] Éd. Heiberg, p. 316, 5-11.

[222] Le terme τὸ ῥητόν est utilisé chez Eutocius pour renvoyer au traité de l'auteur, distingué du commentaire, et le verbe κεῖσθαι est utilisé pour se référer au texte édité ; sur ce sujet, voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 75-76.

On notera ici que la traduction arabe de la proposition III.1 offre un texte plus conforme à notre attente dans l'énoncé et la démonstration. L'ellipse fait l'objet d'un traitement spécifique, et on raisonne, figure à l'appui, sur le cas pour lequel Eutocius renvoyait à Apollonios, le cas (1).

L'exemple de la proposition III.1 n'est pas unique. D'autre part, dans certaines propositions, on observe une multiplication des figures, dont la plupart sont absentes de la tradition arabe. On est tenté de les rapporter à une révision postérieure de l'édition d'Eutocius. L'exemple de la proposition III.1 nous y engage fortement, puisqu'il nous donne la preuve qu'Eutocius n'avait édité dans le texte d'Apollonios qu'une des deux ellipses transmises par **V**.

Comme, de manière générale, ces ajouts et modifications constituent un matériau proche de la tradition exégétique dont témoigne Eutocius dans ses commentaires, on peut sans doute encore les rapporter à la fin de l'Antiquité.

b) L'édition séparée du commentaire à la fin de l'Antiquité

La transmission séparée du traité d'Apollonios et du commentaire d'Eutocius par notre tradition manuscrite médiévale nous conduit naturellement à poser une question fondamentale : le manuscrit en écriture majuscule qui a servi à la translittération du commentaire d'Eutocius était-il, comme le croit Heiberg[223], un manuscrit du traité des *Coniques* où le commentaire figurait en marge ? en d'autres termes, la séparation date-t-elle de la première Renaissance byzantine ? Et, si oui, est-il possible que le même manuscrit en majuscule soit l'ancêtre de l'exemplaire de translittération qui a fondé la tradition représentée par **V** ? A ces questions il faut répondre par la négative, pour plusieurs raisons.

Les décalages introduits entre texte primaire et texte secondaire dans l'« édition commentée » d'Eutocius qui viennent d'être observés plaident pour une séparation acquise déjà à la fin de l'Antiquité. On ne trouve pas, d'autre part, dans l'examen des fautes et accidents de copie du *Vaticanus gr*. 204 et de **V**, d'indices particuliers permettant de soupçonner un lien précis entre leurs ancêtres respectifs. C'est la réponse qui peut être donnée à la seconde question. Ajoutons que plusieurs indices matériels montrent que le copiste qui a écrit le commentaire d'Eutocius dans le *Vaticanus gr*. 204[224], et qui a innové en ajoutant ce commentaire à sa copie des traités

[223] Voir ses *Prolegomena*, p.VIII.
[224] Voir *supra*, note 182.

de la « Petite astronomie »[225], ne suivait pas un modèle dans lequel le commentaire figurait en marge.

Ainsi, en copiant le tout début du commentaire (éd. Heiberg, p. 168, 5-170, 27) et la fin du résumé des propositions 1 à 10 du Livre I (*ibid.*, p. 214, 6-216, 12), le copiste a ménagé dans un premier temps huit espaces blancs[226], correspondant aux mots ou syllabes qu'il ne lisait pas dans son modèle et qu'il a comblés par la suite à l'aide d'un autre manuscrit[227]. Le fait que le copiste ait pu restaurer avec une autre source les passages signalés montrent que leur détérioration n'était pas ancienne. La concentration de ces incidents dans deux passages très limités, faciles à consulter, le début et le résumé des 10 premières propositions[228], indique qu'ils ont même toute chance de remonter à un seul et même exemplaire, qu'on a pu ouvrir souvent à ces endroits, sans doute, l'exemplaire en majuscule qui a servi à la translittération du texte du commentaire. En revanche, le fait que le recours à une autre source n'ait pas permis de suppléer les graves lacunes observées dans le *Vaticanus gr.* 204 est significatif, et fait supposer qu'elles étaient héritées d'un passé marginal plus lointain.

D'autre part, on remarque que six des huit lacunes que le copiste a pu combler postérieurement apparaissent à intervalles réguliers. La répartition des accidents permet de penser que, dans le manuscrit où la détérioration s'est produite, les mots et syllabes effacés figuraient chaque fois à la fin d'une ligne de 30 lettres environ[229]. S'il s'agit bien, selon toute

[225] Le traité des *Coniques* ne semble pas avoir figuré dans le modèle suivi pour la copie des traités astronomiques. Une page blanche (fol. 145^{v}) et des éléments décoratifs à la fin du dernier traité de la collection astronomique (la *Catoptrique* d'Euclide) séparent nettement cet ensemble du commentaire d'Eutocius.

[226] Éd. Heiberg, p. 168, 7, 8, 18, 19 ; 170, 8, 19-20 ; 216, 8, 10.

[227] Comme l'avait déjà noté Heiberg (*Apollonii Pergaei*…, II, p. IV), le changement d'encre et le remplissage imparfait des espaces ne laissent pas de doute à ce sujet. C'est sans doute dans le manuscrit utilisé pour cette opération que le copiste a lu la leçon καθολικῶν pour κωνικῶν (éd. Heiberg, p. 170, 24), leçon qu'il reproduit en marge du folio 146^{r}, précédée de ἐν ἄλλῳ ; le même manuscrit lui a permis dans les deux passages d'apporter de menues corrections à l'ensemble de la page ; voir « *Recherches sur les* Coniques… », p. 179, note 28.

[228] C'est au tout début du commentaire qu'on trouve l'histoire des sections coniques. Quant au résumé des dix premières propositions du Livre I, il ne pouvait qu'être très utile à des lecteurs peu familiarisés avec le traité. On trouvait à la suite le précieux commentaire de la proposition I.11, consacré à la théorie du rapport composé.

[229] Ainsi, sans compter les abréviations éventuelles, 29 lettres séparent le mot Ἡρακλ⟨ειος⟩ (éd. Heiberg, p. 168, 7), dont la finale ειος n'était pas lisible dans le modèle du copiste, et le iôta de καὶ, dernière lettre de la séquence γράφω⟨ν ὅς καί⟩ (l. 8), qu'il est également amené à compléter (les parties suppléées dans un deuxième

vraisemblance, d'un manuscrit en écriture majuscule, le nombre de lettres par ligne qu'on peut reconstituer rend peu probable la présence du texte en marge. Le commentaire d'Eutocius devait donc, déjà à la fin de l'Antiquité, ou suivre ou précéder le traité d'Apollonios dans les manuscrits ou encore être reproduit dans des exemplaires indépendants des *Coniques*.

3.1.6 La transmission de l'édition d'Eutocius

Après Pappus[230], Eutocius est le dernier mathématicien de la fin de l'Antiquité à témoigner du rattachement des traités d'Apollonios au « Domaine de l'analyse »[231]. On peut tirer de leurs témoignages concordants[232] la certitude qu'on avait associé à l'étude de l'analyse et de la synthèse un ensemble d'ouvrages précis, dont le traité des *Coniques*, qui offrait, entre autres, les moyens de traiter des « problèmes solides ». Après Eutocius, ce lien n'est plus attesté par la tradition grecque. De tous les traités cités par Pappus, seuls ont été conservés en langue grecque les *Données* d'Euclide et les *Coniques* ; or, même si ce sont deux traités

temps par le copiste sont entre crochets droits). On compte de même 60 lettres (30×2) entre παλαι⟨οί⟩ (*ibid.*, p. 168, 18) et la fin de la séquence μενού⟨σης μιᾶς⟩ (l. 19). Dans le résumé des propositions 1-10, on retrouve à peu près les mêmes chiffres : 65 lettres séparent le mu final de la séquence suppléée ⟨ἔλεγεν λαμ⟩βάνεσθαι (*ibid.*, p. 216, 8) et la dernière lettre (iôta) de la séquence ajoutée ⟨τοῖς ἑξῆς τρι⟩σίν. Un autre exemple peut venir confirmer ces observations. Au début du commentaire (*ibid.*, p. 170, 2), le second manuscrit consulté par le copiste lui a permis de corriger en marge l'omission du membre de phrase ἐν δὲ τῷ ἀμβλυγωνίῳ τὴν ὑπερβολήν. L'ensemble de la séquence, avec les deux iôtas adscrits, compte 30 lettres. Si le responsable de l'erreur est le copiste qui avait pour modèle l'exemplaire en majuscule détérioré, comme c'est possible, puisque le second manuscrit utilisé par le copiste du *Vaticanus gr*. 204 n'a pas la faute, l'omission de ce membre de phrase pourrait représenter le saut d'une ligne entière, favorisé par la répétition au début de deux lignes consécutives d'une même séquence ἐν δέ.

[230] Voir *supra*, note 164.

[231] Eutocius se réfère explicitement au « Domaine de l'analyse » dans son commentaire de la préface des *Coniques*, à propos d'un problème de lieu traité par Apollonios. Il reproduit la démonstration apollonienne pour illustrer la définition qu'il donne à ses lecteurs des « problèmes plans ». La démonstration reproduite par Eutocius est très vraisemblablement un fragment du traité des *Lieux plans*. Dans le sommaire qu'il consacre à cet ouvrage, Pappus, en VII 26, nous apprend, en effet, que le théorème correspondant figurait au nombre des propositions du Livre II. Voici de quelle manière Eutocius introduit la démonstration d'Apollonios : « Apollonios écrit lui aussi la même chose sur le sujet dans l'ἀναλυόμενος τόπος » (éd. Heiberg, p. 180, 11-12). On voit qu'au lieu de citer explicitement le traité des *Lieux plans* d'Apollonios, Eutocius s'est contenté d'une référence plus vague au « Domaine de l'analyse ». C'est dire qu'à son époque, on s'y référait aussi comme à un *corpus* de textes déterminés.

[232] Voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 149-154.

fondamentaux pour l'investigation analytique, cette perspective ne les unit pas au sein d'un même *corpus* dans la tradition manuscrite médiévale, puisque les *Données* figurent au côté des autres traités d'Euclide dans les plus anciens témoins, et que les *Coniques* ont été transmises isolément dans **V**.

L'éclatement du *corpus* auquel on avait rattaché le traité des *Coniques*, du moins dans la tradition attestée par Pappus, n'a pas entraîné sa disparition, puisque l'ouvrage a été transmis aux érudits de la première Renaissance byzantine. Les hommes de science que Justinien (527-565) avait réunis autour de lui[233] constituent le dernier milieu de la fin de l'Antiquité susceptible d'avoir passé le relais. Ils ne pouvaient que réserver un accueil privilégié aux travaux d'Apollonios[234], en raison de l'intérêt porté aux applications des propriétés des sections coniques. D'autre part, ils ont poursuivi l'activité d'exégèse des écoles de la fin de l'Antiquité, selon des témoignages déjà cités[235].

Il n'y a pas eu à Byzance, après le tournant des VIe et VIIe siècles, de communauté scientifique capable d'assimiler en profondeur le traité d'Apollonios et de développer la recherche théorique et appliquée que nourrissait l'étude des sections coniques dans les mathématiques arabes[236]. Si les Byzantins ont malgré tout transmis l'ouvrage, au moins dans l'édition d'Eutocius, cela tient à des raisons de nature différente, mais qui ne sont pas liées à la demande de telles communautés. Parmi les facteurs déterminants de la survie du texte, il y eut d'abord la volonté des premiers érudits du IXe siècle d'assurer la transmission du patrimoine scientifique de l'Antiquité ; ensuite, la sauvegarde dans l'enseignement d'un cycle supérieur consacré aux quatre sciences (arithmétique, géométrie, musique, astronomie)[237].

[233] Voir entre autres G. Downey, « Byzantine Architects, their Training and Methods », *Byzantion*, 18, 1946-8, p. 99-118 ; J. Warren, *Greek Mathematics and the Architects to Justinian*, Londres, 1976 ; B. Gille, *Les mécaniciens grecs*, Paris, 1980, p. 146-169.

[234] Voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 154-156.

[235] Voir *supra*, note 174. D'après la note du même disciple d'Isidore de Milet interpolée dans le commentaire d'Eutocius à *Sphère et Cylindre* II.1, à la suite de la solution de <Dioclès> (éd. Mugler, p. 62, 1-4), le « mécanicien » de Justinien (l'oncle ou le neveu) avait écrit un commentaire au traité de Héron intitulé τὰ Καμαρικά (traité d'architecture sur les « lignes des voûtes » ? ; *cf.*, la traduction de ce passage chez al-Sijzī dans *Traité sur la construction du compas parfait qui est le compas des coniques*, éd. R. Rashed, *Arabic Sciences and Philosophy*, 13,1, 2003, p. 39).

[236] Voir les documents rassemblés par R. Rashed dans le tome I.

[237] Pour une bibliographie sur l'enseignement supérieur, voir O. Mazal, *Manuel d'études byzantines*, traduction Claude Detienne, Turnhout, 1995, p. 304.

Même si l'ancêtre de notre tradition médiévale est un manuscrit relativement tardif, deux témoignages nous assurent que le traité des *Coniques* était au nombre des œuvres transmises aux hommes de la première Renaissance byzantine : une épigramme de Léon le philosophe (né autour de 790, mort après 869)[238], d'une part, qui atteste de la présence de l'ouvrage dans sa bibliothèque[239], sans que l'on puisse dire s'il possédait l'ouvrage entier ou l'édition d'Eutocius, et la copie du commentaire d'Eutocius dans le plus ancien manuscrit des traités de la « Petite Astronomie », le *Vaticanus gr.* 204, d'autre part. La présence du *Commentaire* d'Eutocius dans le *Vaticanus gr.* 204, est significative, car elle ne doit rien au hasard. On a vu que l'ajout du commentaire à la copie de la collection astronomique procède d'une volonté délibérée[240]. Le manuscrit présente ensuite les *Données* d'Euclide accompagnées des scholies et de l'*Introduction* de Marinus, ainsi qu'une collection de scholies aux *Éléments* d'Euclide I.88-X.352[241]. On voit que le manuscrit constitue un complément nécessaire à la lecture d'œuvres considérées comme fondamentales dans un cursus supérieur d'études scientifiques, à savoir les *Éléments* d'Euclide et l'*Almageste* de Ptolémée. La présence du commentaire d'Eutocius montre indirectement que les *Coniques* d'Apollonios étaient considérées comme devant appartenir à ce programme pédagogique.

L'examen du contenu des grands *corpus* scientifiques des XIII^e^ et XIV^e^ siècles copiés à Byzance, ainsi que le témoignage autobiographique de Théodore Métochite (c. 1270-1332)[242], grande figure de la renaissance

[238] Sur cette grande figure et son rôle éminent dans la transmission des textes scientifiques, voir l'étude fondamentale de J.L. Heiberg, « Der byzantinische Mathematiker Leon », *Bibliotheca mathematica*, 1, 1887, p. 33-36, et *Archimedis Opera omnia*, III, Leipzig, 1915, p. IX-XXIV ; voir également P. Lemerle, *Le premier humanisme byzantin*, Paris, 1971, p. 148-176, N.G. Wilson, *Scholars of Byzantium*, Londres, 1983, p. 79-84, et l'étude déjà citée de J. Irigoin, « Survie et renouveau de la littérature antique à Constantinople (IX^e^ siècle) ».

[239] Il s'agit de l'épigramme *Anth. Palat.*, IX, 578 (*Anthologie grecque*, C.U.F.,VIII, éd. P. Waltz et G. Soury, 1974, p. 99) : le traité des *Coniques* d'Apollonios (Τὰ Κωνικὰ Ἀπολλωνίου) parle à son lecteur en lui promettant d'être promu à la dignité de « géomètre » si, à la manière d'un « plongeur de Délos », il parvient à en explorer toute la profondeur.

[240] Voir *supra*, note 225.

[241] Voir *supra*, note 182.

[242] Volontiers prolixe sur ses études scientifiques, Théodore Métochite a décrit avec précision le cursus qu'il aurait suivi dans sa jeunesse, jusqu'à l'âge de 20 ans, et celui qu'il reprend à l'âge adulte, sous la pression d'Andronic II, pour s'initier à l'astronomie (Στοιχείωσις ἐπὶ τῇ ἀστρονομικῇ ἐπιστήμῃ, éd. K.N. Sathas, Μεσαιωνικὴ Βιβλιοθήκη, I, Venise, 1872, p. πε'-πζ' et ρδ'-ρς').

intellectuelle sous les Paléologues, et ardent défenseur de l'astronomie ptolémaïque à Byzance[243], montrent clairement qu'à cette époque, le traité d'Apollonios, du moins dans sa version eutocienne, seule attestée par nos témoignages, était considéré comme un ouvrage de référence pour l' « étude des solides ». C'est à ce titre qu'Apollonios et Sérénus figurent dans les deux cursus d'études suivis à vingt ans d'intervalle par Théodore Métochite[244]. La description des deux parcours[245] est conforme au témoignage des manuscrits contemporains, qui reproduisent le traité des *Coniques* et les deux traités de Sérénus au côté d'œuvres aussi fondamentales dans la tradition scolaire que les *Éléments* d'Euclide, l'*Introduction aux Phénomènes* de Géminus, les traités de la « Petite Astronomie » ou les commentaires de Pappus et Théon à l'*Almageste* de Ptolémée ; c'est pourquoi aussi il n'a pas été oublié, comme on l'a vu, par les recenseurs byzantins, et qu'il a pu être transmis aux mathématiciens de la Renaissance.

Les mathématiciens occidentaux[246] n'ont pas eu connaissance du texte grec des *Coniques* avant l'arrivée du *Vaticanus gr*. 206 en 1427 parmi les volumes rapportés d'Orient par Francesco Filelfo[247]. L'étude fondamentale que M. Clagett a consacrée à l'ensemble de la tradition latine médiévale des

[243] Sur Théodore Métochite, voir E. de Vries-van der Velden, *Théodore Métochite. Une réévaluation*, Amsterdam, 1987.

[244] La mention de Sérénus à la suite des *Coniques* est la seule attestation dans la littérature mathématique byzantine de la tradition représentée par **V**. Cette même tradition explique directement le fait que l'œuvre de Sérénus soit citée sous le titre « Cylindriques », car la *Section du cône* n'a pas de titre propre dans **V** ; voir *supra*, p. XXIII. Les deux traités de Sérénus accompagnaient déjà les *Coniques* dans la tradition antérieure à **V** ; voir Note complémentaire [47].

[245] Le premier cursus, qui correspond aux études de jeunesse, s'inscrit dans le cadre traditionnel de l'enseignement des quatre sciences. Le fait nouveau par rapport aux témoignages antérieurs que nous possédons est la présence des *Coniques* pour représenter la géométrie des solides, auparavant limitée aux Livres stéréométriques des *Éléments*. Le second cursus a été entrepris sous la pression d'Andronic II pour acquérir la maîtrise de la science astronomique. La lecture d'Apollonios et de Sérénus fait suite à celle des traités de la « Petite Astronomie ». Il importe peu pour notre propos que Théodore Métochite ait réellement ou non parcouru un tel champ de connaissances, car l'intérêt de son témoignage est ailleurs. Les deux cursus décrivent à ses yeux le parcours du mathématicien accompli. On voit que les *Coniques* avait conquis une place de choix dans la conception de l'enseignement préparatoire à la lecture de l'*Almageste*. Sur ce sujet, voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 183-196.

[246] Pour une vue d'ensemble sur la diffusion du texte grec des *Coniques* en Occident, voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 227-232.

[247] Voir *supra*, note 63.

coniques[248] établit de manière certaine que le Moyen Age occidental ne connaissait les travaux d'Apollonios que par l'intermédiaire de la tradition indirecte[249] et l'extrait traduit de l'arabe par Gérard de Crémone[250]. Cette connaissance était acquise, semble-t-il, dans le seul contexte des recherches en optique[251].

3.2. *La tradition imprimée*

3.2.1 Les premières publications

Le traité des *Coniques* figure dans le programme des publications qui devaient sortir de la presse de Regiomontanus[252], et paru à Nuremberg en 1474[253]. L'astronome semble avoir voulu publier le traité dans le texte original[254]. Le disciple de Regiomontanus, Bernhard Walther (1430-1504), aurait traduit le traité des *Coniques* en latin, mais cette traduction a disparu. On la trouve répertoriée dans l'inventaire de 1512 de la bibliothèque de Regiomontanus[255].

Les premiers extraits du texte des Livres I-IV des *Coniques* et du commentaire d'Eutocius sont publiés dans la monumentale encyclopédie de

[248] *Op. cit.*

[249] En premier lieu, les traductions latines des ouvrages d'Ibn al-Haytham, des traités d'Archimède et du commentaire d'Eutocius sur le traité *De la sphère et du cylindre*.

[250] Voir *supra*, p. XLIII.

[251] M. Clagett a pu suivre l'influence de cette tradition jusqu'en 1560.

[252] Pour une vue d'ensemble sur la vie et l'activité de Regiomontanus (1436-1476), voir E. Zinner, *Leben und Wirken des Johannes Müller von Königsberg genannt Regiomontanus*, Munich, 1938, et l'article de E. Rosen dans *Dictionary of Scientific Biography*, XI, New York, 1975, p. 348-352 ; voir aussi P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*, p. 90-117. Sur ses travaux sur les sections coniques, voir M. Clagett, *op. cit.*, p. 159-233. Sur le milieu des humanistes de Nuremberg, voir l'article de B. Mondrain, « L'étude du grec en Italie à la fin du XVe siècle, vue à travers l'expérience d'humanistes allemands » dans *Dotti bizantini e libri greci nell' Italia del Secolo XV*, Naples, 1992, p. 309-319 ; voir aussi les notices consacrées aux mathématiciens humanistes de Nuremberg dans D. Harlfinger (éd.), *Graecogermania. Griechischstudien deutscher Humanisten. Die Editionstätigkeit der Griechen in der italienischen Renaissance (1469-1523)*, Wolfenbüttel, 1989, p. 248-272 et 290-305.

[253] Le programme est paru sous le titre *Haec opera in oppido Nuremberga Germaniae ductu Ioannis de Monteregio* ; voir E. Zinner, *op. cit.*, p. 175-185.

[254] Voir P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*, p. 105.

[255] Elle figure sous la rubrique « Traductio Apollonii per Bernardum » ; voir sur ce sujet les conclusions de E. Zinner (*op. cit.*, p. 328), reprises par P.L. Rose (*The Italian Renaissance of Mathematics*, p. 106), et les corrections apportées par M. Clagett, *op. cit.*, p. 184.

l'humaniste vénitien Giorgio Valla[256] (Venise, 1501)[257]. Le choix des morceaux traduits s'inscrit dans la tradition médiévale des travaux sur les sections coniques. Valla montre sa totale dépendance par rapport au texte de son manuscrit, le *Mutinensis* α. V. 7. 16, descendant du *Vaticanus gr*. 203.

Un grand pas est franchi avec l'édition de la traduction latine de Giovanni Battista Memmo (c. 1466-1536)[258], parue à Venise, en 1537, puisque, pour la première fois, le texte complet des Livres I-IV est mis à la disposition des mathématiciens. Malgré les très nombreuses fautes qui l'émaillent et la rendent parfois inutilisable, la traduction de Memmo est l'héritière de la remarquable révision dont témoigne le *Bodleianus Canonicianus gr*. 106[259].

C'est la traduction latine des *Coniques* et des deux traités de Sérénus de Federigo Commandino (1509-1575)[260], parue à Bologne en 1566, qui donnera pour la première fois et pour longtemps un instrument de travail sûr aux mathématiciens[261]. Commandino complète sa traduction

[256] Sur Valla et ses relations scientifiques, voir, entre autres, P.L. Rose, « Bartolomeo Zamberti's Funeral Oration for the Humanist Encyclopaedist Georges Valla » dans C.H. Clough (éd.), *Cultural Aspects of the Italian Renaissance. Essays in Honour of Paul Oskar Kristeller*, Manchester-New York, 1975, p. 299-310.

[257] L'encyclopédie est parue sous le titre *De expetendis et fugiendibus rebus opus*. Voici les extraits relatifs aux *Coniques* (ils figurent dans le chapitre 3 du Livre XIII) : *Premières* et *Secondes définitions* ; prop. 1, 3, 5, 17 du Livre I ; prop. 38 et 39 du Livre II. Le texte latin de Valla est reproduit par M. Clagett, *op. cit*, p. 236-240, note 3.

[258] La traduction, dédiée au Cardinal Marino Grimani (1488-1546), fut publiée un an après la mort du mathématicien par son neveu ; sur cette famille de lettrés influente à Venise, voir l'article de F. Ambrosini, «Profilo ideologico di un patrizio veneziano del' 500», *Studi Veneziani*, 8, 1984, p. 77-107. Sur le milieu scientifique dans lequel évolua Memmo, qui fut l'ami du mathématicien Nicolo Tartaglia (1500-1557) et de l'humaniste Pietro Bembo (1470-1547), voir P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*, p. 44-54.

[259] Voir *supra*, p. XXXII-XXXV. Le manuscrit utilisé par Memmo était un manuscrit proche du *Canonicianus*, dont on retrouve les fautes propres dans l'édition. Mais s'y ajoutent erreurs et omissions par saut du même au même, qui montrent que la copie à sa disposition était un travail relativement négligé. Il faut corriger Heiberg, qui pensait que Memmo avait utilisé le *Marcianus gr*. 518 (*Prolegomena*, p. LXXXII).

[260] Sur l'activité de Commandino, ses amis, ses élèves et ses patrons, voir les trois chapitres très complets que consacre P.L. Rose à l'école mathématique d'Urbino dans *The Italian Renaissance of Mathematics*, p. 185-279.

[261] Le projet de Commandino d'éditer les *Coniques* et les deux traités de Sérénus remonte au moins à 1553, date de son emprunt à la Marcienne du *Marcianus gr*. 518 (le manuscrit a été emprunté par Commandino le 7 août et restitué le 6 novembre, voir H. Omont, *Deux registres de prêts de manuscrits de la Bibliothèque de Saint Marc à Venise (1549-1559)* dans *Bibliothèque de l'École des chartes*, 48, 1887, p. 673). Dans

d'Apollonios par celle des *Lemmes* de Pappus et du commentaire d'Eutocius, et accompagne ce travail de commentaires nombreux, qui témoignent de sa grande intelligence du texte. Il renvoie au texte de la tradition manuscrite à plusieurs reprises[262]. Sa traduction des *Coniques* intègre le *corpus* de corrections appartenant à la tradition dont témoigne le *Bodleianus Canonicianus gr*. 106[263].

Avant Commandino, le célèbre mathématicien de Messine, Francesco Maurolico (1494-1575)[264], mécontent de la traduction de Memmo, avait entrepris de restaurer le texte d'Apollonios. Sa version des Livres I-IV, achevée le 24 juin 1547, fait disparaître pour la première fois les graves corruptions dont souffrait l'ouvrage. Mais elle est restée longtemps inédite, tout comme sa restitution des Livres V-VI ; l'ensemble n'a été publié qu'en 1654, à Messine, sous le titre *Emendatio et restitutio Conicorum Apollonii Pergaei*[265].

une lettre adressée au duc Ottavio Farnèse, et datée du 3 novembre 1560, il informe son patron que l'édition d'Apollonios et de Sérénus est achevée et que la publication aura lieu une fois les figures faites ; la lettre est publiée par P.L. Rose, « Letters illustrating the career of Federigo Commandino », *Physis*, 15, 1973, p. 409-410.

[262] Commandino renvoie au texte grec des *Coniques* dans ses notes aux propositions I.12 (fol. 15^r), I.13 (fol. 16^r), I.41 (fol. 30^v), I.54 (fol. 38^v), I.55 (fol. 38^v), II.51 (fol. 65^r), II.52 (fol. 66^r), II.53 (fol. 67^r et 67^v), III.20 (fol. 82^r), III.21 (fol. 82^v), III.25 (fol. 85^v), III.36 (fol. 91^r). Il s'agit de passages que Commandino ne juge pas satisfaisants. Ils sont reproduits à partir d'un seul manuscrit, explicitement désigné par la formule « Graecus codex » (exception faite de la référence au texte de I.41, où on lit « in omnibus antiquis codicibus quos viderim sic legitur… »). Ces citations plus ou moins étendues permettent de repérer trois fautes présentes dans la source de Commandino : ΖΚΘ (fol. 65^r), qui est sans doute une correction inappropriée de ΖΘΚ dans **V**, leçon que l'on retrouve dans la tradition du *Canonicianus*, (éd. Heiberg, p. 300, 21) ; ΥΣΟ (fol. 85^v) pour ΝΣΟ dans **V** (éd. Heiberg, p. 374, 14) ; ΘΝ (fol. 91^r) pour ΘΗ (éd. Heiberg, p. 400, 20). Ces références ne permettent pas d'identifier un manuscrit connu. Commandino renvoie également au texte grec dans ses commentaires des traités de Sérénus : *Section du cylindre*, prop. 22 (fol. 10^r), 26 (fol. 11^v) ; *Section du cône*, prop. 52 (fol. 31^v). L'exemple de la prop. 26 de la *Section du cylindre* (l'omission par saut du même au même de ὅυτως — διάμετρον (éd. Heiberg, p. 82, 11-12) permet de reconnaître la tradition du *Marcianus gr*. 518, ce que confirment les titres fautifs des deux traités de Sérénus chez Commandino (« Sereni Antinsensis (*sic*) philosophi *liber primus de sectione cylindri* » et « Sereni Antinsensis (*sic*) philosophi *liber secundus de sectione coni* » ; voir mon article « La tradition manuscrite… », p. 91, note 178.

[263] Les omissions de **V** sont suppléées dans les mêmes termes. La plupart des additions propres à cette tradition sont reprises, ainsi qu'un certain nombre de figures.

[264] Voir le chapitre entier consacré au mathématicien dans l'ouvrage de P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*, p. 159-184.

[265] L'examen du texte montre que Maurolico n'a pas utilisé de manuscrit grec et a pris pour base de travail la traduction de Memmo.

3.2.2 L'édition de Halley (1710)

La traduction latine de Commandino restera irremplaçable[266] jusqu'à la parution de l'édition magistrale de Halley en 1710, qui constitue l'*editio princeps* des Livres grecs I-IV des *Coniques* et des deux traités de Sérénus. Dans sa préface, Halley indique les sources utilisées pour l'édition du texte grec des *Coniques* :

> Illi (i. e. David Gregory) opus hoc aggredienti ad manus erat Apollonii Codex MS. Graecus e Bibliotheca Savilii Mathematica, praestantissimi istius viri calamo hinc illinc non leviter emendatus ; et paulo post accessit alter benigne nobiscum a Reverendo D^no^ Baynard S.T.P. communicatus : sed eadem fere utrique communia erant vitia, utpote ex eodem codice, ut videtur, descriptis.

Le manuscrit de l'humaniste Henry Savile (1549-1622) mis à la disposition de David Gregory, ami et collègue de Halley (1659-1708)[267], peut être identifié. Il s'agit du *Savilianus* 7[268]. Le manuscrit est une copie indirecte du manuscrit de Joseph-Juste Scaliger, le *Leidensis Scaligeranus* 4[269], qui est lui-même un apographe du *Parisinus gr*. 2356[270]. Les nombreuses corrections que Halley rapporte à Savile sont en fait la reprise des annotations marginales du *Parisinus*.

[266] Le XVII^e^ siècle n'a pas renouvelé, pour le texte grec, les instruments de travail préparés par les hommes de la Renaissance. Le Père Claude Richard publia à Anvers, en 1655, un commentaire approfondi des quatre premiers Livres, sous le titre *Apollonii Pergaei Conicorum libri IV cum commentariis R.P. Claudii Richardi*, sans en proposer une nouvelle édition. Dans sa préface, l'auteur dit avoir fondé son travail sur le texte de Memmo et de Commandino (il redonne en traduction latine les énoncés des propositions d'Apollonios). Quant à l'édition gréco-latine des Livres I-IV et du commentaire d'Eutocius que préparait à Oxford le mathématicien orientaliste Edward Bernard (1638-1697), en même temps qu'une édition arabo-latine des Livres V-VII, elle n'a jamais vu le jour. On trouve un extrait du catalogue des travaux projetés par Edward Bernard dans J.A. Fabricius-G.C. Harles, *Bibliotheca Graeca*, II, p. 567. Bernard indique les sources utilisées pour son travail sur Apollonios et Eutocius. Il projetait également une édition gréco-latine de Sérénus (Fabricius-Harles, II, p. 568) ; voir J.L. Heiberg, *Prolegomena*, p. LXXXIII-LXXXIV, et G.J. Toomer, *Apollonius Conics Books V to VII*, p. XXIV-XXV.

[267] Halley rappelle dans sa préface qu'initialement David Gregory devait éditer en grec les Livres I-IV et lui-même traduire en latin les Livres arabes V-VII. La mort de son collègue et ami en 1708 l'obligea à reprendre l'ensemble du projet ; voir G.J. Toomer, *op. cit.*, p. XXV-XXVI.

[268] Le manuscrit, qui ne contient que les *Coniques*, date du premier quart du XVII^e^ siècle. Il est entré en 1655 dans la bibliothèque Savile ; voir mon article « La tradition manuscrite… », p. 113.

[269] Voir « La tradition manuscrite… », p. 112-113.

[270] Voir *supra*, p. XXXV-XXXVI.

Le manuscrit a été utilisé comme instrument de travail par Gregory et Halley[271]. Ses marges se sont ainsi enrichies de nombreuses corrections et de quelques références à l'édition de Commandino ainsi qu'aux sources arabes. Les espaces ménagés pour les figures par le copiste, et laissés vacants, ont été remplis en 1707 par Gregory, qui reproduit les figures de l'édition de 1710. Le *Savilianus* ainsi corrigé et complété a servi de modèle au *Savilianus* 59[272], qui est passé par l'atelier de l'imprimeur. Le manuscrit est porteur des notes latines et grecques de l'édition de 1710[273]. S'il intègre toutes les nouvelles corrections portées en marge du *Savilianus* 7, il en reprend malheureusement aussi les fautes propres, lorsqu'elles n'ont pas été repérées, et en ajoute d'autres.

Quant au second manuscrit utilisé, dont Halley nous dit qu'il présentait presque toujours les mêmes corruptions que le *Savilianus*, il s'agit sans doute d'un autre descendant du manuscrit de Scaliger[274]. Halley a donc disposé pour l'édition des Livres grecs du traité des *Coniques* d'un très petit choix de sources, par ailleurs relativement tardives et corrompues. La qualité de son texte s'en ressent de manière sensible, malgré tous ses efforts de correction.

3.2.3 Editions et traductions modernes des Livres grecs I-IV

La première et seule édition critique moderne (avec traduction latine) est celle de J.L. Heiberg (1891-1893), qui procure également une édition des *Lemmes* des Livres I-III de Pappus sur la base du texte de Hultsch, rassemble les *Fragmenta* et livre la première et seule édition critique du commentaire d'Eutocius. Cette édition sert de fondement à la première traduction française des *Coniques* due à P. Ver Eecke (1923)[275] ; les notes précieuses qui accompagnent cette traduction en font un instrument de

[271] Deux manuscrits d'Oxford donnent l'état du *Savilianus* avant son utilisation pour l'édition de Halley. Ce sont le *Cant. Trin. C.* O 10. 12 et l'*Oxon. Aed. Chr.* 84 , voir « La tradition manuscrite… », p. 113-114.

[272] Le volume ne contient que les *Coniques* (ff. 1-166) ; les figures ont été dessinées sur les versos des folios, laissés libres d'écriture. On trouve quantité d'annotations typographiques destinées à l'imprimeur et des indications en anglais à son intention de la main de Halley.

[273] Il est porteur également de nouvelles corrections, sans toutefois représenter le stade ultime de l'état de l'édition.

[274] Cette deuxième source ne permet pas à Halley de remonter au-delà du témoignage du *Scaligeranus*, comme le montrent l'examen même du texte de Halley et les corrections en marge des *Saviliani* ; voir « La tradition manuscrite… », p. 115.

[275] *Les Coniques d'Apollonius de Perge. Œuvres traduites pour la première fois du grec en français avec une introduction et des notes*, Bruges, 1923. La traduction des Livres V-VII est faite sur la traduction latine de Halley.

travail incontournable. En 1861, H. Balsam avait publié une traduction allemande du texte de Halley[276]. Les autres traductions sont les suivantes : A. Czwalina (allemand) en 1926[277] ; R. Taliaferro (anglais) en 1952[278] ; E.S. Stamatis (grec) en 1975-1976[279].

[276] *Des Apollonius von Perga sieben Bücher über Kegelschnitte nebst dem durch Halley wieder hergestellten achten Buche*, Berlin, 1861.

[277] *Die Kegelschnitte des Apollonios*, Munich et Berlin, 1926.

[278] *Conics by Apollonius of Perga*, dans *Great Books of the Western World*, 11, Chicago, etc., 1952, p. 593-804 (Livres I-III).

[279] *Ἀπολλωνίου Κωνικά. Ἀρχαῖον κείμενον. Μετάφρασις*, 4 volumes, Athènes, 1975-1976.

IV. PRINCIPES DE LA PRÉSENTE ÉDITION

Je présente ici les règles qui ont présidé à l'utilisation de l'ensemble des témoins grecs et arabes pour l'établissement du texte des *Coniques* transmis par l'édition d'Eutocius.

Sources utilisées pour l'établissement du texte

Tous les témoins directs de la tradition grecque du traité des *Coniques* transmettent l'édition des Livres I-IV que le mathématicien Eutocius a procurée au VIe siècle et dérivent, comme on l'a vu, d'un seul manuscrit, qui nous est parvenu, le *Vaticanus gr.* 206 (**V**). Les leçons de **V** sont donc reportées dans l'apparat critique chaque fois qu'elles divergent du texte édité. Le témoignage de **V** rend *a priori* inutile l'utilisation des autres manuscrits grecs pour l'établissement du texte. Il faut cependant réserver une place aux témoins des deux recensions signalées, l'une byzantine (Ψ dans l'apparat), l'autre occidentale (leçons transmises par le texte du *Bodleianus Canonicianus gr.* 106), dont les auteurs, philologue pour le premier, mathématicien pour le second, ont repéré un grand nombre de corruptions. L'apparat critique fait également figurer les deux descendants byzantins de **V**, indépendants de la Recension Ψ, le *Vaticanus gr.* 203 (v) et le *Constantinopolitanus Seragliensis gr.* 40 (c), chaque fois qu'ils ont corrigé à bon escient le texte transmis par **V** ou qu'ils permettent de retrouver une leçon devenue illisible dans le manuscrit.

V a été corrigé par des mains postérieures. Le caractère sporadique des corrections portées et le fait qu'elles se limitent le plus souvent à une ou deux lettres écrites en interligne rend douteuse la distinction entre les mains correctrices. Le fait que les folios ont été recouverts d'un papier transparent qui a jauni rend également difficile la distinction entre les encres. J'ai donc classé les corrections interlinéaires (ou marginales) portées dans **V** selon des critères exclusivement chronologiques, en m'appuyant sur la date des copies qui les enregistrent : $\mathbf{V}^2$ signale ainsi une correction antérieure à la copie du manuscrit de Bessarion, le *Marcianus gr.* 518 ; $\mathbf{V}^3$, une correction apparue entre la copie du *Marcianus* et celle du *Vaticanus gr.* 205 (a. 1536) ; $\mathbf{V}^4$, une correction postérieure à la copie du même *Vaticanus*.

Les passages paraphrasés ou cités chez Pappus, Sérénus et Eutocius dans son commentaire des *Coniques*, tous signalés dans les *Testimonia*, ont fourni quelques leçons qui figurent dans l'apparat à titre de comparaison. Mais elles n'ont servi à corriger le texte transmis par **V** que de très rares fois, et toujours dans les cas où l'on est en droit de penser qu'Eutocius avait ainsi édité le texte.

Pour la première fois dans l'histoire des éditions des Livres grecs des *Coniques*, la traduction élaborée au IX^e^ siècle sous la direction des Banū Mūsā a été mise à contribution. Elle présente un certain nombre de divergences avec le texte grec de l'édition d'Eutocius, tel qu'il a été transmis. La nature et l'importance de ces différences sont très variables. L'utilisation de la traduction arabe passe par une analyse au cas par cas des écarts relevés.

Cette analyse est d'autant plus nécessaire que la traduction arabe des *Coniques* est le point d'aboutissement d'une entreprise éditoriale de grande envergure, dont les acteurs avaient accès au moins à deux sources grecques, un manuscrit préeutocien des Livres I-VII et l'édition d'Eutocius. Le recours direct à la traduction arabe ne peut donc se concevoir que dans les cas de corruption avérée du texte grec, quand l'altération a toute chance de s'être produite après Eutocius.

Choix du texte

Le texte donné ici s'efforce de restituer le texte édité par Eutocius au VI^e^ siècle. Le commentaire d'Eutocius a montré que les sources manuscrites auxquelles il avait accès offraient une tradition relativement diversifiée et que son édition est le produit d'un authentique travail critique. Ce travail a porté sur le contenu des démonstrations, l'ordonnance des propositions et le tracé des figures. Le texte des *Coniques* qui nous a été transmis dépend donc des choix d'éditeur qui ont été faits à cette occasion. L'opération de l'*emendatio* ne peut permettre à l'éditeur moderne de remonter au-delà de cet état du texte. Il reste qu'Eutocius se situe dans la tradition philologique alexandrine ; on peut donc conjecturer sans trop d'imprudence que toute proposition qui, dans ses sources manuscrites, offrait un texte unifié et satisfaisant d'un point de vue mathématique, a été scupuleusement transmise dans son édition.

Une étude attentive des modes de rédaction et du vocabulaire utilisé montre que le texte grec qui nous est parvenu est loin d'être homogène. Ajoutée à d'autres indices de nature variée, elle révèle que certains passages ont été soumis à des interventions éditoriales qui ne peuvent être que postérieures à Apollonios sinon à Eutocius ; d'autres semblent garder la trace d'une première rédaction de l'auteur non revue ; d'autres enfin, en particulier dans les *problèmes*, révèlent manifestement une tradition d'écriture propre, antérieure à Apollonios[280], et ce dernier n'a pas réduit

[280] Dans une communication faite à un colloque en 2006 (à paraître), M. Federspiel a montré que les *problèmes* des Livres grecs des *Coniques* gardaient des traces d'une

l'écart terminologique qui en résulte. Ces constatations ont déterminé les principes d'édition qui ont été appliqués ici.

J'ai évité toute intervention normalisatrice qui pouvait masquer la nature parfois composite du texte. Le lecteur trouvera dans mes notes complémentaires les éclairages nécessaires. Le texte de **V** a donc été corrigé uniquement dans les cas d'incorrection du point de vue de la langue, de faute mathématique ou de rupture dans la chaîne déductive. Autant d'imperfections qu'on ne peut, en théorie du moins, rapporter à l'édition d'Eutocius.

Quant aux ellipses dans le raisonnement ou les appels à la figure, relativement fréquents, ils ont été laissés en l'état, comme témoins d'un type d'écriture mathématique. Ils n'ont fait l'objet d'une correction ou d'une proposition de correction que dans les très rares cas où ils ont paru inacceptables dans le contexte de la proposition.

Les mêmes principes ont été appliqués dans les cas où l'expression linguistique déroge aux règles de l'élocution géométrique classique, respectée partout ailleurs. Le texte attendu n'est restitué que si une inattention de copiste a toute chance d'être à l'origine de l'anomalie, ou si une réécriture a porté atteinte au respect de l'expression de l'indéfini.

L'omission des particules canoniques a été signalée dans les notes, mais n'a pas été corrigée, sauf dans le cas de la particule conclusive ἄρα, quand elle manque au raisonnement. Concernant les lettres désignatrices, les mêmes règles ont prévalu. Dans la désignation de l'ordonnée, j'ai rétabli l'ordre des lettres attendu les rares fois où cet ordre contrevenait à l'obligation de respecter le sens du tracé donné par les verbes composés ἀνάγειν (*élever* <une droite ordonnée depuis le diamètre jusqu'à la section>) et κατάγειν (*abaisser* <une droite ordonnée d'un point de la section sur le diamètre>).

Graphies adoptées

Les habitudes observées dans **V** pour l'écriture des nombres et la désignation des points, droites et figures n'ont été qu'en partie respectées, car certaines d'entre elles sont sources de confusion, comme la présence, sans autre marque distinctive, d'un trait horizontal au-dessus des nombres et des éléments géométriques. Voici les graphies adoptées dans la présente édition :

- le nombre : μγ′
- le point : Γ

rédaction préapollonienne et qu'ils ont été incorporés dans les *Coniques*, probablement par Apollonios lui-même, sans révision linguistique poussée.

- une succession de points : Μ, Ε, Θ, Ν
- la droite : ΑΓ
- le produit : (τὸ ὑπὸ) ΒΕΑ (le rectangle compris par les deux droites ΒΕ et ΕΑ)
- la somme : (συναμφότερος ἡ) ΑΕΒ (la somme des droites ΑΕ et ΕΒ)
- la figure : ΑΒΓ (triangle) ; ΟΝΖΚΜ (pentagone).

Les figures

Les figures éditées dans le présent tome[281] donnent une image fidèle du *corpus* des figures transmises par **V** dans le Livre I. À de très rares exceptions près, dûment signalées, j'ai respecté le choix des sections représentées[282], l'orientation de la figure et l'emplacement des points quelconques pris sur la courbe. Les figures redondantes transmises par le manuscrit ont été signalées, mais n'ont pas été éditées, car elles ont peu de chance d'avoir figuré dans l'édition d'Eutocius[283]. Il s'agit soit de premières ébauches abandonnées par le copiste, soit de la représentation de différents cas de figure[284].

Micheline Decorps-Foulquier

[281] J'ai pris pour base graphique les figures dessinées par Madame Françoise Rashed, que je remercie ici. J'ai opéré les modifications nécessaires afin de respecter le témoignage de **V**.

[282] A propos du cercle, il faut noter que **V** le représente dans les seules propositions 34 et 45, où les figures du cercle illustrent chaque fois un autre cas que les figures de l'ellipse. Pour l'édition de la proposition 34, j'ai suivi le manuscrit, car la figure du cercle est également dans la traduction arabe ; sur les figures de la proposition 45, voir Note complémentaire [85]. Dans les propositions 47 et 50, la figure du cercle se substitue curieusement à celle de l'ellipse ; j'ai rétabli la figure de l'ellipse.

[283] Voir *supra*, p. XLIX.

[284] Quand **V** représente plusieurs cas de figure pour une même proposition, il revient à l'éditeur de faire un choix susceptible de restituer l'état de l'édition d'Eutocius. J'ai retenu trois critères, classés par ordre de priorité : 1) la correspondance avec le texte de l'*ecthèse* ou de la *construction* ; 2) la correspondance avec le témoignage du commentaire d'Eutocius ; 3) la correspondance avec les figures de la traduction arabe.

CHAPITRE II

AVERTISSEMENT DU TRADUCTEUR

La langue des Coniques *et sa traduction*[1]

Pappus dit quelque part qu'Apollonios avait étudié à Alexandrie sous la direction des disciples d'Euclide[2]. Même si l'authenticité et la fiabilité du passage ont été contestées, il s'accorde parfaitement avec les résultats de l'examen linguistique des théorèmes des *Coniques*[3]. D'une manière générale, la langue d'Apollonios est de type euclidien[4]. Elle a cependant un caractère très personnel : Apollonios a allégé et assoupli la langue euclidienne en la débarrassant de traits qu'on peut considérer comme archaïques[5].

Pour juger la traduction des *Coniques* que je propose, il faut d'abord se remettre en mémoire quelques particularités de la langue des mathématiques grecques. Certes, tous les traits qui la définissent se retrouvent dans la langue commune, mais les mathématiciens ont privilégié certains tours et leur ont donné une extension qu'on ne retrouve pas ailleurs. L'exemple sans doute le plus connu est celui de l'emploi constant

[1] Les considérations qui suivent valent non seulement pour l'ensemble des Livres grecs des *Coniques*, mais aussi pour le commentaire d'Eutocius.

[2] Pappus, *Collection*, VI, éd. Hultsch, p. 678, 8 et s. La notice est prise dans un passage qui a paru douteux à l'éditeur. Sur ce témoignage de Pappus, voir M. Decorps-Foulquier, *Recherches sur les* Coniques…, p. 14, n. 28.

[3] En revanche, la langue des *problèmes* des Livres I et II offre des particularités qui l'éloignent du modèle euclidien. Cela suggère l'hypothèse de l'insertion, sans doute par Apollonios lui-même, de propositions préapolloniennes qui n'ont pas connu un remaniement en profondeur. Mais ce n'est pas ici le lieu de débattre de ces questions, traitées ailleurs.

[4] Il faut cependant remarquer que, pour des raisons qui tiennent à la composition des *Éléments*, la langue d'Euclide n'est pas parfaitement uniforme.

[5] L'exemple le plus remarquable est celui de l'emploi des substantifs βάσις « base » et γωνία « angle ». Chez Euclide et les autres géomètres grecs, depuis Archimède et jusqu'à Pappus et Eutocius, ainsi que chez des auteurs comme Ptolémée, Théon d'Alexandrie ou Proclus, ces substantifs sont employés de manière très archaïque : le plus souvent, ils ne sont pas précédés de l'article, quelle que soit leur position dans la proposition. Mais Apollonios a fait œuvre de novateur en alignant leur emploi *dans les théorèmes* sur celui des autres substantifs. Il faut dire qu'il n'a pas été suivi, puisque l'emploi « euclidien » revient sporadiquement chez les autres mathématiciens. – Un autre exemple est la disparition chez Apollonios de l'expression euclidienne « chacune à chacune », qui marque la distributivité.

du parfait des verbes d'action, et notamment de l'impératif parfait passif. Mais il faut aussi mentionner le rôle important des abrègements, qui font de la langue des mathématiques grecques une langue sténographique[6]. Enfin, je citerai encore le jeu rigoureux de l'article, présent ou non, notamment (mais pas seulement) selon la position du substantif dans la proposition mathématique. Il en résulte une langue très codée, dont l'étude réclame deux genres de recherches complémentaires : analyser les conditions d'emploi de ces particularités, c'est-à-dire leur fonction, dans les textes mathématiques eux-mêmes[7] ; retracer dans la langue commune l'origine des mots ou expressions, des tours syntaxiques et stylistiques de la langue mathématique.

Les principes généraux de la traduction des textes mathématiques ne diffèrent pas sensiblement de ceux qui ont cours ailleurs et obéissent aux usages d'une époque donnée. De nos jours, et notamment lorsque la traduction fait face au texte-source, il n'est plus coutume de donner à lire de « belles infidèles ». Je me suis conformé à cet usage en vigueur chez les philologues d'aujourd'hui. En même temps, j'ai été très attentif à respecter les intentions spécifiques révélées par les particularités linguistiques : par exemple, j'ai reproduit, par les moyens propres au français, le jeu précis de l'emploi de l'article[8] et me suis efforcé de conserver le plus possible des abrègements du grec[9]. Certes, une traduction qui privilégie la précision

[6] Ces abrègements sont de deux sortes. D'abord, les expressions désignant certains objets mathématiques, comme le point, la droite, le carré, le rectangle, *etc.*, qu'on trouve davantage dans le corps de la proposition que dans la protase ; *voir* le *Dictionnaire* de Mugler, qui donne les abrègements les plus courants ainsi que la forme longue associée. Ensuite, les abrègements portant sur des énoncés plus étendus, de type formulaire, c'est-à-dire qui reviennent plusieurs fois sur un certain modèle ; j'ai commencé l'étude de certains de ces abrègements formulaires dans mon article sur le principe d'abréviation chez Euclide.

[7] On devra pour cela se défier parfois de la connaissance des faits linguistiques grecs que l'on a prise dans la langue non mathématique.

[8] Il faut noter que l'opposition présence/absence de l'article dans les textes mathématiques est déterminée non seulement par la position du substantif dans telle ou telle partie de la proposition, mais aussi par les usages linguistiques propres au grec. En d'autres termes, j'ai pris soin, ici comme ailleurs, de ne pas me régler partout sur l'apparence, souvent trompeuse.

[9] Toutes les expressions abrégées du grec ne sont pas directement transposables en français ; c'est par exemple le cas des angles opposés par le sommet, αἱ κατὰ κορυφὴν γωνίαι ; le grec sous-entend le participe ἀντικείμεναι « opposées », dont l'usage s'est imposé en français. D'autre part, tous les abrègements que j'ai utilisés ne calquent pas forcément ceux du grec. Ainsi, la forme abrégée ἡ ΑΒ sera le plus souvent traduite par le simple « AB » (sauf dans les cas où, *contrairement à l'apparence*, le syntagme est indéfini et où il faut traduire par « *une* droite AB ») ; ou encore, la forme brève τὸ ὑπὸ

manque parfois d'élégance ; mais cet inconvénient est en partie compensé par le fait que, inversement, je me suis constamment plié aux contraintes ou aux usages stylistiques du français, généralement différents de ceux du grec[10].

Mais la différence des systèmes linguistiques du grec et du français ne permet pas une application rigoureuse des principes dans tous les cas. J'ai dû recourir parfois à des traductions conventionnelles. Le cas le plus ordinaire est celui de la traduction du parfait passif du verbe[11]. Naturellement, ces conventions demandent à être explicitées, puisque d'autres traducteurs pourraient avoir recours à d'autres conventions. On trouvera dans les notes les éclaircissements nécessaires[12].

Enfin, j'ai constamment utilisé les traductions ou paraphrases de mes prédécesseurs, citées dans la bibliographie, à la fois pour contrôler le sens mathématique et pour le choix des mots ou expressions. Les traductions modernes des autres mathématiciens grecs, surtout Euclide et Archimède, m'ont été aussi du plus grand secours[13].

Michel Federspiel

τῶν ΑΒΓ, correspondant à la forme longue τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον « le rectangle compris par les droites ΑΒ,ΒΓ » sera traduite par « le rectangle ΑΒ,ΒΓ ».

[10] En voici un exemple très courant. Dans l'expression de la proportionnalité des grandeurs, le grec mathématique se sert le plus souvent du système comparatif ὡς… οὕτως, où la subordonnée précède la principale, ce qui est le plus fréquent (sans être obligatoire) en grec. Dans ce cas précis, la langue française préfère mettre la principale en tête. Il ne faut donc pas penser que l'ordre dans lequel le grec présente les deux rapports de la proportion est plus naturel que celui du français. Il s'agit uniquement d'usages stylistiques différents. Mais il est important de souligner qu'ici comme ailleurs, on doit respecter l'intention du mathématicien, qui fait le choix de placer tel rapport dans la subordonnée et tel autre dans la principale (le rapport qui est comparé) ; ce choix doit se retrouver dans la traduction.

[11] Le recours à une traduction conventionnelle n'est pas limité aux cas où les systèmes des deux langues sont très différents l'un de l'autre. J'ai déjà parlé plus haut de la traduction conventionnelle de certains syntagmes abrégés désignant des objets mathématiques. Il faut ajouter aussi la traduction de certaines particules dans des contextes récurrents.

[12] Mes notes relatives à la traduction et à la langue des *Coniques* (notes de bas de page et notes complémentaires) sont signalées dans le présent tome par les initiales M. F.

[13] Dans cette brève introduction, j'ai voulu exposer ce que j'entends par traduction littérale, comme ma traduction s'efforce d'être. Je n'avais pas à me plier aux contraintes linguistiques du grec, ce qui explique les apparentes libertés que j'ai parfois semblé prendre avec la lettre du texte.

SIGLA

CODICES GRAECI

1. Codex praecipuus :

V	= *Vaticanus gr.* 206 ; s. XII/XIII.
V^1	= emendatio scribae ipsius
V^2, V^3, V^4	= manus posteriores in margine vel in interlinea
V^5	= manus Matthaei Devarii
V^{corr}	= lectio post correctionem
V^{ac} V^{pc}	= lectio ante correctionem ; lectio post correctionem

2. Codices inferiores :

c	= *Constantinopolitanus Seragliensis gr.* 40 ; s. XIII/XIV.
v	= *Vaticanus gr.* 203 ; s. XIII/XIV.

Codices recensionum posteriorum :

Bod.	= *Bodleianus Canonicianus gr.* 106 ; s. XV.
Ψ	= prototypus codicum : *Parisinus gr.* 2342 (s. XIV) ; *Ambrosianus* A 101 sup. (s. XVI) ; *Upsaliensis gr.* 50 (s. XVI).

3. Loci in Eutocii *Commentaria in Conica* :

EUT. (W)	= *Vaticanus gr.* 204 ; s. IX.

4. Loci in Pappi Alexandrini *Collectio Mathematica* VII 32

PAPP. (A)	= *Vaticanus gr.* 218 ; s. X.

5. Loci in Sereni Antinoensis *De sectione cylindri*

SEREN. (V)	= *Vaticanus gr.* 206 ; s. XII/XIII.

TRANSLATIO ARABICA

Ar.	= translatio graeco-arabica saec. IX confecta, quam edidit et transtulit Roshdi Rashed

TRANSLATIONES LATINAE

Comm.	= F. Commandino, *Apollonii Pergaei Conicorum libri quattuor…*, Bologne, 1566.
Memus	= G.B. Memmo, *Apollonii Pergei…Opera*, Venise, 1537.

EMENDATIONES[1]

Mont.	= Montaurei notae (a. 1551) in codice *Parisinus gr*. 2356.
Savil.	= Savilius († 1622) in codice *Oxoniensis Savilianus* 10 ejus manu scripto.
Federspiel[1]	= M. Federspiel, « Notes critiques sur le Livre I des *Coniques* d'Apollonius de Pergè », *REG*, 107, 1994, p. 203-218.
Federspiel[2]	= M. Federspiel, « Notes linguistiques et critiques sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge (Première partie) », *REG*, 112, 1999, p. 409-443.
Federspiel[3]	= M. Federspiel, « Notes linguistiques et critiques sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge. Deuxième partie », *REG*, 113, 2000, p. 359-391.
Federspiel[4]	= M. Federspiel, « Notes linguistiques et critiques sur le Livre III des *Coniques* d'Apollonius de Pergè. Première partie », *REG*, 115, 2002, p. 110-148.

EDITIONES

Edd.	= Halley et Heiberg.
Halley	= E. Halley, *Apollonii Pergaei Conicorum libri octo…*, Oxford, 1710.
Heiberg	= J.L. Heiberg, *Apollonii Pergaei quae exstant cum commentariis antiquis*, Leipzig, 2 vol., 1891-1893.

[1] Ne figurent ici que les travaux philologiques qui ont servi à l'établissement du texte. Ils sont classés par ordre chronologique.

TEXTE ET TRADUCTION

ἈΠΟΛΛΩΝΙΟΥ ΠΕΡΓΑΙΟΥ ΚΩΝΙΚΩΝ

ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ

Ἀπολλώνιος Εὐδήμῳ χαίρειν.

Εἰ τῷ τε σώματι εὖ ἐπανάγεις καὶ τὰ ἄλλα κατὰ γνώμην ἐστί σοι, καλῶς ἂν ἔχοι· μετρίως δὲ ἔχομεν καὶ αὐτοί.

Καθ' ὃν δὲ καιρὸν ἤμην μετά σου ἐν Περγάμῳ, ἐθεώρουν σε σπεύδοντα μετασχεῖν τῶν πεπραγμένων ἡμῖν κωνικῶν· πέπομφα οὖν σοι τὸ πρῶτον βιβλίον διορθωσάμενος· τὰ δὲ λοιπά, ὅταν εὐαρεστήσωμεν, ἐξαποστελοῦμεν.

Οὐκ ἀμνημονεῖν γὰρ οἴομαί σε παρ' ἐμοῦ ἀκηκοότα διότι τὴν περὶ ταῦτα ἔφοδον ἐποιησάμην ἀξιωθεὶς ὑπὸ Ναυκράτους τοῦ γεωμέτρου, καθ' ὃν καιρὸν ἐσχόλαζε παρ' ἡμῖν παραγενηθεὶς εἰς Ἀλεξάνδρειαν, καὶ διότι πραγματεύσαντες αὐτὰ ἐν ὀκτὼ βιβλίοις ἐξ αὐτῆς μεταδεδώκαμεν αὐτὰ εἰς τὸ σπουδαιότερον διὰ τὸ πρὸς ἔκπλῳ αὐτὸν εἶναι οὐ διακαθάραντες, ἀλλὰ πάντα τὰ ὑποπίπτοντα ἡμῖν θέντες ὡς ἔσχατον ἐπελευσόμενοι.

Ὅθεν καιρὸν νῦν λαβόντες ἀεὶ τὸ τυγχάνον διορθώσεως ἐκδίδομεν. Καὶ ἐπεὶ συμβέβηκε καὶ ἄλλους τινὰς τῶν συμμεμιχότων ἡμῖν μετειληφέναι τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον βιβλίον πρὶν ἢ διορθωθῆναι, μὴ θαυμάσῃς ἐὰν περιπίπτῃς αὐτοῖς ἑτέρως ἔχουσιν.

Ἀπὸ δὲ τῶν ὀκτὼ βιβλίων τὰ πρῶτα τέσσαρα πέπτωκεν εἰς ἀγωγὴν στοιχειώδη. Περιέχει δὲ τὸ μὲν πρῶτον τὰς γενέσεις τῶν τριῶν τομῶν καὶ τῶν ἀντικειμένων καὶ τὰ ἐν αὐταῖς ἀρχικὰ συμπτώματα ἐπὶ πλέον καὶ καθόλου μᾶλλον ἐξειργασμένα παρὰ τὰ ὑπὸ τῶν ἄλλων γεγραμμένα.

TEST. : 19-22 τὰ — συμπτώματα] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg, 176, 23-27).— 20-23 περιέχει — γεγραμμένα] PAPP. VII 32 (ed. Jones, 117, 20-24).

Tit. Ἀπολλωνίου Περγαίου Κωνικῶν α′ V ǁ 12 διὰ τὸ πρὸς c v Ψ : fere evan. V ǁ 13 ἔκπλῳ [ἔκ- fere evan. V] V v : ἔκπλουν c Ψ ǁ εἶναι οὐ διακα[θάραντες c v Ψ : fere evan. V ǁ 14 ἔσχατον ἐπε[λευσόμενοι c v Ψ : fere evan. V ǁ 21 τῶν ἀντικειμένων V Ar. : τῶν καλουμένων ἀντικειμένων EUT. τὰς ἀντικειμένας PAPP. ǁ 22 ἐξειργασμένα V : ἐξητασμένα PAPP.

APOLLONIOS DE PERGÉ
TRAITÉ DES CONIQUES

Livre I

Apollonios salue Eudème[1].

Si ta santé se rétablit et si le reste va selon tes désirs, tant mieux ! moi-même je me porte bien.

A l'époque où nous nous fréquentions à Pergame, je pouvais constater le vif désir que tu avais de prendre connaissance des travaux que j'avais conduits sur les *Coniques* ; c'est pourquoi je t'envoie le premier Livre après correction, et te ferai tenir les autres lorsque j'en serai satisfait.

Je t'avais dit, et je ne pense pas que tu l'aies oublié, que j'avais entrepris de traiter cette matière à la demande du géomètre Naucratès, quand il était venu à Alexandrie pour suivre mon enseignement[2]; je t'avais dit aussi que j'avais traité le sujet en huit Livres, dont je m'étais dépêché de lui donner communication sans les avoir corrigés, parce qu'il devait prendre le bateau, et que j'avais simplement mis par écrit toutes les idées qui m'étaient venues, dans l'intention d'y revenir plus tard.

Saisissant l'occasion qui m'est offerte maintenant, je rends publique la version corrigée au fur et à mesure de son achèvement. Comme il se trouve que d'autres personnes de connaissance ont eu communication des premier et deuxième Livre avant correction, ne t'étonne pas de tomber sur des exemplaires d'une version différente[3].

Sur les huit Livres, les quatre premiers[4] rentrent dans l'exposition des éléments. Le premier[5] comprend le mode de génération des trois sections et des sections opposées, ainsi que leurs propriétés fondamentales, qui font l'objet d'un traitement plus détaillé et plus général que sous la plume des autres auteurs.

[1] Voir Note complémentaire [1].
[2] Voir Note complémentaire [2].
[3] Voir Note complémentaire [3].
[4] Voir Note complémentaire [4].
[5] Voir Note complémentaire [5].

Τὸ δὲ δεύτερον τὰ περὶ τὰς διαμέτρους καὶ τοὺς ἄξονας τῶν τομῶν συμβαίνοντα καὶ τὰς ἀσυμπτώτους καὶ ἄλλα γενικὴν καὶ ἀναγκαίαν χρείαν παρεχόμενα πρὸς τοὺς διορισμούς· τίνας δὲ διαμέτρους καὶ τίνας ἄξονας καλῶ, εἰδήσεις ἐκ τούτου τοῦ βιβλίου.

Τὸ δὲ τρίτον πολλὰ καὶ παράδοξα θεωρήματα χρήσιμα πρός τε τὰς συνθέσεις τῶν στερεῶν τόπων καὶ τοὺς διορισμούς, ὧν τὰ πλεῖστα καὶ κάλλιστα ξένα· ἃ καὶ κατανοήσαντες συνείδομεν μὴ συντιθέμενον ὑπὸ Εὐκλείδου τὸν ἐπὶ τρεῖς καὶ τέσσαρας γραμμὰς τόπον, ἀλλὰ μόριον τὸ τυχὸν αὐτοῦ καὶ τοῦτο οὐκ εὐτυχῶς· οὐ γὰρ ἦν δυνατὸν ἄνευ τῶν προσευρημένων ἡμῖν τελειωθῆναι τὴν σύνθεσιν.

Τὸ δὲ τέταρτον ποσαχῶς αἱ τῶν κώνων τομαὶ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ συμβάλλουσι, καὶ ἄλλα ἐκ περισσοῦ· ὧν οὐδέτερον ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν γέγραπται, κώνου τομὴ καὶ κύκλου περιφέρεια κατὰ πόσα σημεῖα συμβάλλουσι <…>.

Τὰ δὲ λοιπά ἐστι περιουσιαστικώτερα· ἔστι γὰρ τὸ μὲν περὶ ἐλαχίστων καὶ μεγίστων ἐπὶ πλέον, τὸ δὲ περὶ ἴσων καὶ ὁμοίων κώνου τομῶν, τὸ δὲ περὶ διοριστικῶν θεωρημάτων, τὸ δὲ περὶ προβλημάτων κωνικῶν διωρισμένων.

Οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ πάντων ἐκδοθέντων ἔξεστι τοῖς περιτυγχάνουσι κρίνειν αὐτά, ὡς ἂν αὐτῶν ἕκαστος αἱρῆται.

Εὐτύχει.

TEST. : 1-3 τὸ — διορισμοὺς] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 176, 29-178, 4).— 1-19 PAPP. VII 32 (ed. Jones 117, 24-119, 15).— 5-6 τὸ — τόπων] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 178, 15-18).

1 περὶ V PAPP. : παρὰ EUT. || τὰς Ψ : τοὺς V || 1-2 τῶν τομῶν V EUT. Ar. : τῶν τομῶν καὶ τῶν ἀντικειμένων PAPP. || 4 καὶ Heiberg : ἢ V PAPP. || 5 πολλὰ — θεωρήματα V EUT. Ar. : πολλὰ καὶ παντοῖα PAPP. || 6–7 τὰ πλεῖστα — κατανοήσαντες [κάλλιστα om. Ar.] V Ar. : τὰ πλείονα καὶ καλὰ καὶ ξένα κατανοήσαντες PAPP. || 7 συνείδομεν c V^{corr} Ψ : συνείδαμεν V εὕρομεν PAPP. || 9 τὸ τυχὸν V : τι PAPP. || 10 προσευρημένων V Ar. : προειρημένων PAPP. || 13 συμβάλλουσι V : συμπίπτουσιν PAPP. || 14 καὶ Decorps-F. vide adn. : ἡ V om. PAPP. ||14-15 κύκλου περιφέρει V : κύκλου περιφερείᾳ PAPP. || 15 συμβάλλουσι V : συμβάλλει καὶ ἀντικείμεναι ἀντικειμέναις κατὰ πόσα σημεῖα συμβάλλουσιν PAPP. || lacunam indic. Decorps-F. vide adn. || 16 τὰ δὲ λοιπά ἐστι V : τὰ δὲ λοιπὰ δ′ PAPP. Ar. || 18 alt. περὶ Ψ : om. V.

Le deuxième traite des propriétés des diamètres et des axes des sections, ainsi que des asymptotes et d'autres sujets utiles en général et nécessaires aux diorismes[6] ; ce Livre t'apprendra aussi ce que j'entends par diamètres et par axes.

Le troisième contient un grand nombre de théorèmes admirables, utiles à la construction des lieux solides et aux diorismes, et dont la plupart et les plus beaux sont nouveaux ; en les découvrant, je me suis aperçu qu'Euclide ne construisait pas le lieu à trois ou quatre lignes, mais simplement une partie quelconque de ce lieu, et encore de façon malheureuse[7]; impossible, en effet, d'en effectuer la construction sans les découvertes que j'ai ajoutées.

Le quatrième traite des différentes manières dont les sections de cône se rencontrent entre elles et rencontrent la circonférence de cercle ; il comprend en outre d'autres considérations. Dans tout cela, il y a deux points qui ne se trouvent pas chez mes prédécesseurs, la question du nombre de points où la section de cône et la circonférence de cercle se rencontrent < … >[8].

Les autres Livres sont d'un niveau bien plus élevé. Le premier développe le sujet des minima et des maxima ; le second traite des sections de cône égales et semblables ; le troisième, de théorèmes relatifs aux diorismes, et, le dernier, de problèmes coniques déterminés[9].

Néanmoins, lorsque tous les Livres auront été publiés, libre aux lecteurs de s'en faire une opinion personnelle[10].

Porte-toi bien.

[6] Ici et à deux reprises plus loin, il ne s'agit pas de la partie de la proposition qui commence dans les théorèmes par λέγω ὅτι et dans les problèmes par δεῖ δή, mais du diorisme « restrictif » qui sert à préciser les conditions de possibilité d'un problème. Dans son commentaire aux *Éléments*, Proclus parle de ce type de diorisme (éd. Friedlein, p. 66, 22 et 202, 3) ; voir aussi le commentaire d'Eutocius aux *Coniques*, éd. Heiberg, p. 178. M. F.

[7] Voir Note complémentaire [6].

[8] Voir Note complémentaire [7].

[9] Voir Note complémentaire [8].

[10] Voir Note complémentaire [9].

Ὅροι πρῶτοι

Ἐὰν ἀπό τινος σημείου πρὸς κύκλου περιφέρειαν ὃς οὐκ ἔστιν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ σημείῳ εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐφ᾽ ἑκάτερα προσεκβληθῇ, καὶ μένοντος τοῦ σημείου ἡ εὐθεῖα περιενεχθεῖσα περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὴν γραφεῖσαν ὑπὸ τῆς εὐθείας ἐπιφάνειαν ἣ σύγκειται ἐκ δύο ἐπιφανειῶν κατὰ κορυφὴν ἀλλήλαις κειμένων ὧν ἑκατέρα εἰς ἄπειρον αὔξεται τῆς γραφούσης εὐθείας εἰς ἄπειρον προσεκβαλλομένης, καλῶ κωνικὴν ἐπιφάνειαν, κορυφὴν δὲ αὐτῆς τὸ μεμενηκὸς σημεῖον, ἄξονα δὲ τὴν διὰ τοῦ σημείου καὶ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθεῖαν.

Κῶνον δὲ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τοῦ κύκλου καὶ τῆς μεταξὺ τῆς τε κορυφῆς καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας κωνικῆς ἐπιφανείας, κορυφὴν δὲ τοῦ κώνου τὸ σημεῖον ὃ καὶ τῆς ἐπιφανείας ἐστὶ κορυφή, ἄξονα δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθεῖαν, βάσιν δὲ τὸν κύκλον.

Τῶν δὲ κώνων ὀρθοὺς μὲν καλῶ τοὺς πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσεσι τοὺς ἄξονας, σκαληνοὺς δὲ τοὺς μὴ πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσεσι τοὺς ἄξονας.

Πάσης καμπύλης γραμμῆς ἥτις ἐστὶν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ διάμετρον μὲν καλῶ εὐθεῖαν ἥτις ἠγμένη ἀπὸ τῆς καμπύλης γραμμῆς πάσας τὰς ἀγομένας ἐν τῇ γραμμῇ εὐθείας εὐθείᾳ τινὶ παραλλήλους δίχα διαιρεῖ, κορυφὴν δὲ τῆς γραμμῆς τὸ πέρας τῆς εὐθείας τὸ πρὸς τῇ γραμμῇ, τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἑκάστην τῶν παραλλήλων.

TEST. : 2 ἐὰν — περιφέρειαν] PAPP. VII 236 (ed. Jones 299, 12) ; EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 186, 27-28). — 2-9 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 4, 12-20). — 2-11 cf. EUT., *ibid.* (ed. Heiberg 186, 28-188, 12). — 3-4 ἐφ᾽ ἑκάτερα προσεκβληθῇ] PAPP. VII 236 (ed. Jones 299, 13-14, 21). — 12-16 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 4, 21-25) ; cf. EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 188, 13-16). — 17-19 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 6, 3-5) ; cf. EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 188, 17-19). — 20-21 πάσης — καλῶ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 198, 26-27). — 20-25 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 6, 7-13) ; cf. EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 198, 27-200, 8).

1. ὅροι α´ V.

PREMIÈRES DÉFINITIONS[11]

1[12]. Si, d'un certain point, est menée une droite de jonction[13] à la circonférence d'un cercle qui n'est pas dans le même plan que le point, qu'elle est prolongée de part et d'autre et que, le point restant fixe, elle tourne autour de la circonférence du cercle pour revenir à l'origine de son mouvement[14], j'appelle *surface conique* la surface décrite par la droite et qui est composée de deux surfaces opposées par le sommet, dont chacune s'accroît indéfiniment lorsque la droite qui décrit la surface est prolongée indéfiniment ; j'appelle *sommet* de la surface le point immobile, et *axe* la droite menée par le point et le centre du cercle.

2. J'appelle *cône* la figure comprise par le cercle et la surface conique située entre le sommet et la circonférence du cercle ; *sommet* du cône, le point qui est aussi le sommet de la surface ; *axe*, la droite menée du sommet au centre du cercle, et *base* le cercle.

3. J'appelle *droits* les cônes dont l'axe est à angles droits avec la base, et *obliques*[15] ceux dont l'axe n'est pas à angles droits avec la base.

4. J'appelle *diamètre* de toute ligne courbe[16] située dans un seul plan, une droite menée de la ligne courbe et coupant en deux parties égales toutes les droites menées dans la ligne parallèlement à une certaine droite ; j'appelle *sommet* de la ligne, l'extrémité, située sur la ligne, de la droite ; enfin, je dis[17] que chacune des parallèles *est abaissée sur le diamètre de manière ordonnée*.

[11] Le titre ὅροι πρῶτοι de **V** annonce le titre « Secondes définitions » donné aux définitions reproduites après la proposition 16. Dans son commentaire de ces premières définitions, Eutocius ne parle que de « définitions » (ἀρχόμενος δὲ τῶν ὅρων, éd. Heiberg, p. 186, 22), tout comme Pappus (éd. Jones, p. 299, 11).

[12] Voir Note complémentaire [10].

[13] Voir Note complémentaire [11].

[14] L'expression est canonique au moins depuis Euclide (*Elém.* XI, *déf.* 14).

[15] Voir Note complémentaire [12].

[16] Voir Note complémentaire [13].

[17] Voir Note complémentaire [14].

Ὁμοίως δὲ καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ κειμένων διάμετρον καλῶ πλαγίαν μὲν ἥτις εὐθεῖα τέμνουσα τὰς δύο γραμμὰς πάσας τὰς ἀγομένας ἐν ἑκατέρᾳ τῶν γραμμῶν παρά τινα εὐθεῖαν δίχα τέμνει, κορυφὰς δὲ τῶν γραμμῶν τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς πέρατα τῆς διαμέτρου, ὀρθίαν δὲ ἥτις κειμένη μεταξὺ τῶν δύο γραμμῶν πάσας τὰς ἀγομένας παραλλήλους εὐθείας εὐθείᾳ τινὶ καὶ ἀπολαμβανομένας μεταξὺ τῶν γραμμῶν δίχα τέμνει, τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἑκάστην τῶν παραλλήλων.

Συζυγεῖς καλῶ διαμέτρους καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν δύο εὐθείας ὧν ἑκατέρα διάμετρος οὖσα τὰς τῇ ἑτέρᾳ παραλλήλους δίχα διαιρεῖ.

Ἄξονα δὲ καλῶ καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν εὐθεῖαν ἥτις διάμετρος οὖσα τῆς γραμμῆς ἢ τῶν γραμμῶν πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὰς παραλλήλους.

Συζυγεῖς καλῶ ἄξονας καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν εὐθείας αἵτινες διάμετροι οὖσαι συζυγεῖς πρὸς ὀρθὰς τέμνουσι τὰς ἀλλήλων παραλλήλους.

– α΄ – Αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ σημεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εἰσίν.

Ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια ἧς κορυφὴ τὸ Α σημεῖον· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΓΒ.

Λέγω ὅτι ἡ ΑΓΒ εὐθεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστίν.

TEST. : 1 ὁμοίως — γραμμῶν] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 200, 10).— 1-9 cf. EUT., *ibid.* (ed. Heiberg 200, 11-27).— 10-12 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 6, 14-16) ; cf. EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 200, 28-202, 2).— 13-15 cf. EUT., *ibid.* (ed. Heiberg 200, 8-9, 20-22, 27-28).— 16-18 cf. EUT., *ibid.* (ed. Heiberg 202, 2-3).

5 ὀρθίαν V^{5mg} Ψ : ὀρθείαν V ‖ 7 τέμνει Ψ : τέμνη (lege τέμνῃ) V ‖ 11 δύο huc transp. Decorps-F. sec. Ar. : post διαμέτρους habet V (hoc loco del. edd. cum aliis) ‖ 19 α΄ Ψ : om. V.

5[18]. De même, j'appelle *diamètre transverse* de deux lignes courbes situées dans un même plan, une droite qui coupe les deux lignes et partage en deux parties égales toutes les droites menées dans chacune des deux lignes parallèlement à une certaine droite ; *sommets* des lignes, les extrémités, situées sur les lignes, du diamètre ; *diamètre droit*, la droite qui, située entre les deux lignes, coupe en deux parties égales toutes les droites menées parallèlement à une certaine droite et découpées par les lignes ; enfin, je dis que chacune des parallèles *est abaissée sur le diamètre de manière ordonnée*.

6[19]. J'appelle *diamètres conjugués* d'une ligne courbe ou de deux lignes courbes les deux droites dont chacune est un diamètre et coupe en deux parties égales les parallèles à l'autre droite.

7. J'appelle *axe* d'une ligne courbe ou de deux lignes courbes une droite qui est un diamètre de la ligne ou des lignes et coupe les parallèles à angles droits.

8. J'appelle *axes conjugués* d'une ligne courbe ou de deux lignes courbes les droites qui sont des diamètres conjugués et qui coupent leurs parallèles respectives à angles droits.

– 1 – *Les droites menées du sommet d'une surface conique*[20] *jusqu'à des points situés dans la surface sont dans la surface.*

Soit une surface conique, ayant pour sommet le point A[21] ; que soit pris[22] un certain point B sur la surface, et que soit menée une droite de jonction ΑΓΒ[23].

Je dis que la droite ΑΓΒ[24] est dans la surface.

[18] La définition 5 est relative aux diamètres transverse et droit non conjugués. Les diamètres conjugués, mutuellement dépendants, font l'objet de la définition suivante.

[19] Voir Note complémentaire [15].

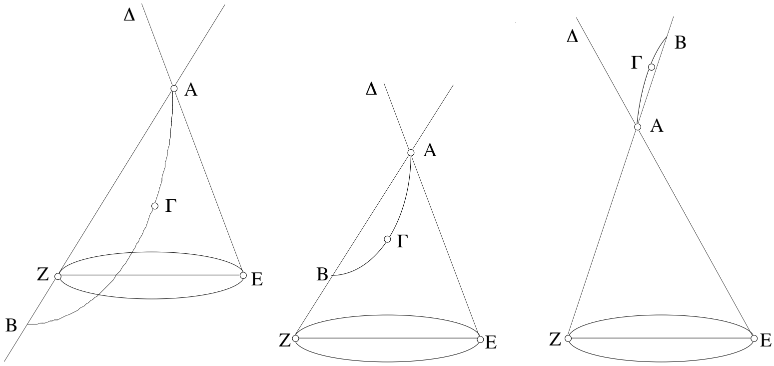
[20] Le concept de surface conique renvoie à la *définition* 1 et désigne l'ensemble constitué par les deux surfaces opposées par le sommet.

[21] Voir Note complémentaire [16].

[22] Voir Note complémentaire [17].

[23] Voir Note complémentaire [18].

[24] Voir Note complémentaire [19].



Εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ ἔστω, καὶ ἔστω ἡ γεγραφυῖα τὴν ἐπιφάνειαν εὐθεῖα ἡ ΔΕ, ὁ δὲ κύκλος καθ' οὗ φέρεται ἡ ΕΔ ὁ ΕΖ.

Ἐὰν δὴ μένοντος τοῦ Α σημείου ἡ ΔΕ εὐθεῖα φέρηται κατὰ τῆς τοῦ ΕΖ κύκλου περιφερείας, ἥξει καὶ διὰ τοῦ Β σημείου, καὶ ἔσται δύο εὐθειῶν τὰ αὐτὰ πέρατα, ὅπερ ἄτοπον.

Οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα οὐκ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ· ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστίν.

Καὶ φανερὸν ὅτι, ἐὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπί τι σημεῖον τῶν ἐντὸς τῆς ἐπιφανείας ἐπιζευχθῇ εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἐὰν ἐπί τι τῶν ἐκτὸς ἐπιζευχθῇ, ἐκτὸς ἔσται τῆς ἐπιφανείας.

– β′ – Ἐὰν ἐφ' ὁποτερασοῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν δύο σημεῖα ληφθῇ, ἡ δὲ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα μὴ νεύῃ ἐπὶ τὴν κορυφήν, ἐντὸς πεσεῖται τῆς ἐπιφανείας, ἡ δὲ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

TEST. : 12-15 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 24, 5-8).

1 δυνατόν V^2 c Ψ : δυντόν V || 2 κα[θ' c v Ψ : fere evan. V || ὁ ΕΖ c Ψ : ΟΕΖ V.

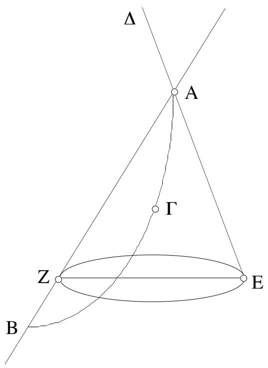


Fig. 1.1

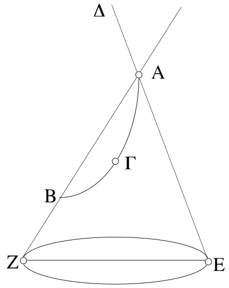


Fig. 1.2

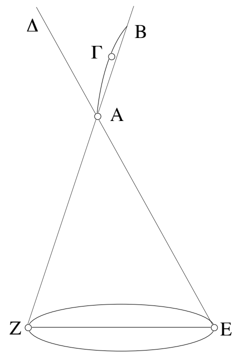


Fig.1.3

Qu'elle ne le soit pas, si c'est possible[25]. Soient[26] une droite ΔΕ qui décrit la surface et un cercle ΕΖ[27] sur lequel elle se déplace.

Si le point Α reste fixe et que la droite ΔΕ se déplace sur la circonférence de cercle ΕΖ, elle passera aussi par le point Β, et deux droites auront les mêmes extrémités[28], ce qui est absurde.

Il n'est donc pas vrai que la droite joignant les points Α et Β ne soit pas dans la surface ; elle est donc dans la surface.

Il est évident[29] que, si une droite de jonction est menée du sommet jusqu'en un certain point situé à l'intérieur de la surface, elle tombera à l'intérieur de la surface conique, et que, si elle est menée jusqu'en un point extérieur, elle sera à l'extérieur de la surface.

[25] Nous sommes ici au début d'une démonstration apagogique, introduite par la formule canonique, εἰ γὰρ δυνατόν, « si c'est possible ». La proposition à réduire à l'absurde, exprimée sous une forme elliptique (μὴ ἔστω), est la suivante : « que <la droite ΑΓΒ> ne soit pas <dans la surface> ». Sur la formule εἰ γὰρ δυνατόν et sa variante, εἰ γὰρ μή, toutes deux utilisées dans le texte grec des *Coniques*, voir Ch. Mugler, *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs*, *s.v.* δυνατόν.

[26] Voir Note complémentaire [20].

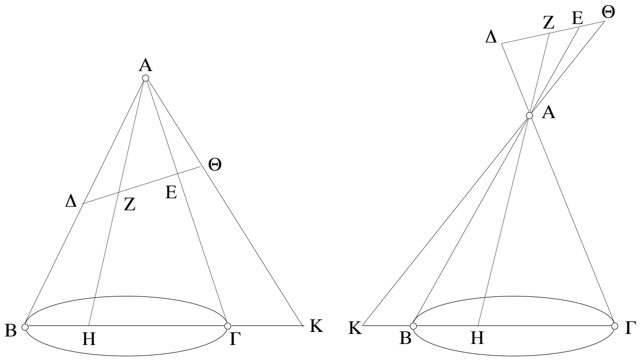
[27] On peut observer dès maintenant l'habitude qui consiste à suivre l'ordre alphabétique dans la désignation des objets. Cet usage ne sera pas toujours observé dans la suite.

[28] Voir Note complémentaire [21].

[29] La formule καὶ φανερὸν ὅτι (ou ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι) est celle du *corollaire*. Mais ici, comme dans la suite du traité, **V** ne reproduit pas en titre le mot attendu pour le désigner (πόρισμα).

Ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια ἧς κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, ὁ δὲ κύκλος καθ᾽ οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα ὁ ΒΓ· καὶ εἰλήφθω ἐφ᾽ ὁποτερασοῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν δύο σημεῖα τὰ Δ, Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ μὴ νευέτω ἐπὶ τὸ Α σημεῖον.

Λέγω ὅτι ἡ ΔΕ ἐντὸς ἔσται τῆς ἐπιφανείας καὶ ἡ ἐπ᾽ εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.



Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΑΔ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν· πεσοῦνται δὴ ἐπὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν· πιπτέτωσαν κατὰ τὰ Β, Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ· ἔσται ἄρα ἡ ΒΓ ἐντὸς τοῦ κύκλου, ὥστε καὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας. Εἰλήφθω δὴ ἐπὶ τῆς ΔΕ τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΖ ἐκβεβλήσθω· πεσεῖται δὴ ἐπὶ τὴν ΒΓ εὐθεῖαν· τὸ γὰρ ΒΓΑ τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ· πιπτέτω κατὰ τὸ Η.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Η ἐντός ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἡ ΑΗ ἄρα ἐντός ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, ὥστε καὶ τὸ Ζ ἐντός ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας.

Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ΔΕ σημεῖα ἐντός ἐστι τῆς ἐπιφανείας· ἡ ἄρα ΔΕ ἐντός ἐστι τῆς ἐπιφανείας.

4 Δ, Ε] ΔΕ V ut semper || 9 ἄρ[α c v Ψ : fere evan. V.

– 2 – *Si, sur l'une quelconque de deux surfaces opposées par le sommet, sont pris deux points, et qu'une droite joignant les points ne se dirige pas vers le sommet, cette droite tombera à l'intérieur de la surface, et son prolongement en ligne droite tombera à l'extérieur.*

Soit une surface conique[30], ayant le point Α pour sommet et le cercle ΒΓ[31] pour cercle sur lequel se déplace la droite qui décrit la surface ; que, sur l'une quelconque des deux surfaces opposées par le sommet, soient pris deux points Δ et Ε ; que soit menée une droite de jonction ΔΕ[32] et qu'elle ne se dirige pas vers le point Α.

Je dis que ΔΕ sera à l'intérieur de la surface[33] et que son prolongement sera à l'extérieur.

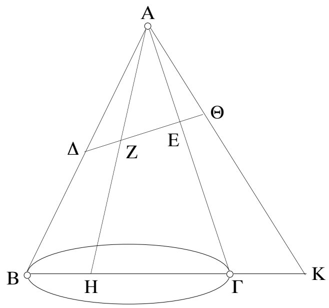


Fig. 2.1

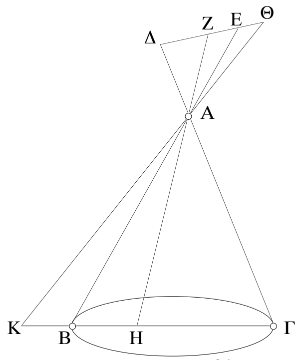


Fig. 2.2[34]

Que soient menées[35] des droites de jonction ΑΕ et ΑΔ et qu'elles soient prolongées ; elles tomberont alors sur la circonférence du cercle ; qu'elles tombent en des points Β et Γ, et que soit menée une droite de jonction ΒΓ ; cette droite sera donc à l'intérieur du cercle et, par conséquent, aussi à l'intérieur de la surface conique. – Que, sur ΔΕ, soit pris un point Ζ quelconque ; que soit menée une droite de jonction ΑΖ et qu'elle soit prolongée ; elle tombera alors sur la droite ΒΓ, car le triangle ΒΓΑ est dans un seul plan[36] ; qu'elle tombe en un point Η.

[30] Il s'agit ici de la surface conique au sens de la *définition* 1. Les deux points considérés sont pris ensuite sur une des deux nappes.

[31] Β et Γ nomment le cercle. Les points correspondants seront définis plus loin.

[32] Voir Note complémentaire [22].

[33] Il s'agit ici d'une des deux surfaces coniques opposées par le sommet.

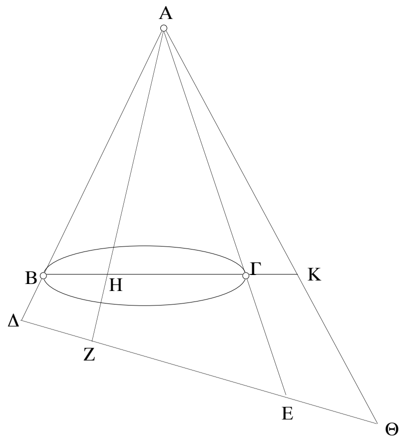
[34] Voir Note complémentaire [23].

[35] Il manque ici la particule γάρ, dont l'emploi est canonique pour introduire le développement qui suit le *diorisme* (voir M. Federspiel, *REG*, 107, p. 205). Cet emploi de la particule est absent dans les problèmes 52-60.

[36] *Éléments*, XI.2.

Ἐκβεβλήσθω δὴ ἡ ΔΕ ἐπὶ τὸ Θ.

Λέγω δὴ ὅτι ἐκτὸς πεσεῖται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας.



Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τι αὐτῆς τὸ Θ μὴ ἐκτὸς τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΘ ἐκβεβλήσθω· πεσεῖται δὴ ἢ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ἢ ἐντός, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· πίπτει γὰρ ἐπὶ τὴν ΒΓ ἐκβαλλομένην ὡς κατὰ τὸ Κ· ἡ ΕΘ ἄρα ἐκτός ἐστι τῆς ἐπιφανείας.

Ἡ ἄρα ΔΕ ἐντός ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἡ ἐπ᾽ εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

– γʹ – Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τῆς κορυφῆς, ἡ τομὴ τρίγωνόν ἐστιν.

TEST. : 10-11 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 8, 20-21).

2 λέγω δὴ ὅτι V : λέγω δὴ ὅτι καὶ Federspiel[2]. vide adn. ‖ 4 ἢ Ψ : ἡ V ‖ 5 περιφέρειαν V[2] c v Ψ : περιφέφειαν V ‖ ἢ Ψ : ἡ V ‖ ἀδύνα]τον c v Ψ : fere evan. V.

Dès lors, puisque Η est à l'intérieur de la surface conique, alors[37] la droite ΑΗ aussi est à l'intérieur de la surface[38], et, par conséquent, le point Ζ aussi est à l'intérieur de la surface conique.

On démontrera pareillement que tous les points situés sur la droite ΔΕ sont aussi à l'intérieur de la surface ; ΔΕ est donc à l'intérieur de la surface.

Que ΔΕ soit prolongée jusqu'en un point Θ.

Je dis[39] maintenant[40] qu'elle tombera à l'extérieur de la surface conique.

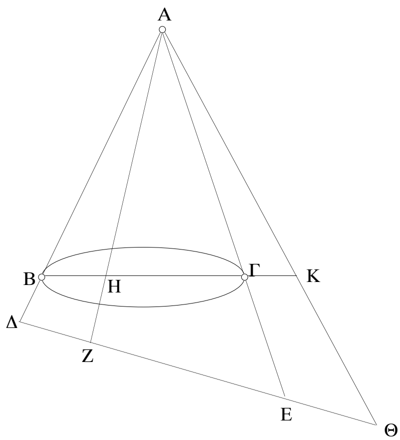


Fig. 2.3

Que le point Θ, qui est un point de ce prolongement[41], ne soit pas à l'extérieur de la surface conique, si c'est possible[42] ; que soit menée une droite de jonction ΑΘ et qu'elle soit prolongée ; elle tombera alors sur la circonférence du cercle ou à l'intérieur[43], ce qui est impossible, puisqu'elle tombe sur le prolongement de ΒΓ en un point Κ[44] ; ΕΘ est donc à l'extérieur de la surface.

ΔΕ est donc à l'intérieur de la surface conique, et son prolongement en ligne droite à l'extérieur.

[37] Voir Note complémentaire [24].

[38] Prop. 1.

[39] Voir Note complémentaire [25].

[40] Voir Note complémentaire [26].

[41] Par cette relative, j'essaye de traduire la séquence τι αὐτῆς, dont l'authenticité me paraît suspecte. M. F.

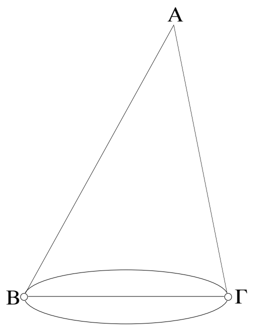
[42] Voir Note complémentaire [27].

[43] Prop. 1.

[44] Voir Note complémentaire [28].

Ἔστω κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ διὰ τοῦ Α σημείου, καὶ ποιείτω τομὰς ἐπὶ μὲν τῆς ἐπιφανείας τὰς ΑΒ, ΑΓ γραμμάς, ἐν δὲ τῇ βάσει τὴν ΒΓ εὐθεῖαν.

Λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνόν ἐστιν.



Ἐπεὶ γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη κοινὴ τομή ἐστι τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ· ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ΑΓ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΓ εὐθεῖα· τρίγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ.

Ἐὰν ἄρα κῶνος ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῇ διὰ τῆς κορυφῆς, ἡ τομὴ τρίγωνόν ἐστιν.

– δʹ – Ἐὰν ὁποτεραοῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῇ παραλλήλῳ τῷ κύκλῳ καθ᾽ οὗ φέρεται ἡ γράφουσα τὴν ἐπιφάνειαν εὐθεῖα, τὸ ἐναπολαμβανόμενον ἐπίπεδον μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας κύκλος ἔσται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος, τὸ δὲ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου κωνικῆς ἐπιφανείας πρὸς τῇ κορυφῇ κῶνος ἔσται.

TEST. : 12-15 ἐὰν — ἄξονος] cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 16, 20-22).

5 ΑΒΓ Ψ Ar. : ΑΓ V.

– 3 – *Si un cône est coupé par un plan passant par le sommet*[45]*, la section est un triangle*.

Soit un cône, ayant pour sommet le point Α et pour base le cercle ΒΓ ; qu'il soit coupé par un certain plan passant par le point Α, et que ce plan détermine, dans la surface, des sections[46] qui sont les lignes ΑΒ et ΑΓ et, dans la base, la droite ΒΓ.

Je dis que la figure ΑΒΓ est un triangle.

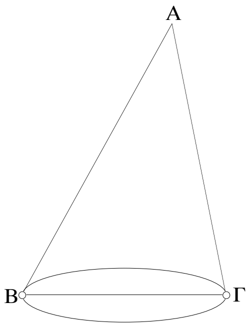


Fig. 3

Puisque la ligne joignant les points Α et Β est l'intersection du plan sécant et de la surface du cône, alors la ligne ΑΒ est une droite ; de même aussi pour la ligne ΑΓ ; or ΒΓ est aussi une droite ; la figure ΑΒΓ est donc un triangle.

Si donc un cône est coupé par un certain plan passant par le sommet, la section est un triangle[47].

– 4 – *Si l'une ou l'autre de deux surfaces opposées par le sommet est coupée par un certain plan parallèle au cercle sur lequel se déplace la droite qui décrit la surface, le plan intercepté par*[48] *la surface sera un cercle ayant son centre sur l'axe, et la figure comprise par le cercle et la surface conique découpée du côté du sommet par le plan sécant sera un cône*.

[45] Le grec dit littéralement : « est coupé à travers le sommet par un plan ». La transposition infidèle que je propose, et qui revient à faire délibérément du complément prépositionnel du verbe le déterminant du substantif « plan », vaudra aussi pour tous les cas de ce genre. M. F.

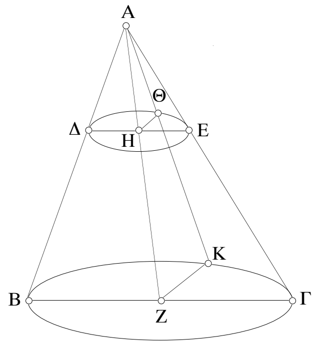
[46] Voir Note complémentaire [29].

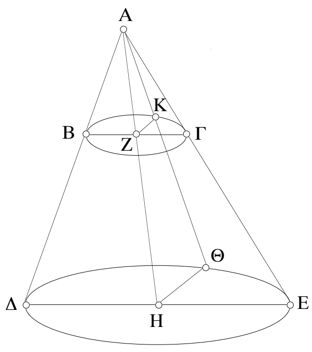
[47] Voir Note complémentaire [30].

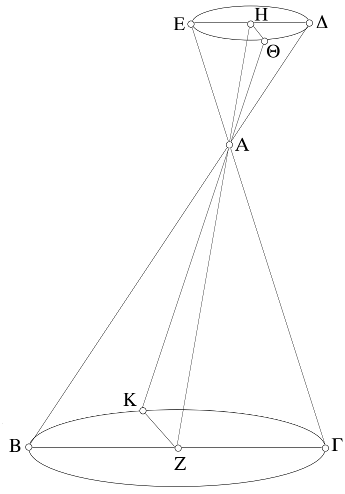
[48] Voir Note complémentaire [31].

Ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια ἧς κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, ὁ δὲ κύκλος καθ᾽ οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα ὁ ΒΓ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ παραλλήλῳ τῷ ΒΓ κύκλῳ, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὴν τὴν ΔΕ γραμμήν.

Λέγω ὅτι ἡ ΔΕ γραμμὴ κύκλος ἐστὶν ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἔχων τὸ κέντρον.







Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΒΓ κύκλου τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· ἄξων ἄρα ἐστὶ καὶ συμβάλλει τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ· συμβαλλέτω κατὰ τὸ Η, καὶ ἐκβεβλήσθω τι διὰ τῆς ΑΖ ἐπίπεδον· ἔσται δὴ ἡ τομὴ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ.

Soit une surface conique, ayant le point A pour sommet et le cercle BΓ pour cercle sur lequel se déplace la droite qui décrit la surface ; qu'elle soit coupée par un certain plan parallèle au cercle BΓ, et que ce plan détermine dans la surface une section qui est la ligne ΔE.

Je dis que la ligne ΔE est un cercle ayant son centre sur l'axe.

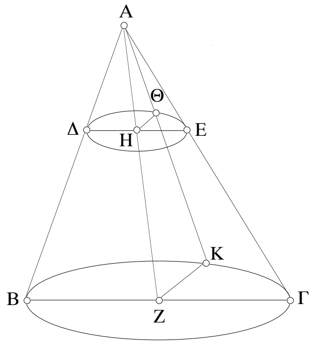


Fig. 4.1

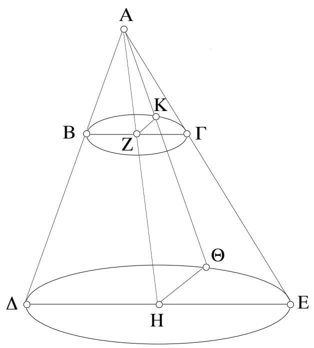


Fig. 4.2

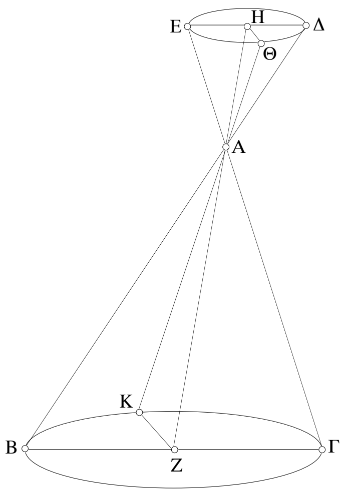


Fig. 4.3

Que soit pris le centre Z du cercle BΓ, et que soit menée une droite de jonction AZ ; elle est donc l'axe et rencontre le plan sécant ; qu'elle le rencontre en un point H, et que soit mené un certain plan passant par AZ ; la section sera alors le triangle ABΓ[49].

[49] Prop. 3.

Καὶ ἐπεὶ τὰ Δ, Η, Ε σημεῖα ἐν τῷ τέμνοντί ἐστιν ἐπιπέδῳ, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓ ἐπιπέδῳ, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΗΕ.

Εἰλήφθω δή τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ΔΕ γραμμῆς τὸ Θ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΘ ἐκβεβλήσθω· συμβαλεῖ δὴ τῇ ΒΓ περιφερείᾳ· συμβαλλέτω κατὰ τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΘ, ΖΚ.

Καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ ΔΕ, ΒΓ ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνεται τοῦ ΑΒΓ, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΗΘ τῇ ΚΖ παράλληλος· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΗ, οὕτως ἥ τε ΖΒ πρὸς ΔΗ καὶ ἡ ΖΓ πρὸς ΗΕ καὶ ἡ ΖΚ πρὸς ΗΘ· καί εἰσιν αἱ τρεῖς αἱ ΒΖ, ΚΖ, ΖΓ ἴσαι ἀλλήλαις· καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΔΗ, ΗΘ, ΗΕ ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Η σημείου πρὸς τὴν ΔΕ γραμμὴν προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ γραμμὴ τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

Καὶ φανερὸν ὅτι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τοῦ ΔΕ κύκλου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτοῦ πρὸς τῷ Α σημείῳ κωνικῆς ἐπιφανείας κῶνός ἐστιν.

Καὶ συναποδέδεικται ὅτι ἡ κοινὴ τομὴ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου διάμετρός ἐστι τοῦ κύκλου.

– ε′ – Ἐὰν κῶνος σκαληνὸς ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς μὲν τῷ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνῳ, ἀφαιροῦντι δὲ πρὸς τῇ κορυφῇ τρίγωνον ὅμοιον μὲν τῷ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνῳ, ὑπεναντίως δὲ κείμενον, ἡ τομὴ κύκλος ἐστίν· καλείσθω δὲ ἡ τοιαύτη τομὴ ὑπεναντία.

TEST. : 22-26 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 18, 25-20, 7).

7 τέμνεται τοῦ V[1] : iter. V (in extr. et pr. fol) ‖ 10 alt. αἱ Ψ : om. V.

Puisque les points Δ, Η et Ε sont à la fois dans le plan sécant et dans le plan du triangle ΑΒΓ, alors la ligne ΔΗΕ est une droite[50].

Que soit pris un certain point Θ sur la ligne ΔΕ ; que soit menée une droite de jonction ΑΘ et qu'elle soit prolongée ; elle rencontrera alors la circonférence ΒΓ ; qu'elle la rencontre en un point Κ, et que soient menées des droites de jonction ΗΘ et ΖΚ.

Puisque deux plans parallèles ΔΕ et ΒΓ sont coupés[51] par un certain plan ΑΒΓ, leurs intersections sont parallèles[52] ; ΔΕ est donc parallèle à ΒΓ. Pour les mêmes raisons, ΗΘ est aussi parallèle à ΚΖ ; ΖΒ est donc à ΔΗ, ΖΓ à ΗΕ et ΖΚ à ΗΘ comme ΖΑ est à ΑΗ[53] ; d'autre part, les trois droites ΒΖ, ΚΖ et ΖΓ sont égales entre elles ; les trois droites ΔΗ, ΗΘ et ΗΕ sont donc aussi égales entre elles[54].

On démontrera pareillement que toutes les droites menées du point Η jusqu'à la ligne ΔΕ sont aussi égales entre elles.

La ligne ΔΕ est donc un cercle ayant son centre sur l'axe.

Il est évident que la figure comprise par le cercle ΔΕ et la surface conique découpée par lui du côté du point Α est un cône.

En même temps, il est démontré que l'intersection du plan sécant et du triangle axial est un diamètre du cercle[55].

– 5 – *Si un cône oblique est coupé par un plan passant par l'axe*[56] *à angles droits avec la base ainsi que par un autre plan à angles droits avec le triangle axial et découpant du côté du sommet un triangle semblable au triangle axial, mais disposé d'une manière contraire, la section est un cercle. – Appelons* section contrair*e une telle section.*

[50] *Éléments*, XI.3.

[51] Sur ce présent de l'indicatif à valeur perfective (le *praesens pro perfecto* des linguistes), voir les notations contenues dans mon article « Sur l'opposition *défini/indéfini* dans la langue des mathématiques grecques », *Les Études classiques*, 63, 1995, p. 253 et 285, n. 81. M. F.

[52] *Éléments*, XI.16.

[53] *Éléments*, VI.4.

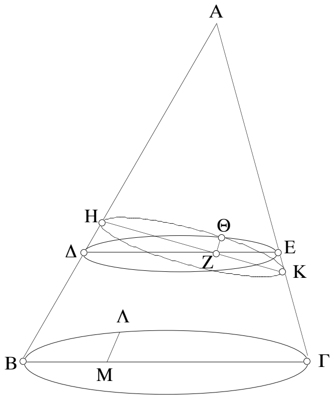
[54] *Éléments*, V.9.

[55] Voir Note complémentaire [32].

[56] Voir Note complémentaire [33].

Ἔστω κῶνος σκαληνὸς οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ πρὸς τὸν ΒΓ κύκλον, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· τετμήσθω δὴ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὄντι τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ, ἀφαιροῦντι δὲ τρίγωνον πρὸς τῷ Α σημείῳ τὸ ΑΚΗ ὅμοιον μὲν τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ, ὑπεναντίως δὲ κείμενον, τουτέστιν ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΑΚΗ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν ΗΘΚ γραμμήν.

Λέγω ὅτι κύκλος ἐστὶν ἡ ΗΘΚ γραμμή.



Εἰλήφθω γάρ τινα σημεῖα ἐπὶ τῶν ΗΘΚ, ΒΓ γραμμῶν τὰ Θ, Λ, καὶ ἀπὸ τῶν Θ, Λ σημείων ἐπὶ τὸ διὰ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπίπεδον κάθετοι ἤχθωσαν· πεσοῦνται δὴ ἐπὶ τὰς κοινὰς τομὰς τῶν ἐπιπέδων· πιπτέτωσαν ὡς αἱ ΖΘ, ΛΜ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΘ τῇ ΛΜ. Ἤχθω δὴ διὰ τοῦ Ζ τῇ ΒΓ παράλληλος ἡ ΔΖΕ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΖΘ τῇ ΛΜ παράλληλος· τὸ ἄρα διὰ τῶν ΖΘ, ΔΕ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῇ βάσει τοῦ κώνου· κύκλος ἄρα ἐστὶν οὗ διάμετρος ἡ ΔΕ· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΔΖΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ.

TEST. : 2-3 τετμήσθω — κύκλον] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 204, 20-21). — 3-6 τετμήσθω — κείμενον] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 206, 7-10).

3 δὴ V : δὲ Eut. || 5 ΑΚΗ Ψ : ΚΗ V *KAH* Ar. || 17 ΔΖΕ] ΔΖ,ΖΕ V.

Soit un cône oblique, ayant pour sommet le point Α et pour base le cercle ΒΓ ; qu'il soit coupé par un plan passant par l'axe faisant un angle droit avec le cercle ΒΓ, et que ce plan détermine une section qui est le triangle ΑΒΓ[57] ; qu'il soit coupé aussi par un autre plan à angles droits avec le triangle ΑΒΓ et découpant du côté du point Α un triangle ΑΚΗ semblable au triangle ΑΒΓ, mais disposé d'une manière contraire, c'est-à-dire tel que l'angle ΑΚΗ soit égal à l'angle ΑΒΓ[58]; que ce plan détermine dans la surface une section qui est la ligne ΗΘΚ.

Je dis que la ligne ΗΘΚ est un cercle.

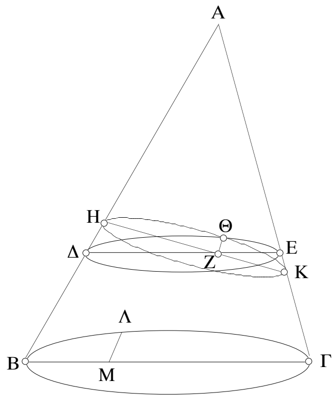


Fig. 5

Que soient pris certains points Θ et Λ sur les lignes ΗΘΚ et ΒΓ, et que, de ces points, soient menées des perpendiculaires au plan passant par le triangle ΑΒΓ ; elles tomberont alors sur les intersections des plans ; qu'elles tombent comme les droites ΖΘ et ΛΜ ; ΖΘ est donc parallèle à ΛΜ[59]. Que soit menée par Ζ une parallèle ΔΖΕ à ΒΓ ; or ΖΘ aussi est parallèle à ΛΜ ; le plan mené par les droites ΖΘ et ΔΕ est donc parallèle à la base du cône[60] ; c'est donc un cercle, ayant pour diamètre la droite ΔΕ[61] ; le rectangle ΔΖ,ΖΕ est donc égal au carré sur ΖΘ[62].

[57] Prop. 3.

[58] La construction du triangle ΑΒΓ et celle du triangle ΑΚΗ font respectivement l'objet d'un *lemme* chez Eutocius (éd. Heiberg, p. 204, 19-206, 6 et p. 206, 7-21).

[59] *Éléments*, XI.6.

[60] *Éléments*, XI.15.

[61] Prop. 4.

[62] *Éléments*, VI.8.

Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΕΔ τῇ ΒΓ, ἡ ὑπὸ ΑΔΕ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΚΗ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΚΗ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΔΕ ἐστιν ἴση· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τῷ Ζ σημείῳ ἴσαι [κατὰ κορυφήν]· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΖΗ τρίγωνον τῷ ΚΖΕ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΚ οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΕΖΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΖΗ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖΔ ἴσον ἐδείχθη τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΖΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ.

Ὁμοίως δὴ δειχθήσονται καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τῆς ΗΘΚ γραμμῆς ἐπὶ τὴν ΗΚ ἠγμέναι κάθετοι ἴσον δυνάμεναι τῷ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς ΗΚ.

Κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ τομὴ οὗ διάμετρος ἡ ΗΚ.

– ϛʹ – Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ληφθῇ δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας ὃ μὴ ἔστιν ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀχθῇ παράλληλος εὐθείᾳ τινὶ ἥ ἐστι κάθετος ἀπὸ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν βάσιν τοῦ τριγώνου, συμβαλεῖ τῷ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνῳ καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ἐπιφανείας δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ τριγώνου.

Ἔστω κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος· καὶ τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω [κοινὴν] τομὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς ΒΓ περιφερείας τοῦ Μ κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν ΒΓ ἡ ΜΝ. Εἰλήφθω δὴ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου σημεῖόν τι τὸ Δ, καὶ διὰ τοῦ Δ τῇ ΜΝ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ.

TEST. : 9-11 EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 208, 7-10).— 13-19 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 32, 17-34, 2).— 15-17 ἀπ' αὐτοῦ — τρίγωνου] cf. EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 212, 15-18).

4 κατὰ κορυφήν del. Heiberg (vide Ar.) ‖ 6-7 ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΚΖΗ [ΚΖ,ΖΗ Ψ ut semper] — pr. ἴσον Ψ (sed ἀλλὰ τῷ pro ἀλλὰ τὸ) Ar. : om. V ‖ 7 τῷ V : τὸ Heiberg sec. Ψ ‖ ΚΖΗ] ΚΖ,ΖΗ V ‖ 8 ΖΘ Ψ Ar. : ΕΘ V ‖ 10 ΗΚ Ψ Ar. : ΗΓ V ‖ 16 ἥ Ψ : ἢ (lege ᾗ) V ‖ 17 συμβαλεῖ V^2 c Ψ : σαμβαλεῖ V ‖ 22 κοινὴν del. Federspiel[1] vide adn.

Puisque ΕΔ est parallèle à ΒΓ, l'angle ΑΔΕ est égal à l'angle ΑΒΓ ; or, par hypothèse, l'angle ΑΚΗ est égal à l'angle ΑΒΓ ; l'angle ΑΚΗ est donc aussi égal à l'angle ΑΔΕ. Or les angles en Ζ sont aussi égaux [opposés par le sommet] ; le triangle ΔΖΗ est donc semblable au triangle ΚΖΕ[63] ; ΗΖ est donc à ΖΔ comme ΕΖ est à ΖΚ ; le rectangle ΕΖ,ΖΔ est donc égal au rectangle ΚΖ,ΖΗ[64]. Mais on a démontré que le rectangle ΕΖ,ΖΔ était égal au carré sur ΖΘ ; le rectangle ΚΖ,ΖΗ aussi est donc égal au carré sur ΖΘ.

On démontrera pareillement[65] que toutes les perpendiculaires menées de la ligne ΗΘΚ à la droite ΗΚ ont aussi leur carré équivalent[66] au rectangle compris par les segments de ΗΚ.

La section est donc un cercle, de diamètre ΗΚ.

– 6 – *Si un cône est coupé par un plan passant par l'axe, que, sur la surface du cône, est pris un certain point qui n'est pas sur le côté du triangle axial, et que, de ce point, est menée une parallèle à une certaine droite menée perpendiculairement de la circonférence du cercle à la base du triangle, elle rencontrera le triangle axial et, si elle est prolongée jusqu'à l'autre côté de la surface, elle sera coupée par le triangle en deux parties égales*[67].

Soit un cône, ayant pour sommet le point Α et pour base le cercle ΒΓ ; que le cône soit coupé par un plan passant par l'axe ; que ce plan détermine une [inter]section[68] qui est le triangle ΑΒΓ, et que, d'un certain point Μ parmi les points sur la circonférence ΒΓ, soit menée une perpendiculaire ΜΝ à la droite ΒΓ ; que soit pris sur la surface du cône un certain point Δ, et que, par Δ, soit menée une parallèle ΔΕ à ΜΝ.

[63] *Éléments*, VI.4.

[64] *Éléments*, VI.16. Voir Note complémentaire [34].

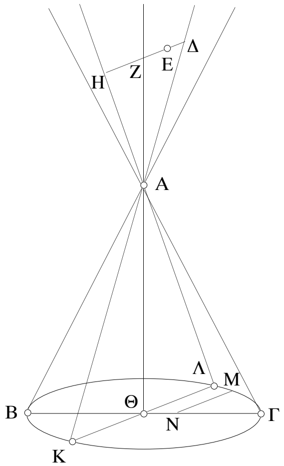
[65] Cette démonstration est l'objet d'un *lemme* chez Pappus, VII 237 (= Heiberg, *lemme* 4), comme chez Eutocius. Ce dernier donne deux démonstrations, l'une par l'absurde (éd. Heiberg, p. 208, 7-15), l'autre par la voie directe (*ibid.*, p. 208, 15-210, 7), selon le même procédé que Pappus.

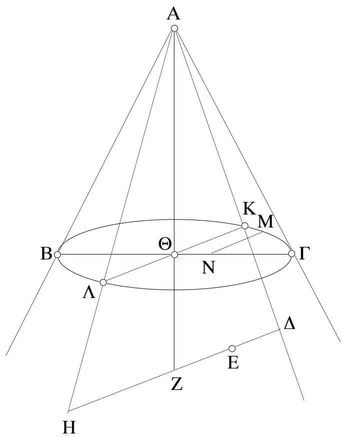
[66] Voir Note complémentaire [35].

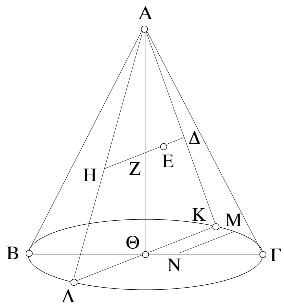
[67] Voir Note complémentaire [36].

[68] L'expression ἡ κοινὴ τομὴ s'applique à une droite, résultat de l'intersection de deux plans (voir l'article τομή du dictionnaire de Mugler). La correction du texte s'impose ; voir M. Federspiel, *REG*, 107, p. 207.

Λέγω ὅτι ἡ ΔΕ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου καὶ προσεκβαλλομένη ἐπὶ τὸ ἕτερον μέρος τοῦ κώνου ἄχρις ἂν συμπέσῃ τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.







Ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ καὶ ἐκβεβλήσθω· συμπεσεῖται δὴ τῇ περιφερείᾳ τοῦ ΒΓ κύκλου. Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἤχθω ἡ ΚΘΛ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΜΝ· καὶ τῇ ΔΕ ἄρα. Ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Θ ἡ ΑΘ.

5 δὴ Decorps-F. : ἄρα V.

Je dis que le prolongement de ΔE rencontrera le plan du triangle $AB\Gamma$ et que, si cette droite est prolongée vers l'autre partie du cône jusqu'à ce qu'elle rencontre sa surface, elle sera coupée en deux parties égales par le plan du triangle $AB\Gamma$.

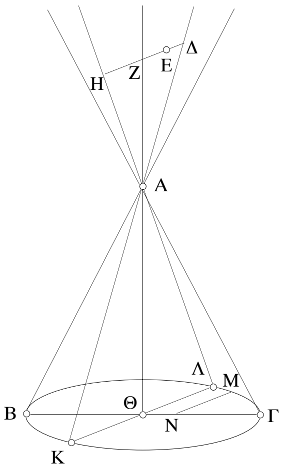


Fig. 6.1

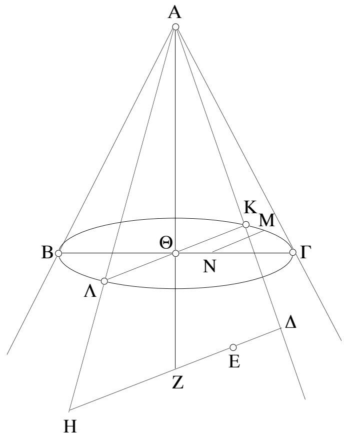


Fig. 6.2

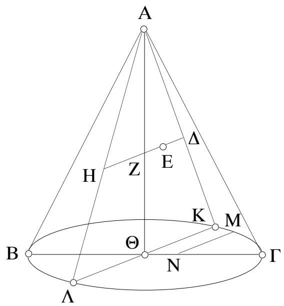


Fig. 6.3[69]

Que soit menée une droite de jonction $A\Delta$ et qu'elle soit prolongée ; elle rencontrera alors la circonférence de cercle $B\Gamma$[70]. Qu'elle la rencontre en un point K, et que, de K, soit menée une perpendiculaire $K\Theta\Lambda$ à la droite $B\Gamma$; $K\Theta$ est donc parallèle à MN[71] et donc aussi à ΔE[72]. Que soit menée une droite de jonction $A\Theta$ de A jusqu'en un point Θ.

[69] Voir Note complémentaire [37].
[70] Prop. 1.
[71] *Éléments*, I.28.
[72] *Éléments*, XI.9.

Ἐπεὶ οὖν ἐν τριγώνῳ τῷ ΑΘΚ τῇ ΘΚ παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΕ, ἡ ΔΕ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ ΑΘ· ἡ δὲ ΑΘ ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓ ἐστιν ἐπιπέδῳ· συμπεσεῖται ἄρα ἡ ΔΕ τῷ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπιπέδῳ.

[διὰ τὰ αὐτὰ] Καὶ τῇ ΑΘ συμπίπτει. Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΖ ἐπ᾽ εὐθείας ἄχρις ἂν συμπέσῃ τῇ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ. Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Η.

Λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΔΖ τῇ ΖΗ.

Ἐπεὶ γὰρ τὰ Α, Η, Λ σημεῖα ἐν τῇ τοῦ κώνου ἐστὶν ἐπιφανείᾳ, ἀλλὰ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τῷ διὰ τῶν ΑΘ, ΑΚ, ΔΗ, ΚΛ ἐκβαλλομένῳ, ὅπερ διὰ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τρίγωνόν ἐστιν, τὰ Α, Η, Λ ἄρα σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς ἐστι τομῆς τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας καὶ τοῦ τριγώνου· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν Α, Η, Λ.

Ἐπεὶ οὖν ἐν τριγώνῳ τῷ ΑΛΚ τῇ ΚΘΛ βάσει παράλληλος ἦκται ἡ ΔΗ, καὶ διῆκταί τις ἀπὸ τοῦ Α ἡ ΑΖΘ, ἔστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΛ, ἡ ΔΖ πρὸς ΖΗ. Ἴση δὲ ἡ ΚΘ τῇ ΘΛ, ἐπείπερ ἐν κύκλῳ τῷ ΒΓ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν διάμετρον ἡ ΚΛ.

Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΖΗ.

– ζʹ – Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἡ βάσις τοῦ κώνου κατ᾽ εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν ἤτοι τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου ἢ τῇ ἐπ᾽ εὐθείας αὐτῇ, αἱ ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἀπὸ τῆς γενηθείσης τομῆς ἐν τῇ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ ἣν ἐποίησε τὸ τέμνον ἐπίπεδον παράλληλοι τῇ πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει τοῦ τριγώνου εὐθείᾳ ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν πεσοῦνται τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου καὶ προσεκβαλλόμεναι ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τμηθήσονται ὑπ᾽ αὐτῆς, καὶ ἐὰν μὲν ὀρθὸς ᾖ ὁ κῶνος, ἡ ἐν τῇ βάσει εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς ἔσται τῇ κοινῇ τομῇ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἐὰν δὲ σκαληνός, οὐκ αἰεὶ πρὸς ὀρθὰς ἔσται, ἀλλ᾽ ὅταν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῇ βάσει τοῦ κώνου.

TEST. : 19-31 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 36, 8-24).

5 διὰ τὰ αὐτὰ del. Decorps-F. (vide Federspiel[1]) ‖ 15 ἀπὸ τοῦ c Ψ : ἀποῦ V ‖ 16 ἐν Ψ Ar. : ἐκ V ‖ 21 pr. τοῦ Ψ : τῇ V ‖ 30 οὐκ αἰεὶ [ἀεὶ Ψ] Ψ : οὖ καὶ εἰ V.

Dès lors, puisque, dans un triangle ΑΘΚ, ΔΕ est parallèle à ΘΚ, alors le prolongement de ΔΕ rencontrera ΑΘ[73] ; or ΑΘ est dans le plan du triangle ΑΒΓ ; ΔΕ rencontrera donc le plan du triangle ΑΒΓ.

D'autre part, elle rencontre aussi ΑΘ ; qu'elle la rencontre en un point Ζ, et que soit prolongée ΔΖ en ligne droite jusqu'à ce qu'elle rencontre la surface du cône ; qu'elle la rencontre en un point Η.

Je dis[74] que ΔΖ est égale à ΖΗ[75].

Puisque les points Α, Η et Λ sont dans la surface du cône, que, d'autre part, ils sont aussi dans le plan mené par les droites ΑΘ, ΑΚ, ΔΗ et ΚΛ, qui est un triangle passant par le sommet du cône[76], alors les points Α, Η et Λ sont sur l'intersection de la surface conique et du triangle ; la ligne menée par les points Α, Η et Λ est donc une droite.

Dès lors, puisque, dans un triangle ΑΛΚ, est menée une parallèle ΔΗ à la base ΚΘΛ, et qu'est menée du point Α une certaine droite ΑΖΘ, ΔΖ est à ΖΗ comme ΚΘ est à ΘΛ. Or ΚΘ est égale à ΘΛ, puisque, dans un cercle ΒΓ, une droite ΚΛ est perpendiculaire au diamètre[77].

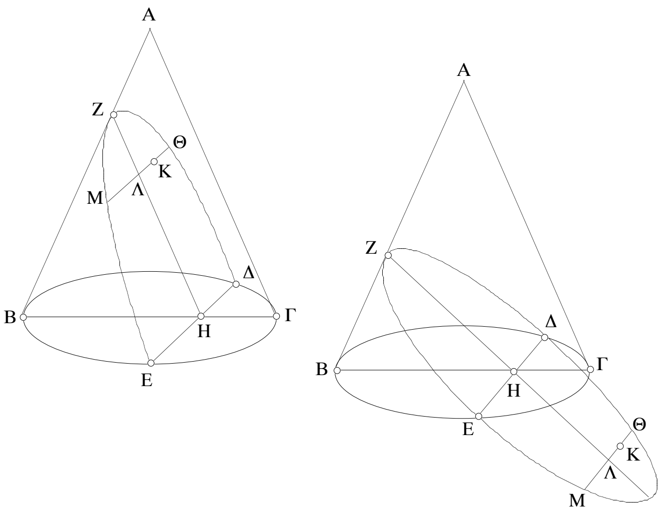
ΔΖ est donc aussi égale à ΖΗ.

– 7 – *Si un cône est coupé par un plan passant par l'axe ainsi que par un autre plan coupant le plan dans lequel est la base du cône selon une droite à angles droits ou bien avec la base du triangle axial ou bien avec le prolongement de celle-ci en ligne droite, les droites menées de la section obtenue dans la surface du cône par le plan sécant et parallèles à la droite à angles droits avec la base du triangle*[78]*, tomberont sur l'intersection du plan sécant et du triangle axial, et, si elles sont prolongées jusqu'à l'autre côté de la section, elles seront coupées en deux parties égales par cette intersection. Si le cône est droit, la droite qui est dans la base sera à angles droits avec l'intersection du plan sécant et du triangle axial. S'il est oblique, la droite ne sera pas dans tous les cas à angles droits, mais seulement dans le cas où le plan passant par l'axe est à angles droits avec la base du cône.*

[73] *Éléments*, VI.2.
[74] Voir Note complémentaire [25].
[75] Voir Note complémentaire [38].
[76] Prop. 3.
[77] *Éléments*, III.3.
[78] Ou avec son prolongement. La précision manque. Elle figure chez Sérénus (prop. 12 de la *Section du cylindre*), qui reprend presque *in extenso* l'énoncé d'Apollonios ; elle est également dans la version arabe.

Ἔστω κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ὁ ΒΓ κύκλος κατ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΔΕ ἤτοι πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ ΒΓ ἢ τῇ ἐπ᾽ εὐθείας αὐτῇ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν ΔΖΕ· κοινὴ δὲ τομὴ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου <ἔστω> ἡ ΖΗ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ΔΖΕ τομῆς τὸ Θ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Θ τῇ ΔΕ παράλληλος ἡ ΘΚ.

Λέγω ὅτι ἡ ΘΚ συμβαλεῖ τῇ ΖΗ καὶ ἐκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ΔΖΕ τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ΖΗ εὐθείας.



Ἐπεὶ γὰρ κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος, τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιεῖ τομὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, εἴληπται δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὃ μὴ ἔστιν ἐπὶ πλευρᾶς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Θ, καὶ ἔστι κάθετος ἡ ΔΗ ἐπὶ τὴν ΒΓ, ἡ ἄρα διὰ τοῦ Θ τῇ ΔΗ παράλληλος ἀγομένη, τουτέστιν ἡ ΘΚ, συμβαλεῖ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ἐπιφανείας δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ τριγώνου.

7 ἔστω add. Federspiel[1] (jam *sit* Comm.).

Soit un cône, ayant pour sommet le point A et pour base le cercle ΒΓ ; qu'il soit coupé par un plan passant par l'axe, et que ce plan détermine une section qui est le triangle ΑΒΓ ; qu'il soit aussi coupé par un autre plan coupant le plan dans lequel est le cercle ΒΓ selon une droite ΔΕ à angles droits ou bien avec la droite ΒΓ ou bien avec le prolongement de celle-ci, et que ce plan détermine dans la surface du cône une section ΔΖΕ ; que ΖΗ soit l'intersection du plan sécant et du triangle ΑΒΓ ; que soit pris un certain point Θ sur la section ΔΖΕ, et que soit menée par Θ une parallèle ΘΚ à ΔΕ.

Je dis que ΘΚ rencontrera ΖΗ et que, si elle est prolongée jusqu'à l'autre côté de la section ΔΖΕ, elle sera coupée en deux parties égales par la droite ΖΗ.

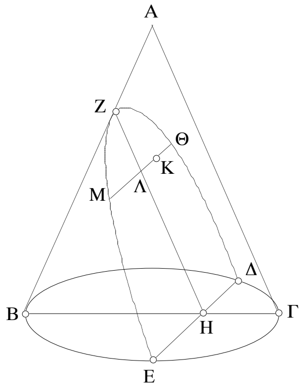


Fig. 7.1

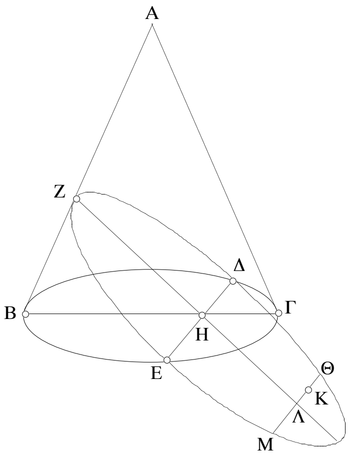


Fig. 7.2

Puisqu'un cône ayant pour sommet le point A et pour base le cercle ΒΓ est coupé par un plan passant par l'axe, et que ce plan détermine une section qui est le triangle ΑΒΓ, qu'est pris sur sa surface un certain point Θ qui n'est pas sur un côté du triangle ΑΒΓ, et que la droite ΔΗ est perpendiculaire à ΒΓ, alors la parallèle menée par Θ à ΔΗ, c'est-à-dire ΘΚ, rencontrera le triangle ΑΒΓ, et, si elle est prolongée jusqu'à l'autre côté de la surface, elle sera coupée en deux parties égales par le triangle[79].

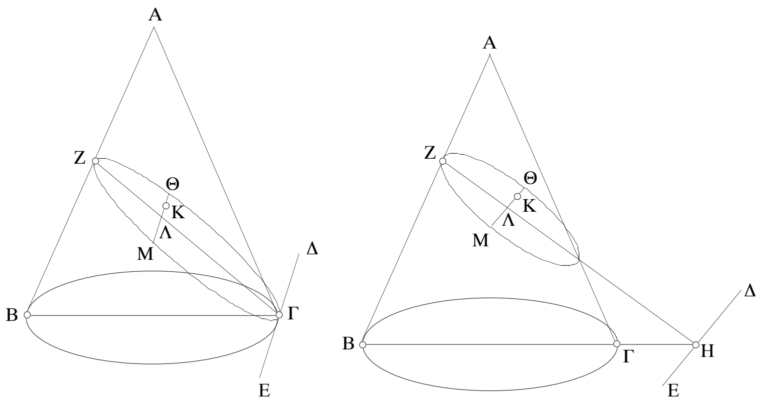
[79] Prop. 6.

Ἐπεὶ οὖν ἡ διὰ τοῦ Θ τῇ ΔΕ παράλληλος ἀγομένη συμβάλλει τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ καὶ ἔστιν ἐν τῷ διὰ τῆς ΔΖΕ τομῆς ἐπιπέδῳ, ἐπὶ τὴν κοινὴν ἄρα τομὴν πεσεῖται τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· κοινὴ δὲ τομή ἐστι τῶν ἐπιπέδων ἡ ΖΗ· ἡ ἄρα διὰ τοῦ Θ τῇ ΔΕ παράλληλος ἀγομένη πεσεῖται ἐπὶ τὴν ΖΗ καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ΔΖΕ τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ΖΗ εὐθείας.

Ἤτοι δὴ ὁ κῶνος ὀρθός ἐστιν ἢ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ὀρθόν ἐστι πρὸς τὸν ΒΓ κύκλον, ἢ οὐδέτερον.

Ἔστω πρότερον ὁ κῶνος ὀρθός· εἴη ἂν οὖν καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὀρθὸν πρὸς τὸν ΒΓ κύκλον.

Ἐπεὶ οὖν ἐπίπεδον τὸ ΑΒΓ πρὸς ἐπίπεδον τὸ ΒΓ ὀρθόν ἐστιν, καὶ τῇ κοινῇ αὐτῶν τομῇ τῇ ΒΓ ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων τῷ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ ΔΕ, ἡ ΔΕ ἄρα τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ὀρθή ἐστιν, ὥστε καὶ πρὸς τὴν ΖΗ ἐστι πρὸς ὀρθάς.



Μὴ ἔστω δὴ ὁ κῶνος ὀρθός. Εἰ μὲν οὖν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ὀρθόν ἐστι πρὸς τὸν ΒΓ κύκλον, ὁμοίως δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΖΗ ἐστι πρὸς ὀρθάς.

Μὴ ἔστω δὴ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ὀρθὸν πρὸς τὸν ΒΓ κύκλον.

Λέγω ὅτι οὐδὲ ἡ ΔΕ τῇ ΖΗ ἐστι πρὸς ὀρθάς.

17 τὸ c v Ψ : iter. V (in extr. et pr. pag.).

Dès lors, puisque la parallèle menée par Θ à ΔΕ rencontre le triangle ΑΒΓ et est dans le plan passant par la section ΔΖΕ, alors elle tombera sur l'intersection du plan sécant et du triangle ΑΒΓ ; or l'intersection de ces plans est la droite ΖΗ ; la parallèle menée par Θ à ΔΕ tombera donc sur ΖΗ, et, si elle est prolongée jusqu'à l'autre côté de la section ΔΖΕ, elle sera coupée en deux parties égales par la droite ΖΗ.

Ou bien le cône est droit, ou bien le triangle axial ΑΒΓ fait un angle droit avec le cercle ΒΓ, ou bien l'on n'a aucun des deux cas.

Que le cône soit d'abord droit. Le triangle ΑΒΓ fera donc aussi un angle droit avec le cercle ΒΓ[80].

Dès lors, puisqu'un plan ΑΒΓ fait un angle droit avec un plan ΒΓ, et que, dans l'un des plans, le plan ΒΓ, est menée une droite ΔΕ à angles droits avec leur intersection ΒΓ, alors ΔΕ est à angles droits avec le triangle ΑΒΓ ; elle fait donc aussi un angle droit avec toutes les droites qui la rencontrent et qui sont dans le triangle ΑΒΓ, de sorte qu'elle est aussi à angles droits avec ΖΗ.

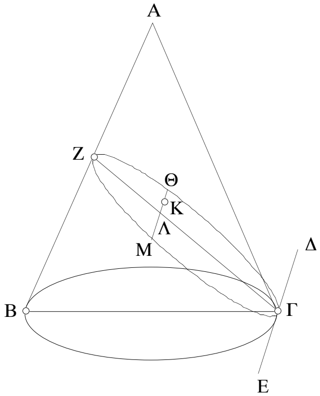


Fig. 7.3

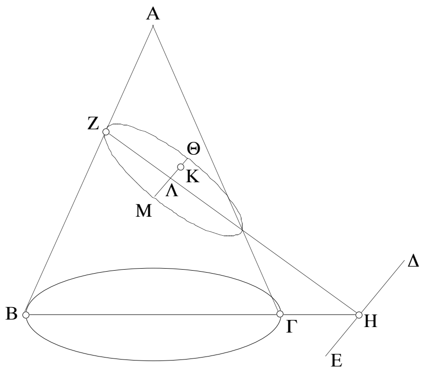


Fig. 7.4

Que le cône maintenant ne soit pas droit. Si donc le triangle axial fait un angle droit avec le cercle ΒΓ, on démontrera pareillement que ΔΕ est aussi à angles droits avec ΖΗ.

Que le triangle axial ΑΒΓ maintenant ne fasse pas un angle droit avec le cercle ΒΓ.

Je dis[81] que ΔΕ n'est pas non plus à angles droits avec ΖΗ.

[80] *Éléments*, XI.18.
[81] Voir Note complémentaire [25].

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω· ἔστι δὲ καὶ τῇ ΒΓ πρὸς ὀρθάς· ἡ ἄρα ΔΕ ἑκατέρᾳ τῶν ΒΓ, ΖΗ ἐστι πρὸς ὀρθάς· καὶ τῷ διὰ τῶν ΒΓ, ΖΗ ἐπιπέδῳ ἄρα πρὸς ὀρθὰς ἔσται· τὸ δὲ διὰ τῶν ΒΓ, ΗΖ ἐπίπεδόν ἐστι τὸ ΑΒΓ· καὶ ἡ ΔΕ ἄρα τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς· καὶ πάντα ἄρα τὰ δι᾽ αὐτῆς ἐπίπεδα τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς· ἕν δέ τι τῶν διὰ τῆς ΔΕ ἐπιπέδων ἐστὶν ὁ ΒΓ κύκλος· ὁ ΒΓ ἄρα κύκλος πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ, ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὀρθὸν ἔσται πρὸς τὸν ΒΓ κύκλον, ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. Οὐκ ἄρα ἡ ΔΕ τῇ ΖΗ ἐστι πρὸς ὀρθάς.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι τῆς ΔΖΕ τομῆς διάμετρός ἐστιν ἡ ΖΗ, ἐπείπερ τὰς ἀγομένας παραλλήλους εὐθείᾳ τινὶ τῇ ΔΕ δίχα τέμνει, καὶ ὅτι δυνατόν ἐστιν ὑπὸ τῆς διαμέτρου τῆς ΖΗ παραλλήλους τινὰς δίχα τέμνεσθαι καὶ μὴ πρὸς ὀρθάς.

– η´ – Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ᾽ εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἡ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομῆς ἤτοι παρὰ μίαν ᾖ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν ἢ συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἥ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς ἄπειρον αὐξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπολήψεταί τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθεῖαν.

Ἔστω κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν ΒΓ κύκλον κατ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΔΕ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ ΒΓ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν ΔΖΕ γραμμήν· ἡ δὲ διάμετρος τῆς ΔΖΕ τομῆς ἡ ΖΗ ἤτοι παράλληλος ἔστω τῇ ΑΓ ἢ ἐκβαλλομένη συμπιπτέτω αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ Α σημείου.

Λέγω ὅτι [καὶ] ἐὰν ἥ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ ΔΖΕ τομὴ εἰς ἄπειρον αὐξηθήσεται.

TEST. : 10 -11 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 40, 8-11).

18 συμπίπτῃ Ψ : συμπίπτει V ‖ 19 προσεκβάλληται Heiberg : -βαλῆται V ‖ 29 ἢ Ψ : ἡ V ‖ 31 καὶ del. Decorps-F. ‖ 32 ἐκβάλληται edd. : -βαλῆται V.

Qu'elle le soit, si c'est possible ; or elle est aussi à angles droits avec ΒΓ ; ΔΕ est donc à angles droits avec chacune des droites ΒΓ et ΖΗ ; elle sera donc aussi à angles droits avec le plan mené par les droites ΒΓ et ΖΗ[82] ; or le plan mené par les droites ΒΓ et ΗΖ est le plan ΑΒΓ ; ΔΕ est donc aussi à angles droits avec le triangle ΑΒΓ[83], et donc tous les plans menés par elle sont aussi à angles droits avec le triangle ΑΒΓ ; or le cercle ΒΓ est l'un des plans menés par ΔΕ ; il est donc à angles droits avec le triangle ΑΒΓ, de sorte que le triangle ΑΒΓ fera aussi un angle droit avec le cercle ΒΓ, ce qui n'est pas l'hypothèse. ΔΕ n'est donc pas à angles droits avec ΖΗ.

Il suit évidemment de là que la droite ΖΗ est un diamètre de la section ΔΖΕ, puisqu'elle coupe en deux parties égales les parallèles à une certaine droite ΔΕ ; il est évident aussi que des parallèles peuvent être coupées en deux parties égales par le diamètre ΖΗ sans être à angles droits avec lui[84].

– 8 – *Si un cône est coupé par un plan passant par l'axe ainsi que par un autre plan coupant la base du cône selon une droite à angles droits avec la base du triangle axial, que le diamètre de la section obtenue dans la surface est parallèle à l'un des côtés du triangle ou bien le rencontre au-delà du sommet du cône, et que la surface du cône ainsi que le plan sécant sont prolongés indéfiniment, la section croîtra aussi indéfiniment, et une certaine droite menée de la section du cône parallèlement à la droite qui est dans la base du cône découpera sur le diamètre de la section et du côté du sommet une droite égale à n'importe quelle droite donnée.*

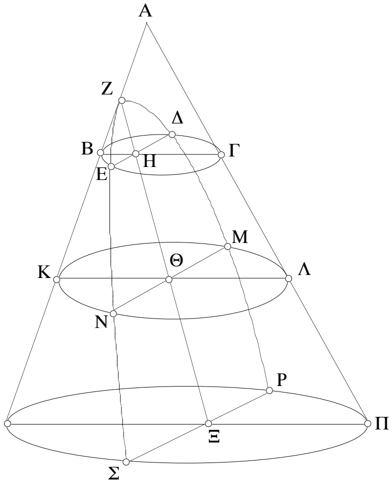
Soit un cône, ayant pour sommet le point Α et pour base le cercle ΒΓ ; qu'il soit coupé par un plan passant par l'axe, et que ce plan détermine une section qui est le triangle ΑΒΓ ; qu'il soit aussi coupé par un autre plan coupant le cercle ΒΓ selon une droite ΔΕ à angles droits avec la droite ΒΓ, et que ce plan détermine dans la surface une section qui est la ligne ΔΖΕ ; que le diamètre ΖΗ de la section ΔΖΕ soit parallèle à ΑΓ, ou bien que son prolongement rencontre ΑΓ au-delà du point Α.

Je dis que, si la surface du cône et le plan sécant sont prolongés indéfiniment, la section ΔΖΕ croîtra aussi indéfiniment.

[82] *Éléments*, XI.4.

[83] *Éléments*, XI.18.

[84] Dans son commentaire de la proposition, Eutocius distingue quatre cas pour l'intersection du plan sécant et du triangle passant par l'axe, à savoir la droite ΖΗ : ou bien elle ne rencontre pas le côté du cône ΑΓ, ou bien elle le rencontre, et cela de trois façons : au-delà du cercle ou en-deçà ou au point Γ. Ces cas correspondent aux quatre figures transmises par la tradition manuscrite grecque et arabe.



Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἥ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· φανερὸν δὴ ὅτι καὶ αἱ ΑΒ, ΑΓ, ΖΗ συνεκβληθήσονται.

Ἐπεὶ ἡ ΖΗ τῇ ΑΓ ἤτοι παράλληλός ἐστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ Α σημείου, αἱ ΖΗ, ΑΓ ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ Γ, Η μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται· ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ΖΗ τυχὸν τὸ Θ, καὶ διὰ τοῦ Θ σημείου τῇ μὲν ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΘΛ, τῇ δὲ ΔΕ παράλληλος ἡ ΜΘΝ· τὸ ἄρα διὰ τῶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν ΒΓ, ΔΕ· κύκλος ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΛΜΝ ἐπίπεδον.

Καὶ ἐπεὶ τὰ Δ, Ε, Μ, Ν σημεῖα ἐν τῷ τέμνοντί ἐστιν ἐπιπέδῳ, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἐπὶ τῆς κοινῆς ἄρα τομῆς ἐστίν· ηὔξηται ἄρα ἡ ΔΖΕ μέχρι τῶν Μ, Ν σημείων. Αὐξηθείσης ἄρα τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου καὶ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου μέχρι τοῦ ΚΛΜΝ κύκλου, ηὔξηται καὶ ἡ ΔΖΕ τομὴ μέχρι τῶν Μ, Ν σημείων.

3 post ἐπεὶ add. καὶ Ψ ‖ ἢ Ψ : ἡ V ‖ 8 ΜΘΝ Ψ : ΘΜΝ V Ar. ‖ 11 τομῆς c Ψ : τομῆ (lege τομῇ) V.

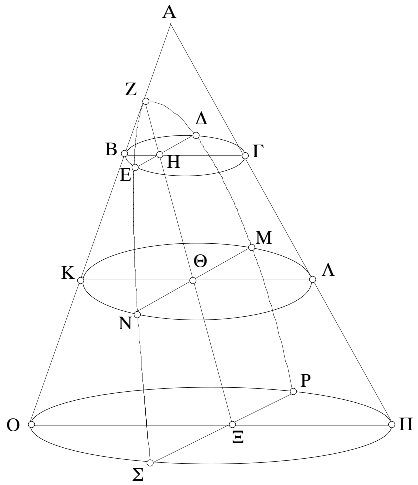


Fig. 8

Que soient prolongés la surface du cône et le plan sécant ; il est évident que les droites ΑΒ, ΑΓ et ΖΗ aussi seront prolongées en même temps.

Puisque[85] ΖΗ est parallèle à ΑΓ ou que son prolongement rencontre ΑΓ au-delà du point Α, alors les prolongements des droites ΖΗ et ΑΓ du côté de Γ et de Η ne concourront jamais. Qu'elles soient prolongées[86] ; que soit pris un point quelconque Θ sur ΖΗ, et que, par le point Θ, soient menées une parallèle ΚΘΛ à ΒΓ et une parallèle ΜΘΝ à ΔΕ ; le plan mené par les droites ΚΛ et ΜΝ est donc parallèle à celui mené par les droites ΒΓ et ΔΕ ; le plan ΚΛΜΝ est donc un cercle.

Puisque les points Δ, Ε, Μ et Ν sont à la fois dans le plan sécant et la surface du cône, alors ils sont sur leur intersection ; la ligne ΔΖΕ a donc vu sa longueur croître jusqu'aux points Μ et Ν. L'accroissement de la surface du cône et du plan sécant jusqu'au cercle ΚΛΜΝ entraîne donc aussi celui de la section ΔΖΕ jusqu'aux points Μ et Ν.

[85] Dans le Livre I, seules trois propositions (8, 25, 27), n'ont pas la particule attendue dans le développement démonstratif introduit par ἐπεί. La particule καί manque ici, comme dans la proposition 27 ; il manque οὖν dans la proposition 25.

[86] Dans les *Coniques*, comme dans les *Éléments* d'Euclide, la particule οὖν est en principe réservée à des emplois stéréotypés : on la trouve dans les syntagmes ἐπεὶ οὖν, ὅτι μὲν οὖν et εἰ μὲν οὖν. Mais il existe quelques rares occurrences libres, qui sont des bévues de copistes ou de l'auteur, où οὖν est mis pour δή, comme ici, après un impératif (donc non traduit). M. F.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἐὰν εἰς ἄπειρον ἐκβάλληται ἥ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, καὶ ἡ ΜΔΖΕΝ τομὴ εἰς ἄπειρον αὐξηθήσεται.

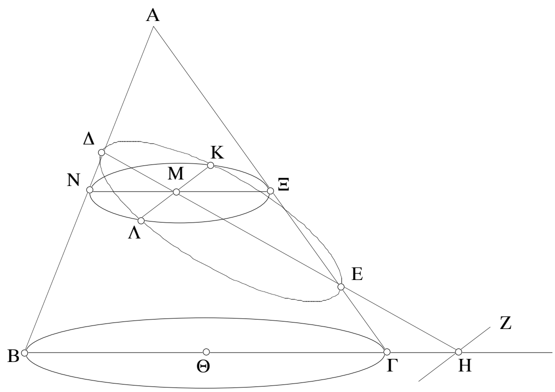
Καὶ φανερὸν ὅτι πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπολήψεταί τις <εὐθεῖα> ἀπὸ τῆς ΖΘ εὐθείας πρὸς τῷ Ζ σημείῳ.

Ἐὰν γὰρ τῇ δοθείσῃ ἴσην θῶμεν τὴν ΖΞ καὶ διὰ τοῦ Ξ τῇ ΔΕ παράλληλον ἀγάγωμεν, συμπεσεῖται τῇ τομῇ, ὥσπερ καὶ ἡ διὰ τοῦ Θ ἀπεδείχθη συμπίπτουσα τῇ τομῇ κατὰ τὰ Μ, Ν σημεῖα· ὥστε ἄγεταί τις εὐθεῖα συμπίπτουσα τῇ τομῇ παράλληλος οὖσα τῇ ΔΕ ἀπολαμβάνουσα ἀπὸ τῆς ΖΗ εὐθεῖαν ἴσην τῇ δοθείσῃ πρὸς τῷ Ζ σημείῳ.

– θʹ – Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ συμπίπτοντι μὲν ἑκατέρᾳ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, μήτε δὲ παρὰ τὴν βάσιν ἠγμένῳ μήτε ὑπεναντίως, ἡ τομὴ οὐκ ἔσται κύκλος.

Ἔστω κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ μήτε παραλλήλῳ ὄντι τῇ βάσει μήτε ὑπεναντίως, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν ΔΚΕ γραμμήν.

Λέγω ὅτι ἡ ΔΚΕ γραμμὴ οὐκ ἔσται κύκλος.



TEST. : 12-14 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (éd. Heiberg 26, 14-17).

5 εὐθεῖα add. Decorps-F.

On démontrera pareillement que, si la surface du cône et le plan sécant sont prolongés indéfiniment, la section ΜΔΖΕΝ croîtra aussi indéfiniment.

Il est évident qu'une certaine droite découpera sur la droite ΖΘ et du côté du point Ζ une droite égale à n'importe quelle droite donnée.

Si nous posons une droite ΖΞ égale à une droite donnée, et que, par Ξ, nous menons une parallèle à ΔΕ, cette parallèle rencontrera la section, tout comme on a démontré que la droite passant par Θ rencontrait aussi la section aux points Μ et Ν ; de sorte qu'est menée une certaine droite rencontrant la section, parallèle à ΔΕ et découpant sur ΖΗ et du côté du point Ζ une droite égale à une droite donnée[87].

– 9 – *Si un cône est coupé par un plan rencontrant chacun des deux côtés du triangle axial et mené ni parallèlement à la base ni dans une position contraire, la section ne sera pas un cercle.*

Soit un cône, ayant le point Α pour sommet et le cercle ΒΓ pour base ; qu'il soit coupé par un certain plan ni parallèle à la base ni dans une position contraire, et que ce plan détermine dans la surface une section qui est la ligne ΔΚΕ.

Je dis que la ligne ΔΚΕ ne sera pas un cercle.

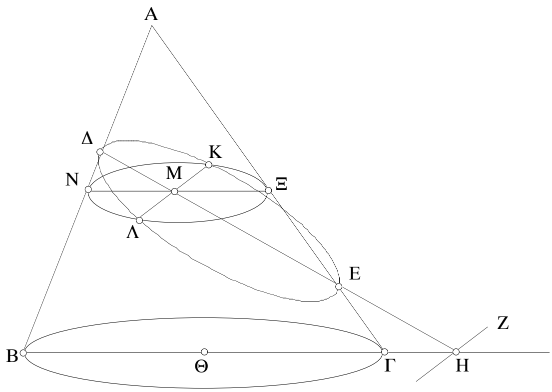


Fig. 9

[87] Voir Note complémentaire [39].

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, καὶ συμπιπτέτω τὸ τέμνον ἐπίπεδον τῇ βάσει, καὶ ἔστω τῶν ἐπιπέδων κοινὴ τομὴ ἡ ΖΗ· κέντρον δὲ τοῦ ΒΓ κύκλου ἔστω τὸ Θ, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν ΖΗ ἡ ΘΗ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΗΘ καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον καὶ ποιείτω τομὰς ἐν τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τὰς ΒΑ, ΑΓ εὐθείας.

Ἐπεὶ οὖν τὰ Δ, Ε, Η σημεῖα ἔν τε τῷ διὰ τῆς ΔΚΕ ἐπιπέδῳ ἐστίν, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ τῶν Α, Β, Γ, τὰ ἄρα Δ, Ε, Η σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ἐπιπέδων ἐστίν· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΕΔ.

Εἰλήφθω δή τι ἐπὶ τῆς ΔΚΕ γραμμῆς σημεῖον τὸ Κ, καὶ διὰ τοῦ Κ τῇ ΖΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΛ· ἔσται δὴ ἴση ἡ ΚΜ τῇ ΜΛ· ἡ ἄρα ΔΕ διάμετρός ἐστι τοῦ ΔΚΕΛ κύκλου.

Ἤχθω δὴ διὰ τοῦ Μ τῇ ΒΓ παράλληλος ἡ ΝΜΞ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΚΛ τῇ ΖΗ παράλληλος· ὥστε τὸ διὰ τῶν ΝΞ, ΚΜ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν ΒΓ, ΖΗ, τουτέστι τῇ βάσει, καὶ ἔσται ἡ τομὴ κύκλος· ἔστω ὁ ΝΚΞ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΗ τῇ ΒΗ πρὸς ὀρθάς ἐστι, καὶ ἡ ΚΜ τῇ ΝΞ πρὸς ὀρθάς ἐστιν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΝΜΞ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΚΜ· ἔστι δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΜΕ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΚΜ· κύκλος γὰρ ὑπόκειται ἡ ΔΚΕΛ γραμμή, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἡ ΔΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΝΜΞ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔΜΕ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΜΝ πρὸς ΜΔ, οὕτως ἡ ΕΜ πρὸς ΜΞ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΜΝ τρίγωνον τῷ ΞΜΕ τριγώνῳ, καὶ ἡ ὑπὸ ΔΝΜ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΜΕΞ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΝΜ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστιν ἴση· παράλληλος γὰρ ἡ ΝΞ τῇ ΒΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΜΕΞ· ὑπεναντία ἄρα ἐστὶν ἡ τομή, ὅπερ οὐχ ὑπόκειται.

Οὐκ ἄρα κύκλος ἐστὶν ἡ ΔΚΕ γραμμή.

– ι′ – Ἐὰν ἐπὶ κώνου τομῆς ληφθῇ δύο σημεῖα, ἡ μὲν ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς, ἡ δὲ ἐπ᾽ εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

Ἔστω κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· τετμήσθω δὴ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ τὴν ΔΕΖ γραμμήν· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΔΕΖ δύο σημεῖα τὰ Η, Θ.

2 κέντρον δὲ Decorps-F. : τὸ δὲ κέντρον V || 11 ΔΚΕΛ Ψ : ΔΚΛΕ V Ar. || 13 διὰ τῶν ΝΞ, ΚΜ V : *per puncta Ξ,K,M* Ar. || 14 διὰ τῶν ΒΓ, ΖΗ V^{2} Ψ : διὰ τῶν ΒΖΗ V Ar. (*per puncta B, Z, H*) || 34 τὰ V^{pc} c Ψ : τῇ (lege τῇ) V^{ac}.

Qu'elle le soit, si c'est possible. Que le plan sécant rencontre la base, et que ZH soit l'intersection des plans ; que Θ soit le centre du cercle ΒΓ ; que, de ce point, soit menée une perpendiculaire ΘΗ à ΖΗ ; que soit mené un plan passant par ΗΘ et par l'axe, et que ce plan détermine dans la surface conique des sections qui sont les droites ΒΑ et ΑΓ.

Dès lors, puisque les points Δ, Ε et Η sont à la fois dans le plan mené par la ligne ΔΚΕ et dans le plan mené par les points Α, Β et Γ, alors ils sont sur leur intersection ; la ligne ΗΕΔ est donc une droite[88].

Que soit pris un certain point Κ sur la ligne ΔΚΕ, et que, par Κ, soit menée une parallèle ΚΛ à ΖΗ ; ΚΜ sera alors égale à ΜΛ ; ΔΕ est donc le diamètre du cercle ΔΚΕΛ.

Que soit menée par Μ une parallèle ΝΜΞ à ΒΓ ; or ΚΛ est aussi parallèle à ΖΗ, de sorte que le plan mené par les droites ΝΞ et ΚΜ est parallèle au plan mené par les droites ΒΓ et ΖΗ[89], c'est-à-dire à la base, et que la section sera un cercle[90], soit ΝΚΞ.

Puisque ΖΗ est à angles droits avec ΒΗ, ΚΜ est aussi à angles droits avec ΝΞ[91], de sorte que le rectangle ΝΜ,ΜΞ est égal au carré sur ΚΜ ; or le rectangle ΔΜ,ΜΕ est égal au carré sur ΚΜ, puisque, par hypothèse, la ligne ΔΚΕΛ est un cercle et que ΔΕ est son diamètre. Le rectangle ΝΜ,ΜΞ est donc égal au rectangle ΔΜ,ΜΕ ; ΕΜ est donc à ΜΞ comme ΜΝ est à ΜΔ ; le triangle ΔΜΝ est donc semblable au triangle ΞΜΕ, et l'angle ΔΝΜ est égal à l'angle ΜΕΞ. Mais l'angle ΔΝΜ est égal à l'angle ΑΒΓ, puisque ΝΞ est parallèle à ΒΓ. L'angle ΑΒΓ est donc aussi égal à l'angle ΜΕΞ. La section est donc contraire, ce qui n'est pas l'hypothèse.

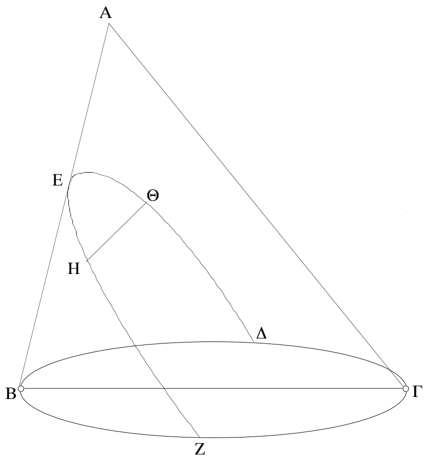
La ligne ΔΚΕ n'est donc pas un cercle.

– 10 – *Si deux points sont pris sur une section de cône, la droite qui les joint tombera à l'intérieur de la section, et son prolongement en ligne droite à l'extérieur.*

Soit un cône, ayant pour sommet le point Α et pour base le cercle ΒΓ ; qu'il soit coupé par un plan passant par l'axe, et que ce plan détermine une section qui est le triangle ΑΒΓ ; qu'il soit aussi coupé par un autre plan, et que ce plan détermine dans la surface du cône une section qui est la ligne ΔΕΖ ; que, sur cette ligne, soient pris deux points Η et Θ.

[88] *Éléments*, XI.3.
[89] *Éléments*, XI.15.
[90] Prop. 4 .
[91] *Éléments*, XI.10.

Λέγω ὅτι ἡ μὲν ἐπὶ τὰ Η, Θ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς ΔΕΖ γραμμῆς, ἡ δὲ ἐπ᾿ εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.



Ἐπεὶ γὰρ κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος, τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, εἴληπται δέ τινα σημεῖα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ τὰ Η, Θ ἃ μὴ ἔστιν ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα οὐ νεύει ἐπὶ τὸ Α, ἡ ἄρα ἐπὶ τὰ Η, Θ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κώνου καὶ ἡ ἐπ᾿ εὐθείας αὐτῇ ἐκτός, ὥστε καὶ τῆς ΔΕΖ τομῆς.

– ια′ – Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ᾿ εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἔτι δὲ ἡ διάμετρος τῆς τομῆς παράλληλος ᾖ μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἥτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς τοῦ κώνου παράλληλος ἀχθῇ τῇ κοινῇ τομῇ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς βάσεως τοῦ κώνου μέχρι τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς, δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾿ αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς καὶ ἄλλης τινὸς εὐθείας ἣ λόγον ἔχει πρὸς τὴν

2 ΔΕΖ Ψ Ar. : ΔΖ V ‖ 6 τριγώνου Ψ : τοῦ τριγώνου V ‖ 7 οὐ Ψ : μὴ V[2] c edd. om. V ‖ νεύει V : νεύῃ edd. ‖ 9 ΔΕΖ Ψ : ΔΖΕ V Ar.

Je dis que la droite joignant les points Η et Θ tombera à l'intérieur de la ligne ΔΕΖ, et que son prolongement en ligne droite tombera à l'extérieur.

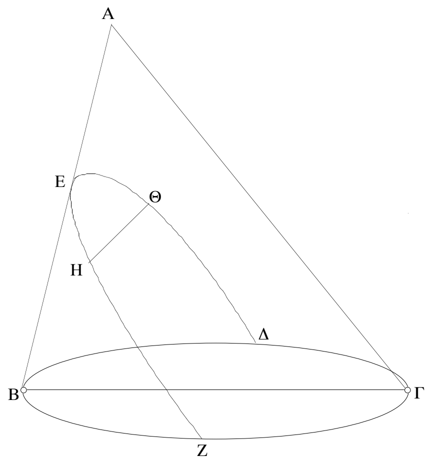


Fig. 10

Puisqu'un cône ayant pour sommet le point Α et pour base le cercle ΒΓ est coupé par un plan passant par l'axe, que sont pris sur sa surface certains points Η et Θ qui ne sont pas sur le côté du triangle axial, et que la droite joignant les points Η et Θ ne se dirige pas vers Α, alors cette droite tombera à l'intérieur du cône[92] et son prolongement en ligne droite à l'extérieur, de sorte qu'il en ira aussi de même si l'on prend la section ΔΕΖ.

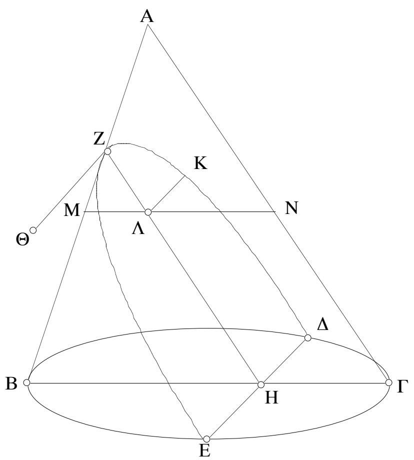
– 11 – *Si un cône est coupé par un plan passant par l'axe ainsi que par un autre plan coupant la base du cône selon une droite à angles droits avec la base du triangle axial, et que, en outre, le diamètre de la section est parallèle à un côté du triangle axial, le carré d'une parallèle quelconque à l'intersection du plan sécant et de la base du cône et menée de la section du cône jusqu'au diamètre de celle-ci, sera équivalent au rectangle compris par la droite découpée*[93] *par la parallèle sur le diamètre du côté du sommet de la section et par une certaine autre droite dont le rapport à la droite*

[92] Prop. 2.
[93] Voir Note complémentaire [40].

μεταξὺ τῆς τοῦ κώνου γωνίας καὶ τῆς κορυφῆς τῆς τομῆς ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν· καλείσθω δὲ ἡ τοιαύτη τομὴ παραβολή.

Ἔστω κῶνος οὗ κορυφὴ τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΔΕ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ ΒΓ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν ΔΖΕ· ἡ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς ἡ ΖΗ παράλληλος ἔστω μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου τῇ ΑΓ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου τῇ ΖΗ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΖΘ, καὶ πεποιήσθω ὡς τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΑΓ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τυχὸν τὸ Κ, καὶ διὰ τοῦ Κ τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΛ.

Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΚΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΘΖΛ.



TEST. : 12-13 πεποιήσθω — ΖΑ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 216, 14-15).

1. ὃν Ψ : ὧν V ‖ 5 τὸ Α σημεῖον huc transp. Federspiel[3] : post οὗ habet V ‖ 12 πεποιήσθω V^{pc} c Ψ : πεποιείσθω V^{ac} ut semper ‖ 14 ἤχθω Ψ : om. V.

découpée entre l'angle[94] *du cône et le sommet de la section est identique*[95] *au rapport du carré sur la base du triangle axial au rectangle compris par les deux côtés restants du triangle. – Appelons* parabole *une telle section.*

Soit un cône, ayant pour sommet le point Α et pour base le cercle ΒΓ ; qu'il soit coupé par un plan passant par l'axe, et que ce plan détermine une section qui est le triangle ΑΒΓ ; qu'il soit aussi coupé par un autre plan coupant la base du cône selon une droite ΔΕ à angles droits avec ΒΓ, et que ce plan détermine dans la surface du cône une section ΔΖΕ ; que le diamètre ΖΗ de la section soit parallèle à un côté ΑΓ du triangle axial ; que, du point Ζ, soit menée une droite ΖΘ à angles droits avec la droite ΖΗ, et qu'il soit fait en sorte que ΖΘ soit à ΖΑ comme le carré sur ΒΓ est au rectangle ΒΑ,ΑΓ[96] ; que soit pris un point quelconque Κ sur la section, et que, par Κ, soit menée une parallèle ΚΛ à ΔΕ.

Je dis que le carré sur ΚΛ est égal[97] au rectangle ΘΖ,ΖΛ.

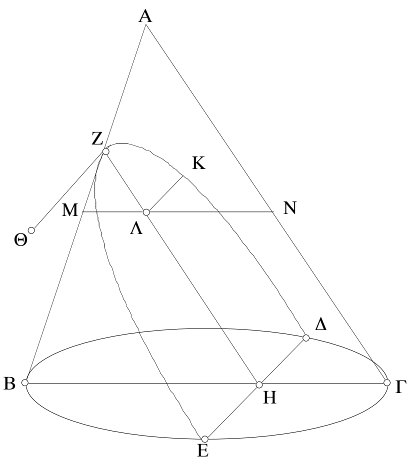


Fig. 11

[94] Voir Note complémentaire [41].

[95] Littéralement : « dont le rapport à la droite découpée entre l'angle du cône et le sommet de la section *est celui* du carré, *etc.* ». Dans ma traduction, par souci de clarté, j'ai toujours introduit l'adjectif « identique », que j'ai emprunté à une expression fréquente dans les mathématiques grecques : ὁ αὐτὸς λόγος « le rapport identique ». M. F.

[96] Voir Note complémentaire [42].

[97] On attendrait ici et dans la conclusion le syntagme ἡ ΚΛ δύναται + accusatif « le carré sur ΚΛ est équivalent à », comme dans la protase, puisque le *diorisme* doit reprendre strictement les termes de la protase. M. F.

Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Λ τῇ ΒΓ παράλληλος ἡ ΜΝ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΚΛ τῇ ΔΕ παράλληλος· τὸ ἄρα διὰ τῶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν ΒΓ, ΔΕ ἐπιπέδῳ, τουτέστι τῇ βάσει τοῦ κώνου. Τὸ ἄρα διὰ τῶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδον κύκλος ἐστὶν οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ· καὶ ἔστι κάθετος ἐπὶ τὴν ΜΝ ἡ ΚΛ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΔΕ ἐπὶ τὴν ΒΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΜΛΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΚΛ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΑ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ καὶ ἡ ΒΓ πρὸς ΒΑ, ὁ ἄρα τῆς ΘΖ πρὸς ΖΑ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς ΒΓ πρὸς ΓΑ καὶ τοῦ τῆς ΓΒ πρὸς ΒΑ.

Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ, οὕτως ἡ ΜΝ πρὸς ΝΑ, τουτέστιν ἡ ΜΛ πρὸς ΛΖ, ὡς δὲ ἡ ΒΓ πρὸς ΒΑ, οὕτως ἡ ΜΝ πρὸς ΜΑ, τουτέστιν ἡ ΛΜ πρὸς ΜΖ, καὶ λοιπὴ ἡ ΝΛ πρὸς ΖΑ· ὁ ἄρα τῆς ΘΖ πρὸς ΖΑ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς ΜΛ πρὸς ΛΖ καὶ τοῦ τῆς ΝΛ πρὸς ΖΑ· ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς ΜΛ πρὸς ΛΖ καὶ <τοῦ> τῆς ΛΝ πρὸς ΖΑ ὁ τοῦ ὑπὸ ΜΛΝ ἐστι πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΖΑ· ὡς ἄρα ἡ ΘΖ πρὸς ΖΑ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΜΛΝ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΖΑ.

Ὡς δὲ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΑ, τῆς ΖΛ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ ΘΖΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΖΑ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΜΛΝ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΖΑ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΘΖΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΖΑ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΜΛΝ τῷ ὑπὸ ΘΖΛ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΜΛΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΚΛ.

Καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΚΛ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΘΖΛ.

Καλείσθω δὲ ἡ μὲν τοιαύτη τομὴ παραβολή, ἡ δὲ ΘΖ παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι τεταγμένως ἐπὶ τὴν ΖΗ διάμετρον· καλείσθω δὲ καὶ ὀρθία.

TEST. : 8-9 pr. τὸ — ΒΑ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 218, 1-3).

3-4 παράλληλόν — ἐπίπεδον V^2 c Ψ : iter. V (τῷ διὰ in repetitione iter.) || 12 N]A V^{corr} c v Ψ || 13 ΜΑ V^{pc} Ψ Ar. : ΝΑ V^{ac} || 14 alt. ἡ V^2 c Ψ : om. V || 16 alt. τοῦ add. edd. || 21 οὕτω — ΛΖΑ Canon. Ar. : om. V || 22 ΘΖΛ Ψ Ar. : ΘΛΖ V.

Que soit menée par Λ une parallèle MN à ΒΓ ; or ΚΛ est aussi parallèle à ΔΕ ; le plan mené par les droites ΚΛ et MN est donc parallèle à celui mené par les droites ΒΓ et ΔΕ, c'est-à-dire à la base du cône. Le plan mené par les droites ΚΛ et MN est donc un cercle, de diamètre MN[98] ; d'autre part, ΚΛ est perpendiculaire à MN, puisque ΔΕ l'est aussi à ΒΓ[99] ; le rectangle ΜΛ,ΛΝ est donc égal au carré sur ΚΛ.

Puisque ΘΖ est à ΖΑ comme le carré sur ΒΓ est au rectangle ΒΑ,ΑΓ, et que le le carré sur ΒΓ a avec le rectangle ΒΑ,ΑΓ un rapport composé des rapports que ΒΓ a avec ΓΑ et que ΒΓ a avec ΒΑ[100], alors le rapport de ΘΖ à ΖΑ est composé des rapports de ΒΓ à ΓΑ et de ΓΒ à ΒΑ.

Mais MN est à ΝΑ, c'est-à-dire ΜΛ est à ΛΖ[101], comme ΒΓ est à ΓΑ, et MN est à ΜΑ, c'est-à-dire ΛΜ est à ΜΖ et le reste ΝΛ est à ΖΑ[102], comme ΒΓ est à ΒΑ ; le rapport de ΘΖ avec ΖΑ est donc composé des rapports de ΜΛ à ΛΖ et de ΝΛ à ΖΑ ; or le rapport composé des rapports de ΜΛ à ΛΖ et de ΛΝ à ΖΑ est identique au rapport des rectangles ΜΛ,ΛΝ et ΛΖ,ΖΑ. Le rectangle ΜΛ,ΛΝ est donc au rectangle ΛΖ,ΖΑ comme ΘΖ est à ΖΑ.

D'autre part, si ΖΛ est prise comme hauteur commune, le rectangle ΘΖ,ΖΛ est au rectangle ΛΖ,ΖΑ comme ΘΖ est à ΖΑ. Le rectangle ΘΖ,ΖΛ est donc au rectangle ΛΖ,ΖΑ comme le rectangle ΜΛ,ΛΝ est au rectangle ΛΖ,ΖΑ[103] ; le rectangle ΜΛ,ΛΝ est donc égal au rectangle ΘΖ,ΖΛ. Or le rectangle ΜΛ,ΛΝ est égal au carré sur ΚΛ.

Le carré sur ΚΛ est donc aussi égal au rectangle ΘΖ,ΖΛ.

Appelons *parabole* une telle section. – Quant à la droite ΘΖ, appelons-la *la* droite à *laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées*[104] *sur le diamètre ΖΗ de manière ordonnée*[105] ; appelons-la aussi *le côté droit*[106].

[98] Prop. 4.
[99] *Éléments*, XI.10.
[100] *Éléments*, VI.23.
[101] *Éléments*, VI.4.
[102] *Éléments*, VI.2.
[103] *Éléments*, V.9.
[104] Sur l'expression elliptique ἡ παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι, voir le dictionnaire de Mugler, *op. cit.*, *s.v.* δύνασθαι. On trouve parfois les formes encore plus elliptiques αἱ παρ' ἃς δύνανται ou ἡ παρ' ἣν δύνανται. Avant Apollonios, elle apparaît une seule fois chez Archimède, *Conoïdes et Sphéroïdes*, 3 (éd. Mugler, I, p. 165, 3), sous la forme παρ' ἂν δύνανται. M. F.
[105] Voir Note complémentaire [43].
[106] Voir Note complémentaire [44].

– ιβʹ – Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ᾽ εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, καὶ ἡ διάμετρος τῆς τομῆς ἐκβαλλομένη συμπίπτῃ μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου ἐκτὸς τῆς τοῦ κώνου κορυφῆς, ἥτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς ἀχθῇ παράλληλος τῇ κοινῇ τομῇ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς βάσεως τοῦ κώνου ἕως τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς, δυνήσεταί τι χωρίον παρακείμενον παρά τινα εὐθεῖαν πρὸς ἣν λόγον ἔχει ἡ ἐπ᾽ εὐθείας μὲν οὖσα τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς, ὑποτείνουσα δὲ τὴν ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνίαν ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἠγμένης ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου παρὰ τὴν διάμετρον τῆς τομῆς ἕως τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τῆς βάσεως τμημάτων ὧν ποιεῖ ἡ ἀχθεῖσα, πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ᾽ αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς, ὑπερβάλλον εἴδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ὑποτεινούσης τὴν ἐκτὸς γωνίαν τοῦ τριγώνου καὶ τῆς παρ᾽ ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι· καλείσθω δὲ ἡ τοιαύτη τομὴ ὑπερβολή.

Ἔστω κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΔΕ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ ΒΓ βάσει τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν ΔΖΕ γραμμήν· ἡ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς ἡ ΖΗ ἐκβαλλομένη συμπιπτέτω μιᾷ πλευρᾷ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τῇ ΑΓ ἐκτὸς τῆς τοῦ κώνου κορυφῆς κατὰ τὸ Θ· καὶ διὰ τοῦ Α τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς τῇ ΖΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ, καὶ τεμνέτω τὴν ΒΓ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ τῇ ΖΗ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΖΛ, καὶ πεποιήσθω ὡς τὸ ἀπὸ ΚΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΚΓ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΖΛ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τυχὸν τὸ Μ, καὶ διὰ τοῦ Μ τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΜΝ, διὰ δὲ τοῦ Ν τῇ ΖΛ παράλληλος ἡ ΝΞ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΘΛ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ξ, καὶ διὰ τῶν Λ, Ξ τῇ ΖΝ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΛΟ, ΞΠ.

Λέγω ὅτι ἡ ΜΝ δύναται τὸ ΖΞ ὃ παράκειται παρὰ τὴν ΖΛ, πλάτος ἔχον τὴν ΖΝ, ὑπερβάλλον εἴδει τῷ ΛΞ ὁμοίῳ ὄντι τῷ ὑπὸ τῶν ΘΖΛ.

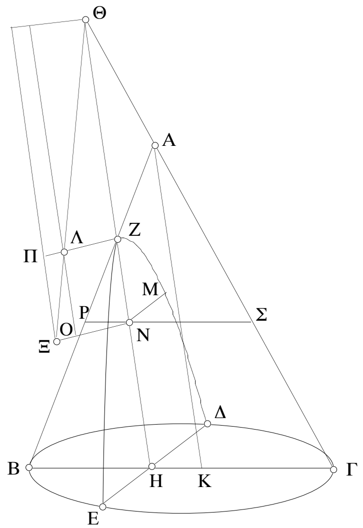
1 ιβʹ Ψ : om. V ‖ 9 μὲν οὖσα Mont. : μένουσα V ‖ 10 ὃν v Ψ : ὂν V ‖ 21 post ἐπιπέδῳ del. διὰ τοῦ ἄξονος V^1 ‖ 28 ΚΑ Ψ : *AK* Ar. ΚΛ V ‖ 31 ΝΞ Ar. : ΟΞ V^{pc} c ΝΟΞ Ψ ΩΞ V^{ac}.

– 12 – *Si un cône est coupé par un plan passant par l'axe ainsi que par un autre plan coupant la base du cône selon une droite à angles droits avec la base du triangle axial, et que le prolongement du diamètre de la section rencontre un côté du triangle axial au-delà du sommet du cône, le carré d'une parallèle quelconque à l'intersection du plan sécant et de la base du cône et menée de la section jusqu'au diamètre de celle-ci, sera équivalent à une certaine aire appliquée à une certaine droite telle que le rapport à cette droite du prolongement en ligne droite du diamètre de la section sous-tendant l'angle extérieur du triangle est identique au rapport du carré sur la parallèle au diamètre de la section et menée du sommet du cône jusqu'à la base du triangle, au rectangle compris par les segments de la base déterminés par cette parallèle. L'aire en question aura pour largeur la droite découpée par la première*[107] *parallèle sur le diamètre du côté du sommet de la section, et sera en excès d'une figure semblable et disposée semblablement au rectangle compris par la droite sous-tendant l'angle extérieur du triangle et la droite à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées de manière ordonnée. – Appelons* hyperbole *une telle section.*

Soit un cône, ayant pour sommet le point Α et pour base le cercle ΒΓ ; qu'il soit coupé par un plan passant par l'axe, et que ce plan détermine une section qui est le triangle ΑΒΓ ; qu'il soit aussi coupé par un autre plan coupant la base du cône selon une droite ΔΕ à angles droits avec la base ΒΓ du triangle ΑΒΓ, et que ce plan détermine dans la surface du cône une section qui est la ligne ΔΖΕ ; que le prolongement du diamètre ΖΗ de la section rencontre un côté ΑΓ du triangle ΑΒΓ en un point Θ au-delà du sommet du cône ; que, par Α, soit menée une parallèle ΑΚ au diamètre ΖΗ de la section et qu'elle coupe ΒΓ ; que, de Ζ, soit menée une droite ΖΛ à angles droits avec ΖΗ ; qu'il soit fait en sorte que ΖΘ soit à ΖΛ comme le carré sur ΚΑ est au rectangle ΒΚ,ΚΓ ; que soit pris un point quelconque Μ sur la section ; que, par Μ, soit menée une parallèle ΜΝ à ΔΕ, et, par Ν, une parallèle ΝΞ à ΖΛ ; que soit menée une droite de jonction ΘΛ et qu'elle soit prolongée jusqu'en un point Ξ, et que, par Λ et Ξ, soient menées des parallèles ΛΟ et ΞΠ à ΖΝ.

Je dis que le carré sur ΜΝ est équivalent à l'aire ΖΞ appliquée à la droite ΖΛ, qui a pour largeur ΖΝ et qui est en excès d'une figure ΛΞ semblable au rectangle ΘΖ,ΖΛ.

[107] Voir Note complémentaire [45].



Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Ν τῇ ΒΓ παράλληλος ἡ ΡΝΣ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΝΜ τῇ ΔΕ παράλληλος· τὸ ἄρα διὰ τῶν ΜΝ, ΡΣ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν ΒΓ, ΔΕ, τουτέστι τῇ βάσει τοῦ κώνου· ἐὰν ἄρα ἐκβληθῇ τὸ διὰ τῶν ΜΝ, ΡΣ ἐπίπεδον, ἡ τομὴ κύκλος ἔσται οὗ διάμετρος ἡ ΡΝΣ· καὶ ἔστιν ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἡ ΜΝ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΡΝΣ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΜΝ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΚ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΚΓ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΖΛ, ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΚ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΚΓ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ καὶ ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ, καὶ ὁ τῆς ΖΘ ἄρα πρὸς τὴν ΖΛ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ καὶ ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ.

Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ, οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς ΗΓ, τουτέστιν ἡ ΘΝ πρὸς ΝΣ, ὡς δὲ ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΒ, τουτέστιν ἡ ΖΝ πρὸς ΝΡ· ὁ ἄρα τῆς ΘΖ πρὸς ΖΛ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΘΝ πρὸς ΝΣ καὶ τοῦ τῆς ΖΝ πρὸς ΝΡ· ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς ΘΝ πρὸς ΝΣ καὶ τοῦ τῆς ΖΝ πρὸς ΝΡ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΝΖ ἐστι πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΣΝΡ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΝΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΣΝΡ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΛ, τουτέστιν ἡ ΘΝ πρὸς ΝΞ.

16 alt. τοῦ Ψ : om. V ‖ ΝΡ Ψ Ar. : ΗΡ V.

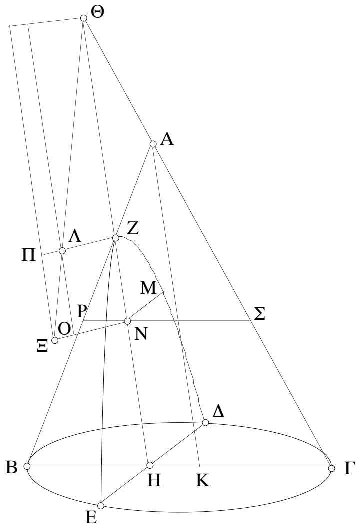


Fig. 12

Que soit menée par N une parallèle PNΣ à BΓ ; or NM est aussi parallèle à ΔE ; le plan mené par les droites MN et PΣ est donc parallèle à celui mené par les droites BΓ et ΔE, c'est-à-dire à la base du cône ; si donc est mené le plan passant par les droites MN et PΣ, la section sera un cercle[108], de diamètre PNΣ ; d'autre part, MN est perpendiculaire à ce diamètre ; le rectangle PN,NΣ est donc égal au carré sur MN.

Puisque ZΘ est à ZΛ comme le carré sur AK est au rectangle BK,KΓ, et que le rapport du carré sur AK au rectangle BK,KΓ est composé des rapports que AK a avec KΓ et que AK a avec KB, alors le rapport de ZΘ à ZΛ est aussi composé des rapports que AK a avec KΓ et que AK a avec KB.

Mais ΘH est à HΓ, c'est-à-dire ΘN est à NΣ, comme AK est à KΓ, et ZH est à HB, c'est-à-dire ZN est à NP, comme AK est à KB. Le rapport de ΘZ à ZΛ est donc composé des rapports de ΘN à NΣ et de ZN à NP. Or le rapport composé des rapports de ΘN à NΣ et de ZN à NP est identique au rapport des rectangles ΘN,NZ et ΣN,NP ; ΘZ est donc aussi à ZΛ, c'est-à-dire ΘN est à NΞ, comme le rectangle ΘN,NZ est au rectangle ΣN,NP.

[108] Prop. 4.

Ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΘΝ πρὸς ΝΞ, τῆς ΖΝ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΘΝΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΝΞ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΝΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν <ΣΝΡ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΘΝΖ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν> ΞΝΖ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΣΝΡ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΞΝΖ· τὸ δὲ ἀπὸ ΜΝ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΣΝΡ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΜΝ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΞΝΖ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΞΝΖ ἐστι τὸ ΞΖ παραλληλόγραμμον.

Ἡ ἄρα ΜΝ δύναται τὸ ΞΖ ὃ παράκειται παρὰ τὴν ΖΛ, πλάτος ἔχον τὴν ΖΝ, ὑπερβάλλον τῷ ΛΞ ὁμοίῳ ὄντι τῷ ὑπὸ τῶν ΘΖΛ.

Καλείσθω δὲ ἡ μὲν τοιαύτη τομὴ ὑπερβολή, ἡ δὲ ΛΖ παρ᾽ ἣν δύνανται αἱ ἐπὶ τὴν ΖΗ καταγόμεναι τεταγμένως· καλείσθω δὲ ἡ αὐτὴ καὶ ὀρθία, πλαγία δὲ ἡ ΖΘ.

– ιγʹ – Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ συμπίπτοντι μὲν ἑκατέρᾳ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, μήτε δὲ παρὰ τὴν βάσιν τοῦ κώνου ἠγμένῳ μήτε ὑπεναντίως, τὸ δὲ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἡ βάσις τοῦ κώνου καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον συμπίπτῃ κατ᾽ εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν ἤτοι τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου ἢ τῇ ἐπ᾽ εὐθείας αὐτῇ, ἥτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς τοῦ κώνου παράλληλος ἀχθῇ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων ἕως τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς, δυνήσεταί τι χωρίον παρακείμενον παρά τινα εὐθεῖαν πρὸς ἣν λόγον ἔχει ἡ διάμετρος τῆς τομῆς ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἠγμένης ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου παρὰ τὴν διάμετρον τῆς τομῆς ἕως τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων ὑπ᾽ αὐτῆς πρὸς ταῖς τοῦ τριγώνου γωνίαις, πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ᾽ αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς, ἐλλεῖπον εἴδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς παρ᾽ ἣν δύνανται· καλείσθω δὲ ἡ τοιαύτη τομὴ ἔλλειψις.

TEST. : 12-27 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 50, 24 — 52, 2).

3-4 ΣΝΡ — τῶν add. Heiberg (jam Comm.) || 10 δύνανται Ψ : δύναται V || 12 ιγʹ Ψ : om. V || 21 ὃν v Ψ : ὂν V || 24 γωνίαις c v Ψ : εὐθείαις V (sed duo puncta add. supra V^1) πλευραῖς Mont. || 27 δύνανται Canon. : δύναται V.

Mais, si ZN est prise comme hauteur commune, le rectangle $\Theta N,NZ$ est au rectangle $ZN,N\Xi$ comme ΘN est à $N\Xi$; le rectangle $\Theta N,NZ$ est donc au rectangle $\Xi N,NZ$ comme le rectangle $\Theta N,NZ$ est au rectangle $\Sigma N,NP$; le rectangle $\Sigma N,NP$ est donc égal au rectangle $\Xi N,NZ$; or on a démontré que le carré sur MN était égal au rectangle $\Sigma N,NP$; il est donc aussi égal au rectangle $\Xi N,NZ$. Or ce rectangle est le parallélogramme ΞZ.

Le carré sur MN est donc équivalent à l'aire ΞZ appliquée à la droite $Z\Lambda$, qui a pour largeur ZN et qui est en excès d'une figure $\Lambda\Xi$ semblable au rectangle $\Theta Z,Z\Lambda$.

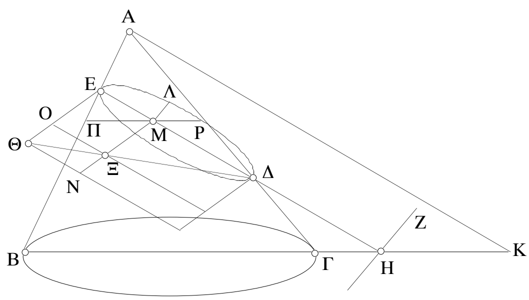
Appelons *hyperbole* une telle section. – Quant à la droite ΛZ, appelons-la *la droite à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées sur ZH de manière ordonnée* ; appelons-la aussi *le côté droit*[109], et la droite $Z\Theta$ *le côté transverse*.

– 13 – *Si un cône est coupé par un plan passant par l'axe ainsi que par un autre plan rencontrant chacun des côtés du triangle axial et mené ni parallèlement à la base du cône ni dans une position contraire, et que le plan dans lequel est la base du cône et le plan sécant se rencontrent selon une droite à angles droits avec la base du triangle axial ou avec son prolongement en ligne droite, le carré d'une parallèle quelconque à l'intersection des plans et menée de la section du cône jusqu'au diamètre de celle-ci, sera équivalent à une certaine aire appliquée à une certaine droite telle que le rapport à cette droite du diamètre de la section est identique au rapport du carré sur la parallèle au diamètre de la section et menée du sommet du cône jusqu'à la base du triangle, au rectangle compris par les droites découpées par cette parallèle du côté des angles*[110] *du triangle. L'aire en question aura pour largeur la droite découpée par la première parallèle sur le diamètre du côté du sommet de la section, et sera déficiente d'une figure semblable et disposée semblablement au rectangle compris par le diamètre et la droite à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré. – Appelons* ellipse *une telle section.*

[109] Voir Note complémentaire [46].
[110] Voir Note complémentaire [47].

Ἔστω κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ συμπίπτοντι μὲν ἑκατέρᾳ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, μήτε δὲ παραλλήλῳ τῇ βάσει τοῦ κώνου μήτε ὑπεναντίως ἠγμένῳ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν ΔΕ γραμμήν· κοινὴ δὲ τομὴ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ ἐν ᾧ ἐστιν ἡ βάσις τοῦ κώνου ἔστω ἡ ΖΗ πρὸς ὀρθὰς οὖσα τῇ ΒΓ, ἡ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς ἔστω ἡ ΕΔ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΕΘ, καὶ διὰ τοῦ Α τῇ ΕΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ, καὶ πεποίησθω ὡς τὸ ἀπὸ ΑΚ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΚΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΘ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Λ, καὶ διὰ τοῦ Λ τῇ ΖΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΛΜ.

Λέγω ὅτι ἡ ΛΜ δύναταί τι χωρίον ὃ παράκειται παρὰ τὴν ΕΘ, πλάτος ἔχον τὴν ΕΜ, ἐλλεῖπον εἴδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕΘ.



Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΔΘ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Μ τῇ ΘΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΜΞΝ, διὰ δὲ τῶν Θ, Ξ τῇ ΕΜ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΘΝ, ΞΟ, καὶ διὰ τοῦ Μ τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΠΜΡ.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΠΡ τῇ ΒΓ παράλληλός ἐστιν, ἔστι δὲ καὶ ἡ ΛΜ τῇ ΖΗ παράλληλος, τὸ ἄρα διὰ τῶν ΛΜ, ΠΡ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν ΖΗ, ΒΓ ἐπιπέδῳ, τουτέστι τῇ βάσει τοῦ κώνου· ἐὰν ἄρα ἐκβληθῇ <τὸ> διὰ τῶν ΛΜ, ΠΡ ἐπίπεδον, ἡ τομὴ κύκλος ἔσται οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ· καὶ ἔστι κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ ΛΜ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΠΜΡ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΛΜ.

9 ΕΘ e corr. V^1 || 16 ΜΞΝ edd. (jam Comm.) Ar. : ΜΝΞ V || 17 ἡ Ψ : om. V || 21 τὸ add. Federspiel^3.

Soit un cône, ayant pour sommet le point Α et pour base le cercle ΒΓ ; qu'il soit coupé par un plan passant par l'axe, et que ce plan détermine une section qui est le triangle ΑΒΓ ; qu'il soit aussi coupé par un autre plan rencontrant chacun des côtés du triangle axial et mené ni parallèlement à la base du cône ni dans une position contraire, et que ce plan détermine dans la surface du cône une section qui est la ligne ΔΕ ; que ΖΗ, à angles droits avec ΒΓ, soit l'intersection du plan sécant et du plan de la base du cône, et que ΕΔ soit le diamètre de la section ; que, de Ε, soit menée une droite ΕΘ à angles droits avec ΕΔ et, par Α, que soit menée une parallèle ΑΚ à ΕΔ ; qu'il soit fait en sorte que ΔΕ soit à ΕΘ comme le carré sur ΑΚ est au rectangle ΒΚ,ΚΓ ; que soit pris un certain point Λ sur la section, et que, par Λ, soit menée une parallèle ΛΜ à ΖΗ.

Je dis que le carré sur ΛΜ est équivalent à une certaine aire appliquée à ΕΘ, qui a pour largeur ΕΜ et qui est déficiente d'une figure semblable au rectangle ΔΕ,ΕΘ.

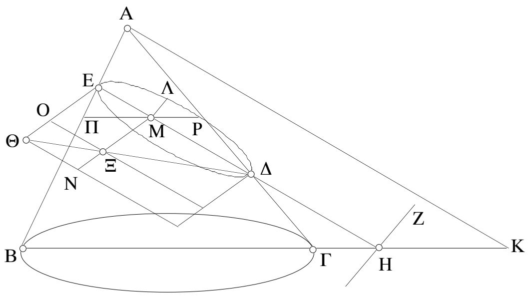


Fig. 13

Que soit menée une droite de jonction ΔΘ ; que, par Μ, soit menée une parallèle ΜΞΝ à ΘΕ et, par Θ et Ξ, que soient menées des parallèles ΘΝ et ΞΟ à ΕΜ et, par Μ, que soit menée une parallèle ΠΜΡ à ΒΓ.

Dès lors, puisque ΠΡ est parallèle à ΒΓ et que ΛΜ est aussi parallèle à ΖΗ, alors le plan mené par les droites ΛΜ et ΠΡ est parallèle à celui mené par les droites ΖΗ et ΒΓ, c'est-à-dire à la base du cône ; si donc est mené le plan passant par les droites ΛΜ et ΠΡ, la section sera un cercle[111], de diamètre ΠΡ ; d'autre part, ΛΜ est perpendiculaire à ce diamètre ; le rectangle ΠΜ,ΜΡ est donc égal au carré sur ΛΜ.

[111] Prop. 4.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΚ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΚΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΕΘ, ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΚ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΚΓ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ καὶ ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ, οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς ΗΒ, τουτέστιν ἡ ΕΜ πρὸς ΜΠ, ὡς δὲ ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ, οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς ΗΓ, τουτέστιν ἡ ΔΜ πρὸς ΜΡ, ὁ ἄρα τῆς ΔΕ πρὸς τὴν ΕΘ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΕΜ πρὸς ΜΠ καὶ τοῦ τῆς ΔΜ πρὸς ΜΡ· ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΜΠ καὶ ἡ ΔΜ πρὸς ΜΡ, ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΕΜΔ ἐστι πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΠΜΡ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΜΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΠΜΡ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΘ, τουτέστιν ἡ ΔΜ πρὸς τὴν ΜΞ.

Ὡς δὲ ἡ ΔΜ πρὸς ΜΞ, τῆς ΜΕ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ ΔΜΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΞΜΕ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΜΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΠΜΡ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΔΜΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΞΜΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΠΜΡ τῷ ὑπὸ ΞΜΕ· τὸ δὲ ὑπὸ ΠΜΡ ἴσον ἐδείχθη τῷ ἀπὸ τῆς ΛΜ· καὶ τὸ ὑπὸ ΞΜΕ ἄρα ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΛΜ.

Ἡ ΛΜ ἄρα δύναται τὸ ΜΟ ὃ παράκειται παρὰ τὴν ΘΕ, πλάτος ἔχον τὴν ΕΜ, ἐλλεῖπον εἴδει τῷ ΟΝ ὁμοίῳ ὄντι τῷ ὑπὸ ΔΕΘ.

Καλείσθω δὲ ἡ μὲν τοιαύτη τομὴ ἔλλειψις, ἡ δὲ ΕΘ παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν ΔΕ τεταγμένως· ἡ δὲ αὐτὴ καὶ ὀρθία, πλαγία δὲ ἡ ΕΔ.

– ιδ' – Ἐὰν αἱ κατὰ κορυφὴν ἐπιφάνειαι ἐπιπέδῳ τμηθῶσι μὴ διὰ τῆς κορυφῆς, ἔσται ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ἐπιφανειῶν τομὴ ἡ καλουμένη ὑπερβολή, καὶ τῶν δύο τομῶν ἥ τε διάμετρος ἡ αὐτὴ ἔσται, καὶ <αἱ> παρ' ἃς δύνανται αἱ ἐπὶ τὴν διάμετρον καταγόμεναι παράλληλοι τῇ ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείᾳ ἴσαι, καὶ τοῦ εἴδους ἡ πλαγία πλευρὰ κοινὴ ἡ μεταξὺ τῶν κορυφῶν τῶν τομῶν· καλείσθωσαν δὲ αἱ τοιαῦται τομαὶ ἀντικείμεναι.

8-9 ὁ — ΠΜΡ c Ψ : iter. V || 22 ιδ' Ψ : om. V || 24 αἱ add. Federspiel[1] || 25 ἐπὶ Canon. : παρὰ V || 26 εὐθείᾳ Heiberg : εὐθεῖαι V.

Puisque ΕΔ est à ΕΘ comme le carré sur ΑΚ est au rectangle ΒΚ,ΚΓ, et que le rapport du carré sur ΑΚ au rectangle ΒΚ,ΚΓ est composé des rapports que ΑΚ a avec ΚΒ et que ΑΚ a avec ΚΓ, que, d'autre part, ΕΗ est à ΗΒ, c'est-à-dire ΕΜ est à ΜΠ, comme ΑΚ est à ΚΒ, et que ΔΗ est à ΗΓ, c'est-à-dire ΔΜ est à ΜΡ, comme ΑΚ est à ΚΓ, alors le rapport de ΔΕ à ΕΘ est composé des rapports de ΕΜ à ΜΠ et de ΔΜ à ΜΡ ; or le rapport composé des rapports que ΕΜ a avec ΜΠ et que ΔΜ a avec ΜΡ est identique au rapport des rectangles ΕΜ,ΜΔ et ΠΜ,ΜΡ ; ΔΕ est donc à ΕΘ, c'est-à-dire ΔΜ est à ΜΞ, comme le rectangle ΕΜ,ΜΔ est au rectangle ΠΜ,ΜΡ.

D'autre part, si la droite ΜΕ est prise comme hauteur commune, le rectangle ΔΜ,ΜΕ est au rectangle ΞΜ,ΜΕ comme ΔΜ est à ΜΞ ; le rectangle ΔΜ,ΜΕ est donc aussi au rectangle ΞΜ,ΜΕ comme le rectangle ΔΜ,ΜΕ est au rectangle ΠΜ,ΜΡ ; le rectangle ΠΜ,ΜΡ est donc égal au rectangle ΞΜ,ΜΕ ; or on a démontré que le rectangle ΠΜ,ΜΡ était égal au carré sur ΛΜ ; le rectangle ΞΜ,ΜΕ est donc aussi égal au carré sur ΛΜ.

Le carré sur ΛΜ est donc équivalent à l'aire ΜΟ appliquée à la droite ΘΕ, qui a pour largeur ΕΜ et qui est déficiente d'une figure ΟΝ semblable au rectangle ΔΕ,ΕΘ.

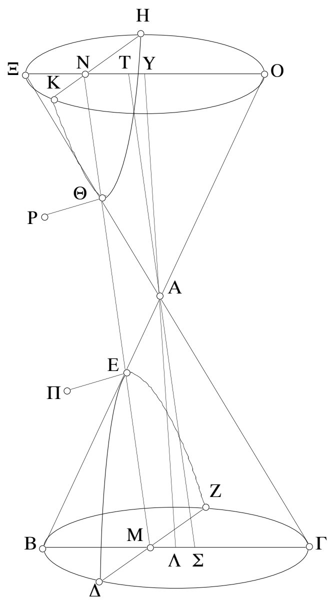
Appelons *ellipse* une telle section. – Quant à la droite ΕΘ, appelons-la la *droite à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées sur ΔΕ de manière ordonnée* ; appelons-la aussi le *côté droit*, et la droite ΕΔ le *côté transverse*.

– 14 – *Si des surfaces opposées par le sommet sont coupées par un plan ne passant pas par le sommet, il y aura dans chacune des surfaces une section appelée* hyperbole *; le diamètre des deux sections sera le même ; les droites auxquelles s'appliquent les aires équivalentes aux carrés des droites abaissées sur le diamètre parallèlement à la droite qui est dans la base du cône seront égales ; le côté transverse commun de la figure*[112] *sera la droite située entre les sommets des sections. – Appelons* sections opposées[113] *de telles sections.*

[112] Voir Note complémentaire [49].
[113] Voir Note complémentaire [50].

Ἔστωσαν αἱ κατὰ κορυφὴν ἐπιφάνειαι ὧν κορυφὴ τὸ Α σημεῖον· καὶ τετμήσθωσαν ἐπιπέδῳ μὴ διὰ τῆς κορυφῆς, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὰς τὰς ΔΕΖ, ΗΘΚ.

Λέγω ὅτι ἑκατέρα τῶν ΔΕΖ, ΗΘΚ τομῶν ἐστιν ἡ καλουμένη ὑπερβολή.



Ἔστω γὰρ ὁ κύκλος καθ᾽ οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα ὁ ΒΔΓΖ, καὶ ἤχθω ἐν τῇ κατὰ κορυφὴν ἐπιφανείᾳ παράλληλον αὐτῷ ἐπίπεδον τὸ ΞΗΟΚ· κοιναὶ δὲ τομαὶ τῶν ΗΘΚ, ΖΕΔ τομῶν καὶ τῶν κύκλων αἱ ΖΔ, ΗΚ· ἔσονται δὴ παράλληλοι· ἄξων δὲ ἔστω τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας ἡ ΛΑΥ εὐθεῖα, κέντρα δὲ τῶν κύκλων τὰ Λ, Υ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΖΔ κάθετος ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθω ἐπὶ σημεῖα τὰ Β, Γ, καὶ διὰ τῆς ΒΓ καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν τοῖς κύκλοις παραλλήλους εὐθείας τὰς ΞΟ, ΒΓ, ἐν δὲ τῇ ἐπιφανείᾳ τὰς ΒΑΟ, ΓΑΞ· ἔσται δὴ καὶ ἡ ΞΟ τῇ ΗΚ πρὸς ὀρθάς, ἐπειδὴ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΖΔ ἐστι πρὸς ὀρθάς, καὶ ἔστιν ἑκατέρα παράλληλος.

2 ποιείτω Heiberg : ποιείτωσαν V ‖ 8 post ΞΗΟΚ fort. addendum φανερὸν δὴ ὅτι κύκλος ἐστὶ τὸ ΞΗΟΚ vide Ar. ‖ 12 σημεῖα huc transp. Decorps-F. : post Β, Γ habet V.

Soient des surfaces opposées par le sommet, ayant pour sommet le point Α ; qu'elles soient coupées par un plan ne passant pas par le sommet, et que ce plan détermine dans la surface des sections ΔΕΖ et ΗΘΚ.

Je dis que chacune des sections ΔΕΖ et ΗΘΚ est la section appelée *hyperbole*.

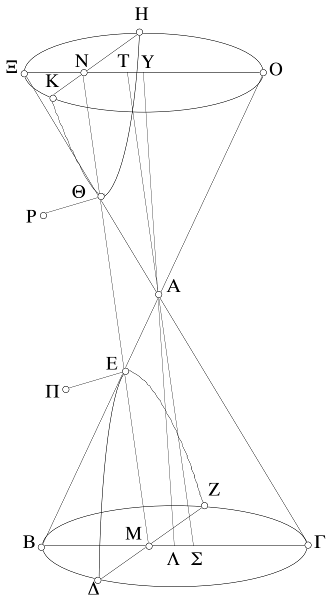


Fig. 14

Soit un cercle ΒΔΓΖ sur lequel se déplace la droite qui décrit la surface, et que, dans l'autre surface opposée par le sommet, soit mené un plan ΞΗΟΚ parallèlement à ce cercle. Que les droites ΖΔ et ΗΚ soient les intersections des sections ΗΘΚ et ΖΕΔ et des cercles[114] ; elles seront alors parallèles[115]. Que la droite ΛΑΥ soit l'axe de la surface conique ; que les points Λ et Υ soient les centres des cercles ; que, de Λ, soit menée une perpendiculaire à ΖΔ et qu'elle soit prolongée jusqu'en des points Β et Γ, et que soit mené un plan passant par ΒΓ et par l'axe ; ce plan déterminera alors des sections qui

[114] Prop. 4.
[115] *Éléments*, XI.16.

Καὶ ἐπεὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ταῖς τομαῖς συμβάλλει κατὰ τὰ Μ, Ν σημεῖα ἐντὸς τῶν γραμμῶν, δῆλον ὡς καὶ τὰς γραμμὰς τέμνει τὸ ἐπίπεδον· τεμνέτω κατὰ τὰ Θ, Ε· τὰ ἄρα Μ, Ε, Θ, Ν σημεῖα ἔν τε τῷ διὰ τοῦ ἄξονός ἐστιν ἐπιπέδῳ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐν ᾧ εἰσιν αἱ γραμμαί· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΕΘΝ γραμμή. Καὶ φανερὸν ὅτι τά τε Ξ, Θ, Α, Γ ἐπ᾽ εὐθείας ἐστὶ καὶ τὰ Β, Ε, Α, Ο· ἔν τε γὰρ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἐν τῷ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ.

Ἤχθωσαν δὴ ἀπὸ μὲν τῶν Θ, Ε τῇ ΘΕ πρὸς ὀρθὰς αἱ ΘΡ, ΕΠ, διὰ δὲ τοῦ Α τῇ ΜΕΘΝ παράλληλος ἤχθω ἡ ΣΑΤ, καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΣΓ, οὕτως ἡ ΘΕ πρὸς ΕΠ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΟΤΞ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς ΘΡ.

Ἐπεὶ οὖν κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος, τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ πεποίηκε τομὴν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τέτμηται δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΔΜΖ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ ΒΓ, καὶ πεποίηκε τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν ΔΕΖ, ἡ δὲ διάμετρος ἡ ΜΕ ἐκβαλλομένη συμπέπτωκε μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου, καὶ διὰ τοῦ Α σημείου τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς τῇ ΕΜ παράλληλος ἦκται ἡ ΑΣ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΜ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ ΕΠ, καὶ ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΣΓ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς ΕΠ, ἡ μὲν ΔΕΖ ἄρα τομὴ ὑπερβολή ἐστιν, ἡ δὲ ΕΠ παρ᾽ ἣν δύνανται αἱ ἐπὶ τὴν ΕΜ καταγόμεναι τεταγμένως, πλαγία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ ΘΕ.

10 ΒΣΓ Canon. Ar. : ΒΓΣ V ‖ 20-21 καὶ — ΕΠ c Ψ : iter. V (ΒΓΣ pro ΒΣΓ in repetitione) ‖ 21 ΒΣΓ Canon. Ar. : ΒΓΣ V.

seront, dans les cercles, des parallèles ΞΟ et ΒΓ[116] et, dans la surface, des droites ΒΑΟ et ΓΑΞ ; ΞΟ sera alors aussi à angles droits avec ΗΚ, puisque ΒΓ l'est avec ΖΔ et que ces droites sont parallèles entre elles[117].

Puisque le plan passant par l'axe rencontre les sections aux points Μ et Ν à l'intérieur des lignes, il est évident qu'il coupe aussi les lignes ; qu'il les coupe en des points Θ et Ε ; les points Μ, Ε, Θ et Ν sont donc à la fois dans le plan passant par l'axe et dans le plan dans lequel sont les lignes ; la ligne ΜΕΘΝ est donc une droite. D'autre part, il est évident que les points Ξ, Θ, Α et Γ sont alignés, tout comme les points Β, Ε, Α et Ο[118], puisqu'ils sont à la fois dans la surface conique et au plan passant par l'axe.

Que soient menées de Θ et de Ε des droites ΘΡ et ΕΠ à angles droits avec ΘΕ, et que, par Α, soit menée une parallèle ΣΑΤ à ΜΕΘΝ ; qu'il soit fait en sorte que ΘΕ soit à ΕΠ comme le carré sur ΑΣ est au rectangle ΒΣ,ΣΓ, et que ΕΘ soit à ΘΡ comme le carré sur ΑΤ est au rectangle ΟΤ,ΤΞ.

Dès lors, puisqu'un cône ayant pour sommet le point Α et pour base le cercle ΒΓ est coupé par un plan passant par l'axe, et que ce plan a déterminé[119] une section qui est le triangle ΑΒΓ, qu'il est aussi coupé par un autre plan coupant la base du cône suivant une droite ΔΜΖ à angles droits avec ΒΓ, et que ce plan a déterminé dans la surface une section ΔΕΖ, que le prolongement du diamètre ΜΕ a rencontré l'un des côtés du triangle axial au-delà du sommet du cône, que, par le point Α, est menée une parallèle ΑΣ au diamètre ΕΜ de la section, que, de Ε, est menée une droite ΕΠ à angles droits avec ΕΜ, et que ΕΘ est à ΕΠ comme le carré sur ΑΣ est au rectangle ΒΣ,ΣΓ, alors la section ΔΕΖ est une hyperbole, ΕΠ est la droite à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées sur ΕΜ de manière ordonnée, et ΘΕ est le côté transverse de la figure[120].

[116] *Éléments*, XI.16.

[117] *Éléments*, XI.10.

[118] *Éléments*, XI.3.

[119] Ici et un peu plus bas (πεποίηκε derechef, puis συμπέπτωκε), on rencontre des indicatifs parfaits *actifs* à valeur d'accomplis, comme il est d'usage dans les textes mathématiques. Mais les parfaits de ces verbes proprement dits n'existent pas dans les *Éléments* d'Euclide. Dans les *Coniques*, la forme πεποίηκε n'apparaît qu'ici, tandis que la forme συμπέπτωκε se rencontre encore à la fin de I. 25 et au début de la démonstration de IV.52. A l'actif, le passé composé français peut, dans certaines circonstances, avoir cette même valeur aspectuelle. Mais ici, avec l'absence de contexte discriminant, tout nous invite malheureusement à voir dans cette forme périphrastique du français un passé, ce qui ne doit pas être. Je prie donc le lecteur de ne la considérer que comme un pis-aller. M. F.

[120] Prop. 12.

Ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ΗΘΚ ὑπερβολή ἐστιν ἧς διάμετρος μὲν ἡ ΘΝ, [ἡ δὲ ΘΡ] παρ’ ἣν <δὲ> δύνανται αἱ ἐπὶ τὴν ΘΝ καταγόμεναι τεταγμένως <ἡ ΘΡ>, πλαγία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ ΘΕ.

Λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΘΡ τῇ ΕΠ.

Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΞΟ, ἔστιν ὡς ἡ ΑΣ πρὸς ΣΓ, οὕτως ἡ ΑΤ πρὸς ΤΞ, καὶ ὡς ἡ ΑΣ πρὸς ΣΒ, οὕτως ἡ ΑΤ πρὸς ΤΟ· ἀλλ’ ὁ τῆς ΑΣ πρὸς ΣΓ λόγος μετὰ τοῦ τῆς ΑΣ πρὸς ΣΒ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΣ ἐστι πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΣΓ, ὁ δὲ τῆς ΑΤ πρὸς ΤΞ μετὰ τοῦ τῆς ΑΤ πρὸς ΤΟ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΞΤΟ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΣΓ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΑΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΞΤΟ· καὶ ἔστιν ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΣΓ, ἡ ΘΕ πρὸς ΕΠ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΞΤΟ, ἡ ΘΕ πρὸς ΘΡ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΕ πρὸς ΕΠ, ἡ ΕΘ πρὸς ΘΡ.

Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΠ τῇ ΘΡ.

– ιε′ – Ἐὰν ἐν ἐλλείψει ἀπὸ τῆς διχοτομίας τῆς διαμέτρου ἀχθεῖσα εὐθεῖα τεταγμένως ἐκβληθῇ ἐφ’ ἑκάτερα ἕως τῆς τομῆς, καὶ ποιηθῇ ὡς ἡ ἐκβληθεῖσα πρὸς τὴν διάμετρον, ἡ διάμετρος πρός τινα εὐθεῖαν, ἥτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς ἀχθῇ ἐπὶ τὴν ἐκβληθεῖσαν παράλληλος τῇ διαμέτρῳ, δυνήσεται τὸ παρακείμενον παρὰ τὴν τρίτην ἀνάλογον, πλάτος ἔχον τὴν ὑπ’ αὐτῆς ἀπολαμβανομένην πρὸς τῇ τομῇ, ἐλλεῖπον εἴδει ὁμοίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ἐφ’ ἣν ἄγεται καὶ τῆς παρ’ ἣν δύνανται, καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ἐφ’ ἣν κατῆκται.

TEST. : 9-10 ὡς — ΞΤΟ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 222, 8-10).— 10-14 καὶ — ΘΡ] EUT., *ibid.* (ed. Heiberg 222, 20-23).— 15-22 ἐὰν — δύνανται cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 54, 2-10).

1-2 ἡ δὲ ΘΡ del. Federspiel[3] ‖ 2 δὲ add. Federspiel[3] ‖ 3 ἡ ΘΡ add. Federspiel[3] ‖ 7 ΣΓ Ψ Ar. : Γ V ‖ ΣΒ Ψ Ar. : Β V ‖ 8 τὸ V[1sl] : om. V ‖ 15 ιε′ Ψ : om. V ‖ 17 ποιηθῇ Savil. : ποιήσῃ (lege ποιήσῃ) V ‖ 22 ἄγεται Decorps-F. : ἄγονται V ‖ 23 μέρους Ψ : μέτρου V.

De même, la section ΗΘΚ est aussi une hyperbole, ayant un diamètre ΘΝ et une droite ΘΡ[121] à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées sur ΘΝ de manière ordonnée, et pour côté transverse de la figure la droite ΘΕ.

Je dis[122] que ΘΡ est <aussi> égale à ΕΠ.

Puisque ΒΓ est parallèle à ΞΟ, ΑΤ est à ΤΞ comme ΑΣ est à ΣΓ, et ΑΤ est à ΤΟ comme ΑΣ est à ΣΒ. Mais le rapport de ΑΣ à ΣΓ, avec[123] celui de ΑΣ à ΣΒ, est identique à celui du carré sur ΑΣ au rectangle ΒΣ,ΣΓ, et celui de ΑΤ à ΤΞ, avec celui de ΑΤ à ΤΟ, est identique à celui du carré sur ΑΤ au rectangle ΞΤ,ΤΟ ; le carré sur ΑΤ est donc au rectangle ΞΤ,ΤΟ comme celui sur ΑΣ est au rectangle ΒΣ,ΣΓ[124]. D'autre part, ΘΕ est à ΕΠ comme le carré sur ΑΣ est au rectangle ΒΣ,ΣΓ, et ΘΕ est à ΘΡ comme le carré sur ΑΤ est au rectangle ΞΤ,ΤΟ. ΕΘ est donc aussi à ΘΡ comme ΘΕ est à ΕΠ.

ΕΠ est donc égale à ΘΡ.

– 15 – *Si, dans une ellipse, une droite menée du milieu du diamètre*[125] *de manière ordonnée est prolongée de part et d'autre jusqu'à la section, et qu'il est fait en sorte que le diamètre soit à une certaine droite comme la droite prolongée est au diamètre, le carré d'une parallèle quelconque au diamètre et menée de la section jusqu'à la droite prolongée sera équivalent à une aire appliquée à cette troisième proportionnelle. L'aire en question aura pour largeur la droite découpée du côté de la section par la parallèle et sera déficiente d'une figure semblable au rectangle compris par la droite à laquelle est menée la parallèle et la droite à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré. Si la parallèle est prolongée jusqu'à l'autre partie de la section, elle sera coupée en deux parties égales par la droite sur laquelle est abaissée la parallèle.*

[121] Voir Note complémentaire [50].

[122] Voir Note complémentaire [25].

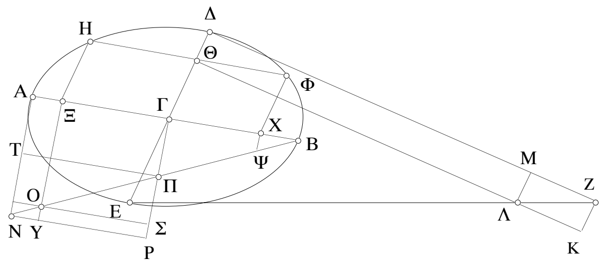
[123] La préposition μετά exprime ici et plus bas une composition de rapports. M. F.

[124] Dans son commentaire de la proposition, Eutocius propose une variante de démonstration pour ce résultat (éd. Heiberg, p. 222, 8-19).

[125] Voir Note complémentaire [51].

Ἔστω ἔλλειψις ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ σημεῖον τὸ Γ, καὶ διὰ τοῦ Γ ἤχθω τεταγμένως καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ᾽ ἑκάτερα ἕως τῆς τομῆς ἡ ΔΓΕ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΖ, καὶ ποιείσθω ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΖ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Η, καὶ διὰ τοῦ Η τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Θ τῇ ΔΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΘΛ, διὰ δὲ τῶν Ζ, Λ τῇ ΘΔ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΖΚ, ΛΜ.

Λέγω ὅτι ἡ ΗΘ δύναται τὸ ΔΛ ὃ παράκειται παρὰ τὴν ΔΖ, πλάτος ἔχον τὴν ΔΘ, ἐλλεῖπον εἴδει τῷ ΛΖ ὁμοίῳ ὄντι τῷ ὑπὸ ΕΔΖ.



Ἔστω γὰρ παρ᾽ ἣν δύνανται αἱ ἐπὶ τὴν ΑΒ καταγόμεναι τεταγμένως ἡ ΑΝ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΝ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Η τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΞ, διὰ δὲ τῶν Ξ, Γ τῇ ΑΝ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΞΟ, ΓΠ, διὰ δὲ τῶν Ν, Ο, Π τῇ ΑΒ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΝΡ, ΟΣ, ΤΠ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΔΓ τῷ ΑΠ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΞ τῷ ΑΟ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΝ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΠ, καὶ ἡ ΠΤ πρὸς ΤΝ, ἴση δὲ ἡ ΒΓ τῇ ΓΑ, τουτέστι τῇ ΤΠ, <ἴση ἄρα ἡ ΓΠ τῇ ΤΝ·> καὶ ἡ ΒΠ τῇ ΠΝ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ΑΠ τῷ ΤΡ, τὸ δὲ ΞΤ τῷ ΤΥ.

2 τὸ Γ huc transp. Decorps-F. : post κατὰ habet V || ἐκβεβλήσθω V^3 c Ψ : ἐκβλήσθω V || 3 τοῦ Ψ : om. V || 4 ποιείσθω V : πεποιήσθω Ψ || 7 ΘΔ Ψ Ar. : ΘΛ V || 16 ΝΡ Ψ : ΝΥ V || 19-20 alt. ἴση — ΤΝ add. Decorps-F. sec. Ar.

Soit une ellipse, de diamètre ΑΒ ; que ΑΒ soit coupée en deux parties égales en un point Γ ; que, par Γ, soit menée une droite ΔΓΕ de manière ordonnée et qu'elle soit prolongée de part et d'autre jusqu'à la section ; que, du point Δ, soit menée une droite ΔΖ à angles droits avec ΔΕ ; qu'il soit fait en sorte que ΑΒ soit à ΔΖ comme ΔΕ est à ΑΒ ; que soit pris un certain point Η sur la section ; que, par Η, soit menée une parallèle ΗΘ à ΑΒ ; que soit menée une droite de jonction ΕΖ ; que soient menées, par Θ, une parallèle ΘΛ à ΔΖ et, par Ζ et Λ, des parallèles ΖΚ et ΛΜ à ΘΔ.

Je dis que le carré sur ΗΘ est équivalent à l'aire ΔΛ appliquée à la droite ΔΖ, qui a pour largeur ΔΘ et qui est déficiente d'une figure ΛΖ semblable au rectangle ΕΔ,ΔΖ.

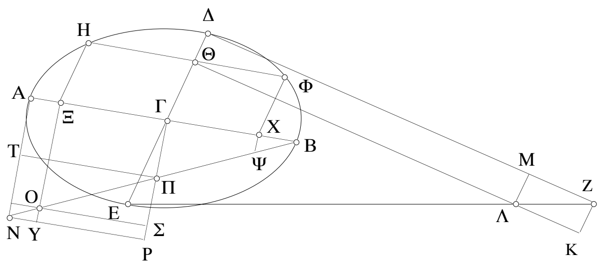


Fig. 15

Soit une droite ΑΝ à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées sur ΑΒ de manière ordonnée ; que soit menée une droite de jonction ΒΝ ; que soient menées, par Η, une parallèle ΗΞ à ΔΕ, par Ξ et Γ, des parallèles ΞΟ et ΓΠ à ΑΝ et, par Ν, Ο et Π, des parallèles ΝΡ, ΟΣ et ΤΠ à ΑΒ ; le carré sur ΔΓ est donc égal au rectangle ΑΠ et celui sur ΗΞ au rectangle ΑΟ[126].

Puisque ΒΓ est à ΓΠ et que ΠΤ est à ΤΝ comme ΒΑ est à ΑΝ, que ΒΓ est égale à ΓΑ, c'est-à-dire à ΤΠ, <ΓΠ est donc égale à ΤΝ ;> – et ΒΠ est égale à ΠΝ[127] ; le rectangle ΑΠ est donc égal au rectangle ΤΡ et le rectangle ΞΤ l'est au rectangle ΤΥ.

[126] Prop. 13.
[127] Voir Note complémentaire [52].

Καὶ ἐπεὶ τὸ ΟΤ τῷ ΟΡ ἐστιν ἴσον, κοινὸν δὲ τὸ ΝΟ, τὸ ΤΥ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ΝΣ· ἀλλὰ τὸ ΤΥ τῷ ΤΞ ἐστιν ἴσον· καὶ τὸ ΝΣ ἄρα τῷ ΤΞ ἐστιν ἴσον· κοινὸν δὲ τὸ ΤΣ· ὅλον ἄρα τὸ ΝΠ, τουτέστι τὸ ΠΑ, ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΟ μετὰ τοῦ ΠΟ, ὥστε τὸ ΠΑ τοῦ ΑΟ ὑπερέχει τῷ ΟΠ· καὶ ἔστι τὸ μὲν ΑΠ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ, τὸ δὲ ΑΟ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΞΗ, τὸ δὲ ΟΠ ἴσον τῷ ὑπὸ ΟΣΠ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΞ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν ΟΣΠ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΕ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Θ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΕΘΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΘ, τουτέστι τῆς ΞΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΞΗ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν ΕΘΔ· ὑπερεῖχε δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΞ τῷ ὑπὸ τῶν ΟΣΠ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΕΘΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΟΣΠ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΖ, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ· καὶ ἔστι τῷ ἀπὸ ΓΔ ἴσον τὸ ὑπὸ ΠΓΑ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΠΓΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, τουτέστιν ὡς ἡ ΕΘ πρὸς ΘΛ, τουτέστι τὸ ὑπὸ τῶν ΕΘΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘΛ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΠΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΠΣΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΣ· καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ὑπὸ ΕΘΔ τῷ ὑπὸ ΠΣΟ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΔΘΛ τῷ ἀπὸ τῆς ΟΣ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΗΘ.

Ἡ ΗΘ ἄρα δύναται τὸ ΔΛ ὃ παράκειται παρὰ τὴν ΔΖ, ἐλλεῖπον εἴδει τῷ ΖΛ ὁμοίῳ ὄντι τῷ ὑπὸ τῶν ΕΔΖ.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐκβαλλομένη ἡ ΗΘ ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ΔΕ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ καὶ συμβαλλέτω τῇ τομῇ κατὰ τὸ Φ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Φ τῇ ΗΞ παράλληλος ἤχθω ἡ ΦΧ, διὰ δὲ τοῦ Χ τῇ ΑΝ παράλληλος ἤχθω ἡ ΧΨ.

2-3 καὶ — ἴσον Ψ (sed ΣΝ pro ΝΣ et ἴσον ἐστὶ post ἄρα) Ar. : om. V ‖ 9 ΓΘ Ψ Ar. : ΓΔ V ‖ 25 ΗΘ Ψ Ar. : ΘΗ Canon. ΘΝ V.

Puisque le rectangle ΟΤ est égal au rectangle ΟΡ et que le rectangle ΝΟ est commun, alors le rectangle ΤΥ est égal au rectangle ΝΣ[128]. Mais le rectangle ΤΥ est égal au rectangle ΤΞ ; le rectangle ΝΣ est donc égal au rectangle ΤΞ, et le rectangle ΤΣ est commun. Le rectangle entier ΝΠ, c'est-à-dire le rectangle ΠΑ, est donc égal à la somme[129] du rectangle ΑΟ et du rectangle ΠΟ, de sorte que le rectangle ΠΑ excède le rectangle ΑΟ du rectangle ΟΠ ; d'autre part, le rectangle ΑΠ est égal au carré sur ΓΔ, le rectangle ΑΟ l'est au carré sur ΞΗ et le rectangle ΟΠ l'est au rectangle ΟΣ,ΣΠ ; le carré sur ΓΔ excède donc celui sur ΗΞ du rectangle ΟΣ,ΣΠ[130].

Puisqu'une droite ΔΕ est coupée en parties égales en un point Γ et en parties inégales en un point Θ, alors la somme du rectangle ΕΘ,ΘΔ et du carré sur ΓΘ, c'est-à-dire du carré sur ΞΗ, est égal au carré sur ΓΔ ; le carré sur ΓΔ excède donc celui sur ΞΗ du rectangle ΕΘ,ΘΔ. Or, on l'a vu, le carré sur ΓΔ excède le carré sur ΞΗ du rectangle ΟΣ,ΣΠ. Le rectangle ΕΘ,ΘΔ est donc égal au rectangle ΟΣ,ΣΠ.

Puisque ΑΒ est à ΔΖ comme ΔΕ est à ΑΒ, alors le carré sur ΔΕ est à celui sur ΑΒ, c'est-à-dire celui sur ΓΔ est à celui sur ΓΒ, comme ΔΕ est à ΔΖ ; d'autre part, le rectangle ΠΓ,ΓΑ, c'est-à-dire le rectangle ΠΓ,ΓΒ, est égal au carré sur ΓΔ ; le rectangle ΠΓ,ΓΒ est donc aussi au carré sur ΓΒ, c'est-à-dire le rectangle ΠΣ,ΣΟ est au carré sur ΟΣ, comme ΕΔ est à ΔΖ, c'est-à-dire comme ΕΘ est à ΘΛ, c'est-à-dire comme le rectangle ΕΘ,ΘΔ est au rectangle ΔΘ,ΘΛ[131] ; d'autre part, le rectangle ΕΘ,ΘΔ est égal au rectangle ΠΣ,ΣΟ ; le rectangle ΔΘ,ΘΛ est donc aussi égal au carré sur ΟΣ, c'est-à-dire au carré sur ΗΘ.

Le carré sur ΗΘ est donc équivalent à l'aire ΔΛ appliquée à ΔΖ et déficiente d'une figure ΖΛ semblable au rectangle ΕΔ,ΔΖ.

Je dis maintenant que, de plus, la droite ΗΘ, prolongée jusqu'à l'autre côté de la section, sera coupée en deux parties égales par ΔΕ.

Qu'elle soit prolongée et qu'elle rencontre la section en un point Φ ; que soient menées, par Φ, une parallèle ΦΧ à ΗΞ et, par Χ, une parallèle ΧΨ à ΑΝ.

[128] *Éléments*, I.43.

[129] Ici, la préposition μετά a un sens sommatif, c'est-à-dire qu'elle exprime la somme des aires des deux figures. M. F.

[130] *Éléments*, II.5.

[131] Voir Note complémentaire [53].

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΞ τῇ ΦΧ, ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΞ τῷ ἀπὸ τῆς ΦΧ· ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΗΞ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΞΟ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΦΧ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΧΨ· <τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΞΟ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΧΨ·> ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΟΞ πρὸς τὴν ΧΨ, οὕτως ἡ ΧΑ πρὸς ΑΞ· καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΟΞ πρὸς τὴν ΨΧ, οὕτως ἡ ΞΒ πρὸς ΒΧ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΧΑ πρὸς ΑΞ, οὕτως ἡ ΞΒ πρὸς ΒΧ.

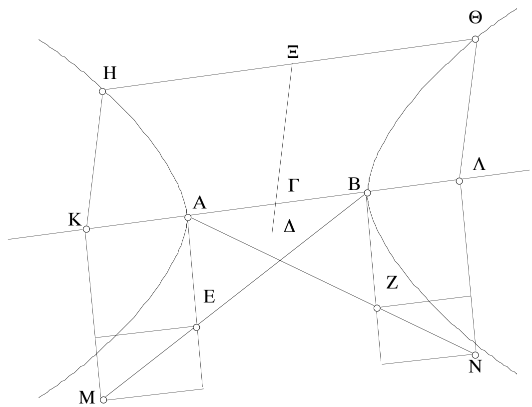
Καὶ διελόντι ὡς ἡ ΧΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως ἡ ΧΞ πρὸς ΧΒ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΞ τῇ ΧΒ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΞΓ τῇ ΓΧ ἐστιν ἴση, ὥστε καὶ ἡ ΗΘ τῇ ΘΦ.

Ἡ ἄρα ΘΗ ἐκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς ΔΕ.

– ιϛʹ – Ἐὰν διὰ τῆς διχοτομίας τῆς πλαγίας πλευρᾶς τῶν ἀντικειμένων ἀχθῇ τις εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων συζυγὴς τῇ προϋπαρχούσῃ διαμέτρῳ.

Ἔστωσαν ἀντικείμεναι ὧν διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Γ, καὶ διὰ τοῦ Γ ἤχθω παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἡ ΓΔ.

Λέγω ὅτι διάμετρός ἐστιν ἡ ΓΔ συζυγὴς τῇ ΑΒ.



3-4 alt. τὸ — ΑΧΨ add. Decorps-F. sec. Ar. (jam Mont.) || 5 ΧΨ V : ΨΧ edd. || 12 ΔΕ Ψ Ar. : ΔΘ V || 13 ιϛʹ Ψ : om. V || 14 παρὰ τεταγμένως] παρατεταγμένως V ut semper || κατηγμένην Savil. : -μένη V.

Puisque ΗΞ est égale à ΦΧ, alors le carré sur ΗΞ est aussi égal à celui sur ΦΧ. Mais le carré sur ΗΞ est égal au rectangle ΑΞ,ΞΟ et celui sur ΦΧ l'est au rectangle ΑΧ,ΧΨ ; <le rectangle ΑΞ,ΞΟ est donc égal au rectangle ΑΧ,ΧΨ ;> proportionnellement, ΧΑ est donc à ΑΞ comme ΟΞ est à ΧΨ ; d'autre part, ΞΒ est à ΒΧ comme ΟΞ est à ΨΧ ; ΞΒ est donc aussi à ΒΧ comme ΧΑ est à ΑΞ.

Par division, ΧΞ est à ΧΒ comme ΧΞ est à ΞΑ ; ΑΞ est donc égale à ΧΒ ; or ΑΓ est aussi égale à ΓΒ ; la droite restante ΞΓ est donc aussi égale à ΓΧ, de sorte que ΗΘ est aussi égale à ΘΦ.

La droite ΘΗ, prolongée jusqu'à l'autre côté de la section, est donc coupée en deux parties égales par ΔΕ.

– 16 – *Si, par le milieu du côté transverse d'opposées, est menée une certaine droite parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée, cette parallèle sera le diamètre des sections opposées conjugué au diamètre précédent.*

Soient des opposées, de diamètre ΑΒ ; que ΑΒ soit coupée en deux parties égales en un point Γ, et que, par Γ, soit menée une parallèle ΓΔ à une droite abaissée de manière ordonnée.

Je dis que ΓΔ est le diamètre conjugué au diamètre ΑΒ.

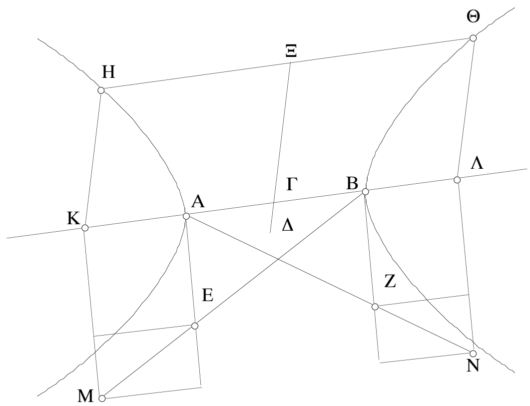


Fig. 16

Ἔστωσαν γὰρ παρ᾽ ἃς δύνανται αἱ καταγόμεναι αἱ ΑΕ, ΒΖ [εὐθεῖαι], καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΑΖ, ΒΕ ἐκβεβλήσθωσαν· καὶ εἰλήφθω τι ἐπὶ τῆς ἑτέρας τῶν τομῶν τυχὸν σημεῖον τὸ Η, καὶ διὰ μὲν τοῦ Η τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ, ἀπὸ δὲ τῶν Η, Θ κατήχθωσαν τεταγμένως αἱ ΗΚ, ΘΛ, διὰ δὲ τῶν Κ, Λ ταῖς ΑΕ, ΒΖ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΚΜ, ΛΝ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΗΚ τῇ ΘΛ, ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΚ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΛ· ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΗΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν <ΑΚΜ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΘΛ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν> ΒΛΝ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΚΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΛΝ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΒΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΒΑ· ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΑΕ πρὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΜΚ πρὸς ΚΒ, ὡς δὲ ἡ ΖΒ πρὸς ΒΑ, οὕτως ἡ ΝΛ πρὸς ΛΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΜΚ πρὸς ΚΒ, οὕτως ἡ ΝΛ πρὸς τὴν ΛΑ· ἀλλ᾽ ὡς <μὲν> ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΚΒ, τῆς ΚΑ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ ΜΚΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΚΑ, ὡς δὲ ἡ ΝΛ πρὸς ΛΑ, τῆς ΒΛ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ ΝΛΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΛΒ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΜΚΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΚΑ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΝΛΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΛΒ.

Καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ ΜΚΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΛΒ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΒΚΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΛΒ· καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ὑπὸ ΜΚΑ τῷ ὑπὸ ΝΛΒ· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ ΒΚΑ τῷ ὑπὸ ΑΛΒ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΚ τῇ ΛΒ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΚΓ ὅλῃ τῇ ΓΛ ἴση ἐστίν, ὥστε καὶ ἡ ΗΞ τῇ ΞΘ· ἡ ΗΘ ἄρα δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΞΓΔ. Καὶ ἔστι παράλληλος τῇ ΑΒ.

Διάμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΞΓΔ συζυγὴς τῇ ΑΒ.

Ὅροι δεύτεροι

Τῆς ὑπερβολῆς καὶ τῆς ἐλλείψεως [ἑκατέρας] ἡ διχοτομία τῆς διαμέτρου κέντρον τῆς τομῆς καλείσθω, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν τομὴν προσπίπτουσα ἐκ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς.

TEST. : 21-22 ἴσον — ΛΒ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 224, 2-3). — 27-29 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 6, 17-21).

2 εὐθεῖαι del. Federspiel[3] ‖ 8 ἴσον Ψ : om. V ‖ 8-9 ΑΚΜ — τῶν add. edd. (vide Ar.) ‖ 14 μὲν add. Decorps-F. ‖ 26 ὅροι β′ V ‖ ἑκατέρας del. Federspiel[1] ‖ 28 διαμέτρου V : an πλαγίας πλευρᾶς ? vide adn.

Soient des droites AE et BZ auxquelles s'appliquent les aires équivalentes aux carrés sur les droites abaissées ; que soient menées des droites de jonction AZ et BE et qu'elles soient prolongées ; que soit pris, sur l'une des deux sections, un point quelconque H ; que, par H, soit menée une parallèle HΘ à AB ; que, de H et de Θ, soient abaissées des droites HK et ΘΛ de manière ordonnée, et que, par K et Λ, soient menées des parallèles KM à AE et ΛN à BZ.

Dès lors, puisque HK est égale à ΘΛ, alors le carré sur HK est aussi égal à celui sur ΘΛ. Mais le carré sur HK est égal au rectangle <AK,KM et le carré sur ΘΛ l'est au rectangle> BΛ,ΛN ; le rectangle AK,KM est donc égal au rectangle BΛ,ΛN.

Puisque AE est égale à BZ, alors BZ est à BA comme AE est à AB. Mais MK est à KB comme AE est à AB, et NΛ est à ΛA comme ZB est à BA ; NA est donc aussi à ΛA comme MK est à KB. Mais, si la droite KA est prise comme hauteur commune, le rectangle MK,KA est au rectangle BK,KA comme MK est à KB, et si la droite BΛ est prise comme hauteur commune, le rectangle NΛ,ΛB est au rectangle AΛ,ΛB comme NΛ est à ΛA ; le rectangle NΛ,ΛB est donc aussi au rectangle AΛ,ΛB comme le rectangle MK,KA est au rectangle BK,KA.

Par permutation, le rectangle BK,KA est au rectangle AΛ,ΛB comme le rectangle MK,KA est au rectangle NΛ,ΛB ; d'autre part, le rectangle MK,KA est égal au rectangle NΛ,ΛB ; le rectangle BK,KA est donc aussi égal au rectangle AΛ,ΛB ; AK est donc égale à ΛB[132] ; or AΓ est aussi égale à ΓB ; la droite entière KΓ est donc aussi égale à la droite entière ΓΛ, de sorte que HΞ est aussi égale à ΞΘ ; la droite HΘ est donc coupée en deux parties égales par la droite ΞΓΔ ; d'autre part, elle est parallèle à AB.

La droite ΞΓΔ est donc aussi le diamètre conjugué au diamètre AB.

SECONDES DEFINITIONS[133]

1. Appelons *centre* de la section le milieu du diamètre de l'hyperbole[134] et de l'ellipse, et *droite menée du centre*[135] de la section une droite menée du centre et qui rencontre la section.

[132] Cette égalité fait l'objet d'un *lemme* chez Eutocius (éd. Heiberg, p. 224, 2-7).

[133] Voir Note complémentaire [54].

[134] Voir Note complémentaire [55].

[135] Traduction littérale. On pourra consulter mon article « Sur l'expression linguistique du rayon dans les mathématiques grecques ». M. F.

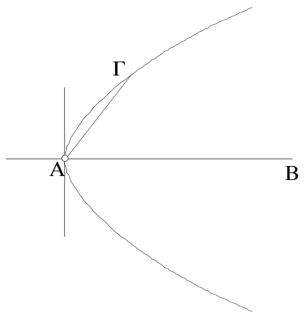
Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἀντικειμένων ἡ διχοτομία τῆς πλαγίας πλευρᾶς κέντρον καλείσθω.

Ἡ δὲ διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη παρὰ τεταγμένως κατηγμένην μέσον τε λόγον ἔχουσα τῶν τοῦ εἴδους πλευρῶν καὶ δίχα τεμνομένη ὑπὸ τοῦ κέντρου δευτέρα διάμετρος καλείσθω.

– ιζ′ – Ἐὰν ἐν κώνου τομῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς γραμμῆς ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

Ἔστω κώνου τομὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ.

Λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς, τουτέστι τοῦ Α σημείου, παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.



Εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς ἡ ΑΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἐπὶ κώνου τομῆς εἴληπται τυχὸν σημεῖον τὸ Γ, ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐντὸς τῆς τομῆς ἀγομένη παρὰ τεταγμένως κατηγμένην συμβαλεῖ τῇ ΑΒ διαμέτρῳ καὶ δίχα τμηθήσεται ὑπ' αὐτῆς. Ἡ ΑΓ ἄρα ἐκβαλλομένη δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ΑΒ, ὅπερ ἄτοπον· ἐκβαλλομένη γὰρ ἡ ΑΓ ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς.

TEST. : 3-5 cf. SEREN., *ibid.* (ed. Heiberg 6, 22-24).

1 ἀντικειμένων c v Ψ : ἀντιτικειμένων V ‖ 3 διὰ SEREN. (V) : ἀπὸ V ‖ 6 ιζ′ Ψ : om. V. ‖ 12 ἐπὶ κώνου τομῆς Federspiel[1] : ἐν κώνου τομῇ (lege τομῇ) V.

2. De même, appelons *centre* de sections opposées le milieu du côté transverse.

3. [136] Appelons *second diamètre* la droite menée par le centre, parallèle à une droite abaissée de manière ordonnée, moyenne proportionnelle des côtés de la figure et coupée en deux parties égales par le centre.

– 17 – *Si, dans une section de cône, est menée du sommet de la ligne une parallèle à une droite abaissée de manière ordonnée, elle tombera à l'extérieur de la section.*

Soit une section de cône, de diamètre ΑΒ.

Je dis que la droite menée du sommet, c'est-à-dire du point Α, parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée, tombera à l'extérieur de la section.

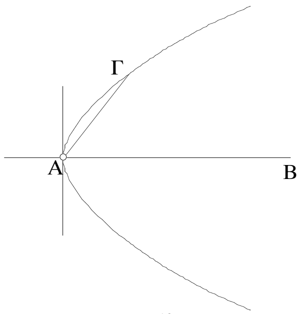


Fig. 17[137]

Qu'elle tombe à l'intérieur de la section comme une droite ΑΓ, si c'est possible.

Dès lors, puisque, sur une section de cône, est pris un point quelconque Γ, alors la droite menée du point Γ à l'intérieur de la section parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée rencontrera le diamètre ΑΒ et sera coupée par lui en deux parties égales. Si donc ΑΓ est prolongée, elle sera coupée en deux parties égales par ΑΒ[138], ce qui est absurde, puisque le prolongement de ΑΓ tombe à l'extérieur de la section.

[136] Voir Note complémentaire [56].

[137] La tangente menée de Α n'est pas représentée dans la figure de **V**.

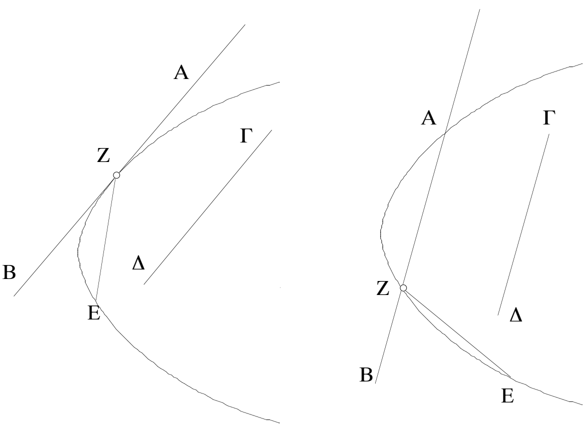
[138] Prop. 7.

Οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Α σημείου παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς γραμμῆς· ἐκτὸς ἄρα πεσεῖται· διόπερ ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

– ιη΄ – Ἐὰν κώνου τομῇ εὐθεῖα συμπίπτουσα ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς τομῆς, ληφθῇ δέ τι σημεῖον ἐντὸς τῆς τομῆς, καὶ δι᾽ αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῇ τῇ συμπιπτούσῃ, ἡ ἀχθεῖσα ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

Ἔστω κώνου τομὴ καὶ συμπίπτουσα αὐτῇ εὐθεῖα ἡ ΑΖΒ, καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τῆς τομῆς τὸ Γ, καὶ διὰ τοῦ Γ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΔ.

Λέγω ὅτι ἡ ΓΔ ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.



Εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ.

4 ιη΄ Ψ : om. V ‖ 8 εὐθεῖα huc transp. Federspiel[1] : post ΑΖΒ habet V.

La droite menée du point A parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée ne tombera donc pas à l'intérieur de la ligne ; elle tombera donc à l'extérieur, ce qui fait qu'elle est tangente à la section.

– 18 – *Si une droite rencontre une section de cône*[139]*, que son prolongement de part et d'autre tombe à l'extérieur de la section, qu'un certain point est pris à l'intérieur de la section, et que, par ce point, est menée une parallèle à la droite qui rencontre la section, le prolongement de part et d'autre de cette parallèle rencontrera la section.*

Soient une section de cône et une droite ΑΖΒ qui la rencontre ; que le prolongement de ΑΖΒ de part et d'autre tombe à l'extérieur de la section ; que soit pris un certain point Γ à l'intérieur de la section, et que, par Γ, soit menée une parallèle ΓΔ à ΑΒ.

Je dis que le prolongement de ΓΔ de part et d'autre rencontrera la section.

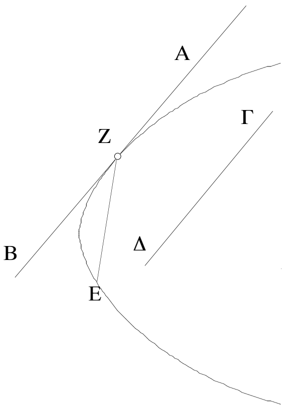


Fig. 18.1

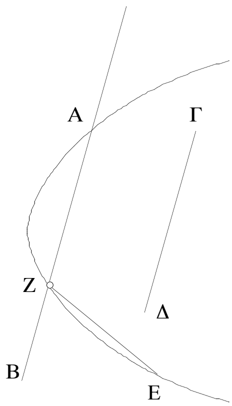


Fig. 18.2

Que soit pris un certain point Ε sur la section, et que soit menée une droite de jonction ΕΖ.

[139] Voir Note complémentaire [57].

Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ τῇ ΑΒ συμπίπτει τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ, καὶ ἡ ΓΔ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ ΕΖ· καὶ εἰ μὲν μεταξὺ τῶν Ε, Ζ, φανερὸν ὅτι καὶ τῇ τομῇ συμπίπτει· ἐὰν δὲ ἐκτὸς τοῦ Ε σημείου, πρότερον τῇ τομῇ συμπεσεῖται· ἡ ἄρα ΓΔ ἐκβαλλομένη ὡς ἐπὶ τὰ Δ, Ε μέρη συμπίπτει τῇ τομῇ.

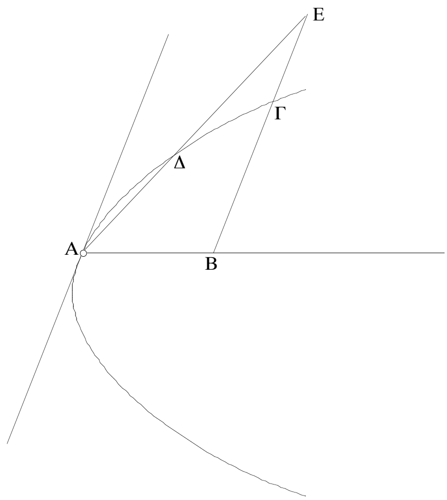
Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ὡς ἐπὶ τὰ Ζ, Α ἐκβαλλομένη συμπίπτει.

Ἡ ΓΔ ἄρα ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

– ιθʹ – Ἐν πάσῃ κώνου τομῇ, ἥτις ἂν ἀπὸ τῆς διαμέτρου παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀχθῇ, συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

Ἔστω κώνου τομὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς διαμέτρου τὸ Β, καὶ διὰ τοῦ Β παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἤχθω ἡ ΒΓ.

Λέγω ὅτι ἡ ΒΓ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.



Εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Δ· ἔστι δὲ καὶ τὸ Α ἐπὶ τῆς τομῆς· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Δ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

5 Δ, Ε V Ar. : Δ Ψ ‖ 6 Ζ, Α Decorps-F. sec. Ar. : Ζ, Β V Γ μέρη Ψ ‖ 7 συμπίπτει Ψ : ἐμπίπτει V ‖ 9 ιθʹ Ψ : om.V.

Puisque ΑΒ est parallèle à ΓΔ, et qu'une certaine droite ΕΖ rencontre ΑΒ, alors le prolongement de ΓΔ rencontrera aussi ΕΖ ; s'il la rencontre entre les points Ε et Ζ, il est évident qu'il rencontre aussi la section ; s'il la rencontre au-delà du point Ε, il rencontrera d'abord la section ; le prolongement de ΓΔ du côté de Δ, Ε rencontre donc la section.

On démontrera pareillement que son prolongement du côté de Ζ, Α rencontre aussi la section.

Le prolongement de ΓΔ de part et d'autre rencontrera donc la section.

– 19 – *Dans toute section de cône, une droite menée du diamètre parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée rencontrera la section.*

Soit une section de cône, de diamètre ΑΒ ; que soit pris un certain point Β sur le diamètre, et que, par Β, soit menée une parallèle ΒΓ à une droite abaissée de manière ordonnée.

Je dis que le prolongement de ΒΓ rencontrera la section.

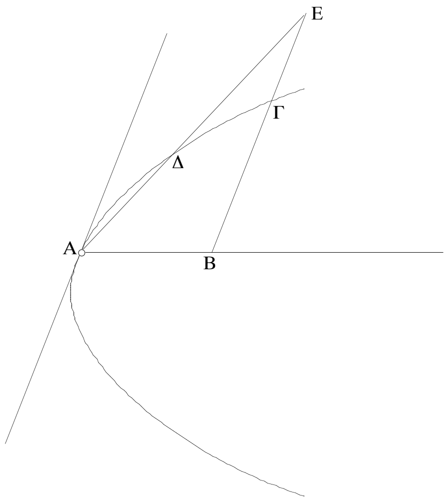


Fig. 19

Que soit pris un certain point Δ sur la section ; or Α est aussi sur la section. La droite de jonction menée de Α jusqu'en Δ tombera donc à l'intérieur de la section.

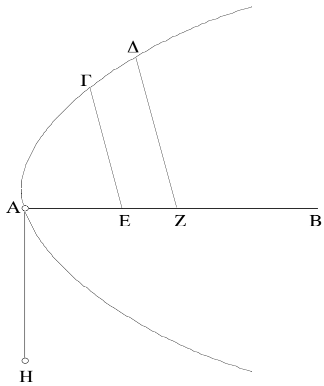
Καὶ ἐπεὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Α παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, καὶ συμπίπτει αὐτῇ ἡ ΑΔ, καὶ ἔστι τῇ κατηγμένῃ παράλληλος ἡ ΒΓ, καὶ ἡ ΒΓ ἄρα συμπεσεῖται τῇ ΑΔ· καὶ εἰ μὲν μεταξὺ τῶν Α, Δ σημείων, φανερὸν ὅτι καὶ τῇ τομῇ συμπεσεῖται· εἰ δὲ ἐκτὸς τοῦ Δ ὡς κατὰ τὸ Ε, πρότερον τῇ τομῇ συμπεσεῖται.

Ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Β παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

– κʹ – Ἐὰν ἐν παραβολῇ ἀπὸ τῆς τομῆς καταχθῶσι δύο εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, ἔσται ὡς τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως αἱ ἀποτεμνόμεναι ὑπ᾽ αὐτῶν ἀπὸ τῆς διάμετρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς.

Ἔστω παραβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ εἰλήφθω τινὰ σημεῖα ἐπ᾽ αὐτῆς τὰ Γ, Δ, καὶ ἀπὸ τῶν Γ, Δ τεταγμένως κατήχθωσαν ἐπὶ τὴν ΑΒ αἱ ΓΕ, ΔΖ.

Λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ.



Ἔστω γὰρ παρ᾽ ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι ἡ ΑΗ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΔΖ τῷ ὑπὸ ΖΑΗ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΕ τῷ ὑπὸ τῶν ΕΑΗ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΖΑΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΑΗ. Ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΖΑΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΑΗ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ.

Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ.

9 κʹ Ψ : om. V ‖ 19-20 alt. τῷ — ΓΕ Ψ : iter. V.

Puisqu'une droite menée de A parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée tombe à l'extérieur de la section, qu'une droite AΔ la rencontre et que BΓ est parallèle à la droite abaissée, alors BΓ rencontrera aussi AΔ ; si elle la rencontre entre les points A et Δ, il est évident qu'elle rencontrera aussi la section ; si elle la rencontre au-delà de Δ en un point E, elle rencontrera d'abord la section.

La droite menée de B parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée rencontrera donc la section.

– 20[140] – *Si, dans une parabole, sont abaissées de la section sur le diamètre deux droites de manière ordonnée, les droites découpées sur le diamètre du côté du sommet de la section par les droites abaissées seront entre elles comme les carrés des droites abaissées sont entre eux.*

Soit une parabole, de diamètre AB ; que, sur la parabole, soient pris certains points Γ et Δ, et que, de ces points, des droites ΓE et ΔZ soient abaissées sur le diamètre AB de manière ordonnée.

Je dis que ZA est à AE comme le carré sur ΔZ est à celui sur ΓE.

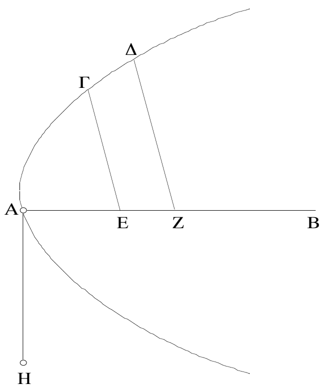


Fig. 20

Soit une droite AH à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées de manière ordonnée ; le carré sur ΔZ est donc égal au rectangle ZA,AH et celui sur ΓE l'est au rectangle EA,AH ; le rectangle ZA,AH est donc au rectangle EA,AH comme le carré sur ΔZ est à celui sur ΓE . Or ZA est à AE comme le rectangle ZA,AH est au rectangle EA,AH.

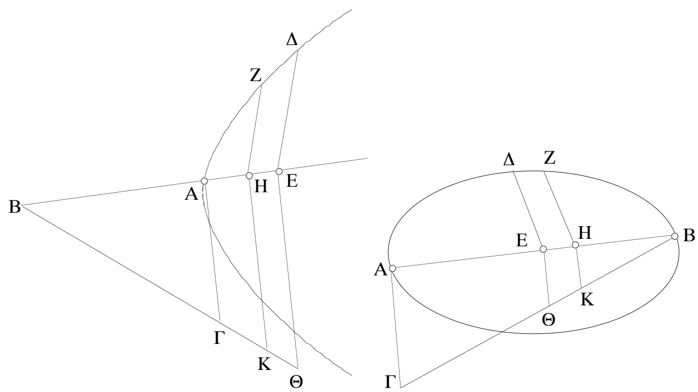
ZA est donc aussi à AE comme le carré sur ΔZ est à celui sur ΓE.

[140] Voir Note complémentaire [58].

– κα′ – Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερείᾳ εὐθεῖαι ἀχθῶσι τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, ἔσται τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν τετράγωνα πρὸς μὲν τὰ περιέχομενα χωρία ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων ὑπ᾽ αὐτῶν πρὸς τοῖς πέρασι τῆς πλαγίας πλευρᾶς τοῦ εἴδους ὡς τοῦ εἴδους ἡ ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν, πρὸς ἄλληλα δὲ ὡς τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν, ὡς εἴρηται, ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν.

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος μὲν ἡ ΑΒ, παρ᾽ ἣν δὲ δύνανται αἱ καταγόμεναι ἡ ΑΓ· καὶ κατήχθωσαν ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως αἱ ΔΕ, ΖΗ.

Λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗΒ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΑΒ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ.



Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΒΓ [διορίζουσα τὸ εἶδος], καὶ διὰ τῶν Ε, Η τῇ ΑΓ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΕΘ, ΗΚ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΖΗ τῷ ὑπὸ ΚΗΑ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΕ τῷ ὑπὸ ΘΕΑ.

TEST. : 1-7 cf. SEREN., *De sect. cyl.* (ed. Heiberg 56, 8-14).

1 κα′ Ψ : om. V ‖ alt. ἢ Ψ : ἡ V ‖ περιφερείᾳ Ψ : περιφέρεια V ‖ 3 ἀπολαμβανομένων Ψ : ὑπο- V ‖ 8 pr. ἢ Ψ : ἡ V ‖ alt. ἢ Ψ : ἡ V ‖ 9 μὲν V[1sl] : om. V ‖ 14 ΒΓ Ψ Ar. : ΗΒΓ V ‖ διορίζουσα τὸ εἶδος del. Decorps-F. vide adn. ‖ 16 ΚΗΑ Ψ Ar. : ΚΑΗ V.

– 21 – *Si, dans une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, des droites sont menées jusqu'au diamètre de manière ordonnée, leur carré sera à l'aire comprise par les droites qu'elles découpent du côté des extrémités du côté transverse de la figure comme le côté droit de la figure est au côté transverse ; d'autre part, ces carrés seront entre eux comme le sont entre elles les aires comprises par les droites découpées dont on a parlé*[141].

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, ayant un diamètre AB et une droite AΓ à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées, et que des droites ΔE et ZH soient abaissées sur le diamètre de manière ordonnée.

Je dis que AΓ est à AB comme le carré sur ZH est au rectangle AH,HB, et que le rectangle AH,HB est au rectangle AE,EB comme le carré sur ZH est à celui sur ΔE.

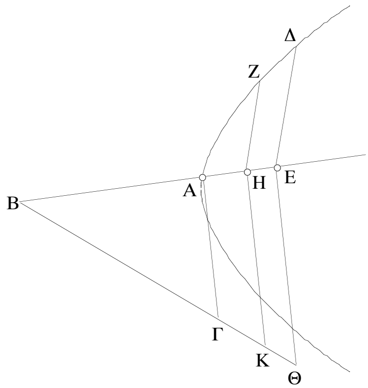


Fig. 21.1

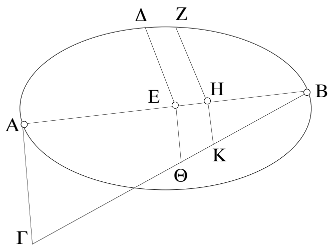


Fig. 21.2

Que soit menée une droite de jonction BΓ [coupant la figure en deux parties égales][142], et que, par E et H, soient menées des parallèles EΘ et HK à AΓ ; le carré sur ZH est donc égal au rectangle KH,HA, et le carré sur ΔE l'est au rectangle ΘE,EA.

[141] Cette incise (ὡς εἴρηται) est également chez Sérénus (prop. 19) et exactement à la même place (éd. Heiberg, p. 56, 14).

[142] L'intention de l'interpolateur est de bien repérer la diagonale de l'*eidos*, le rectangle qui a pour côtés le *côté transverse* et le *côté droit*. Il faut rappeler ici que les relations des propositions 20 et 21 appartiennent à la théorie des coniques préapollonienne et que les deux propositions sont parmi les plus utilisées et les plus citées. Il y avait donc autour d'elles une tradition d'école.

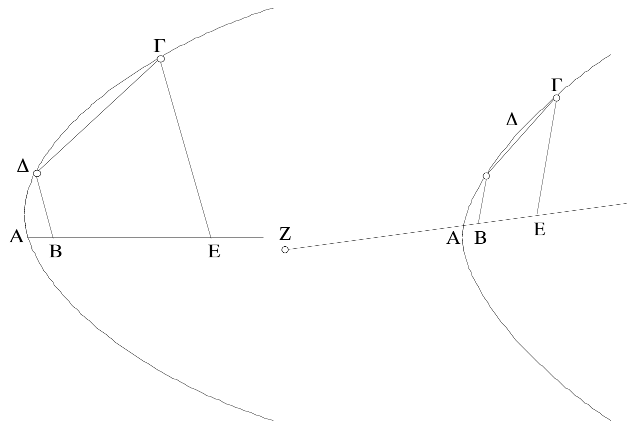
Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΚΗ πρὸς ΗΒ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, ὡς δὲ ἡ ΚΗ πρὸς ΗΒ, τῆς ΑΗ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ ΚΗΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΗΑ, ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΚΗΑ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΖΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΗΑ. Διὰ τὰ αὐτὰ δή ἐστι καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΑ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΗΑ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΑ.

Ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΒΗΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΑ.

– κβʹ – Ἐὰν παραβολὴν ἢ ὑπερβολὴν εὐθεῖα τέμνῃ κατὰ δύο σημεῖα μὴ συμπίπτουσα τῇ διαμέτρῳ ἐντός, ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς ἐκτὸς τῆς τομῆς.

Ἔστω παραβολὴ ἢ ὑπερβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ τεμνέτω τις εὐθεῖα τὴν τομὴν κατὰ δύο σημεῖα τὰ Γ, Δ.

Λέγω ὅτι ἡ ΓΔ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἐκτὸς τῆς τομῆς τῇ ΑΒ.



Κατήχθωσαν ἀπὸ τῶν Γ, Δ τεταγμένως αἱ ΓΕ, ΔΒ.

4 τὰ Ψ : om. V ‖ 5 ἡ Ψ : om. V in extr. lin. ‖ 7 ἄρα Ψ : om. V ‖ 8 ΒΕΑ] ΒΕ,ΕΑ V ‖ 9 κβʹ Ψ : om. V.

Puisque ΓA est à AB comme KH est à HB, et que, si AH est prise comme hauteur commune, le rectangle KH,HA est au rectangle BH,HA comme KH est à HB, alors le rectangle KH,HA, c'est-à-dire le carré sur ZH, est au rectangle BH,HA comme ΓA est à AB. – Pour les mêmes raisons, ΓA est aussi à AB comme le carré sur ΔE est au rectangle BE,EA ; le carré sur ΔE est donc aussi au rectangle BE,EA comme le carré sur ZH est au rectangle BH,HA.

Par permutation, le rectangle BH,HA est donc au rectangle BE,EA comme le carré sur ZH est à celui sur ΔE.

– 22 – *Si une droite coupe une parabole ou une hyperbole en deux points sans rencontrer le diamètre à l'intérieur de la section, son prolongement rencontrera le diamètre de la section à l'extérieur de celle-ci.*

Soit une parabole ou une hyperbole, de diamètre AB, et qu'une certaine droite coupe la section en deux points Γ et Δ.

Je dis que le prolongement de ΓΔ rencontrera AB à l'extérieur de la section.

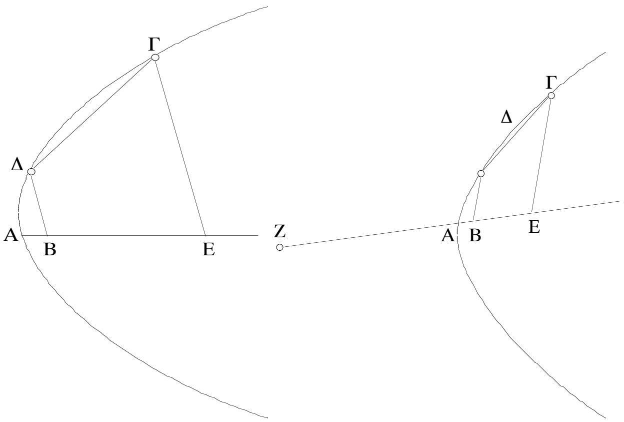


Fig. 22.1 Fig. 22.2

Que, de Γ et de Δ, des droites ΓE et ΔB soient abaissées de manière ordonnée.

Que la section soit d'abord une parabole.

Ἔστω δὲ πρῶτον ἡ τομὴ παραβολή.

Ἐπεὶ οὖν ἐν τῇ παραβολῇ ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ, μείζων δὲ ἡ ΑΕ τῆς ΑΒ, μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ, ὥστε καὶ ἡ ΓΕ τῆς ΔΒ μείζων ἐστίν· καί εἰσι παράλληλοι· ἡ ΓΔ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ ΑΒ διαμέτρῳ ἐκτὸς τῆς τομῆς.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὑπερβολή.

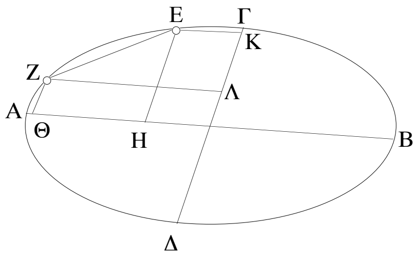
Ἐπεὶ οὖν ἐν τῇ ὑπερβολῇ ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΖΕΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΒΑ, μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ ΖΕΑ τοῦ ὑπὸ ΖΒΑ, μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΓΕ τῆς ΔΒ. Καί εἰσι παράλληλοι.

Ἡ ΓΔ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς ἐκτὸς τῆς τομῆς.

– κγʹ – Ἐὰν ἔλλειψιν εὐθεῖα τέμνῃ μεταξὺ κειμένη τῶν δύο διαμέτρων, ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἑκατέρᾳ τῶν διαμέτρων ἐκτὸς τῆς τομῆς.

Ἔστω ἔλλειψις ἧς διάμετροι αἱ ΑΒ, ΓΔ· καὶ τεμνέτω τις εὐθεῖα τὴν τομὴν ἡ ΕΖ μεταξὺ κειμένη τῶν ΑΒ, ΓΔ διαμέτρων.

Λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἑκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΓΔ ἐκτὸς τῆς τομῆς.



3 ΑΕ Canon. : ΕΑ Ψ Ar. ΑΒ V || 4 ΔΒ Ψ Ar. : ΑΒ V || 5 ἄρα Ψ : om. V || 9-10 μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ ΖΕΑ — ΖΒΑ Ψ Ar. : om. V || 10-11 μείζων — ΔΒ Ψ Ar. : om. V || 14 κγʹ Ψ : om. V || 17 αἱ Ψ : om. V.

Dès lors, puisque, dans la parabole, ΕΑ est à ΑΒ comme le carré sur ΓΕ est à celui sur ΔΒ, et que ΑΕ est plus grande que ΑΒ, alors le carré sur ΓΕ est aussi plus grand que celui sur ΔΒ, de sorte que ΓΕ est aussi plus grande que ΔΒ ; d'autre part, ces droites sont parallèles ; le prolongement de ΓΔ rencontrera donc le diamètre ΑΒ de la section à l'extérieur de celle-ci.

Que la section soit maintenant une hyperbole.

Dès lors, puisque, dans l'hyperbole, le rectangle ΖΕ,ΕΑ est au rectangle ΖΒ,ΒΑ comme le carré sur ΓΕ est à celui sur ΒΔ, et que le rectangle ΖΕ,ΕΑ est plus grand que le rectangle ΖΒ,ΒΑ, alors le carré sur ΓΕ est aussi plus grand que celui sur ΔΒ ; ΓΕ est donc aussi plus grande que ΔΒ. D'autre part, ces droites sont parallèles.

Le prolongement de ΓΔ rencontrera donc le diamètre de la section à l'extérieur de celle-ci.

– 23 – *Si une droite placée entre les deux diamètres*[143] *d'une ellipse la coupe, son prolongement rencontrera chacun des deux diamètres à l'extérieur de la section.*

Soit une ellipse, de diamètres ΑΒ et ΓΔ, et qu'une certaine droite ΕΖ placée entre les diamètres ΑΒ et ΓΔ coupe la section.

Je dis que le prolongement de ΕΖ rencontrera chacun des diamètres ΑΒ et ΓΔ à l'extérieur de la section.

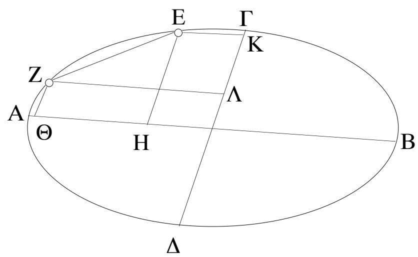


Fig. 23

[143] Voir Note complémentaire [59].

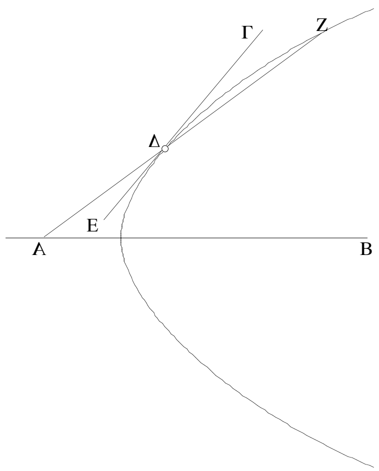
Κατήχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Ε, Ζ τεταγμένως ἐπὶ μὲν τὴν ΑΒ αἱ ΕΗ, ΖΘ, ἐπὶ δὲ τὴν ΔΓ αἱ ΕΚ, ΖΛ· ἔστιν ἄρα ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΒΗΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΑ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΖΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΚ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΔΛΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΚΓ· καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ ΒΗΑ μεῖζον τοῦ ὑπὸ ΒΘΑ· ἔγγιον γὰρ τὸ Η τῆς διχοτομίας· τὸ δὲ ὑπὸ ΔΛΓ μεῖζον τοῦ ὑπὸ ΔΚΓ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΗΕ τοῦ ἀπὸ ΖΘ, τὸ δὲ ἀπὸ ΖΛ τοῦ ἀπὸ ΕΚ· μείζων ἄρα καὶ ἡ μὲν ΗΕ τῆς ΖΘ, ἡ δὲ ΖΛ τῆς ΕΚ. Καὶ ἔστι παράλληλος ἡ μὲν ΗΕ τῇ ΖΘ, ἡ δὲ ΖΛ τῇ ΕΚ.

Ἡ ΕΖ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἑκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΓΔ διαμέτρων ἐκτὸς τῆς τομῆς.

– κδʹ – Ἐὰν παραβολῇ ἢ ὑπερβολῇ εὐθεῖα καθ᾽ ἓν σημεῖον συμπίπτουσα ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς τομῆς, συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ.

Ἔστω παραβολὴ ἢ ὑπερβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ συμπιπτέτω αὐτῇ εὐθεῖα ἡ ΓΔΕ κατὰ τὸ Δ καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς.

Λέγω ὅτι συμπεσεῖται τῇ ΑΒ διαμέτρῳ.



2 pr. ΕΗ Ψ Ar. : ΗΕ V ‖ ΖΛ Ψ Ar. : ΖΝ V ‖ 6 pr. μεῖζον Ψ : om. V ‖ post ΔΚΓ add. μεῖζον Mont. edd. ‖ 12 κδʹ Ψ : om. V ‖ παραβολῇ Ψ : παραβολὴ V ‖ ὑπερβολῇ Ψ : ὑπερβολὴ V.

Que, de Ε et Ζ, soient abaissées des droites ΕΗ et ΖΘ sur le diamètre ΑΒ de manière ordonnée, et des droites ΕΚ et ΖΛ sur le diamètre ΔΓ ; le rectangle ΒΗ,ΗΑ est donc au rectangle ΒΘ,ΘΑ comme le carré sur ΕΗ est à celui sur ΖΘ, et le rectangle ΔΛ,ΛΓ est au rectangle ΔΚ,ΚΓ comme le carré sur ΖΛ est à celui sur ΕΚ ; d'autre part, le rectangle ΒΗ,ΗΑ est plus grand que le rectangle ΒΘ,ΘΑ[144], car le point H est plus près du milieu, et le rectangle ΔΛ,ΛΓ est plus grand que le rectangle ΔΚ,ΚΓ ; le carré sur ΗΕ est donc aussi plus grand que celui sur ΖΘ, et celui sur ΖΛ plus grand que celui sur ΕΚ ; la droite ΗΕ est donc plus grande que la droite ΖΘ et la droite ΖΛ plus grande que la droite ΕΚ. D'autre part, ΗΕ est parallèle à ΖΘ, et ΖΛ est parallèle à ΕΚ.

Le prolongement de ΕΖ rencontrera donc chacun des diamètres ΑΒ et ΓΔ à l'extérieur de la section.

– 24 – *Si une droite rencontre une parabole ou une hyperbole en un seul point et que son prolongement de part et d'autre tombe à l'extérieur de la section, elle rencontrera le diamètre.*

Soit une parabole ou une hyperbole, de diamètre ΑΒ ; qu'une droite ΓΔΕ la rencontre en un point Δ, et que son prolongement de part et d'autre tombe à l'extérieur de la section.

Je dis qu'elle rencontrera le diamètre ΑΒ.

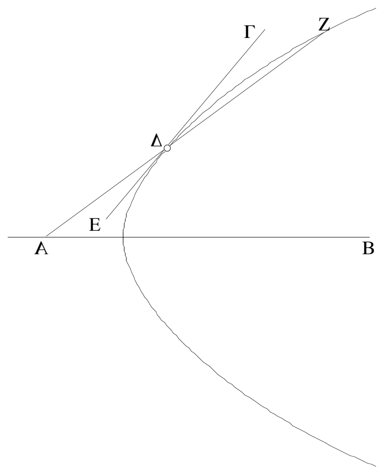


Fig. 24

[144] *Éléments*, II.5. Cette inégalité fait l'objet d'un *lemme* dans le commentaire d'Eutocius (éd. Heiberg, p. 234, 21-236, 2).

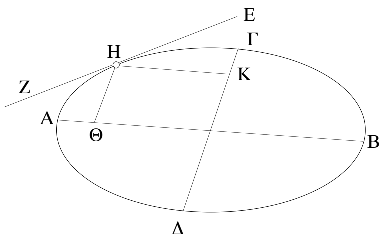
Εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΖ· ἡ ΔΖ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ <ἐκτὸς> τῆς τομῆς. Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Α. Καὶ ἔστι μεταξὺ τῆς τε τομῆς καὶ τῆς ΖΔΑ ἡ ΓΔΕ.

Καὶ ἡ ΓΔΕ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ ἐκτὸς τῆς τομῆς.

– κε´ – Ἐὰν ἐλλείψει εὐθεῖα συμπίπτουσα μεταξὺ τῶν δύο διαμέτρων ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς τομῆς, συμπεσεῖται ἑκατέρᾳ τῶν διαμέτρων.

Ἔστω ἔλλειψις ἧς διάμετροι αἱ ΑΒ, ΓΔ· καὶ ταύτῃ συμπιπτέτω τις εὐθεῖα μεταξὺ τῶν δύο διαμέτρων ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Η καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς.

Λέγω ὅτι ἡ ΕΖ συμπεσεῖται ἑκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΓΔ.



Κατήχθωσαν ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὰς ΑΒ, ΓΔ τεταγμένως αἱ ΗΘ, ΗΚ.

Ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΗΚ τῇ ΑΒ, συμπέπτωκε δέ τις τῇ ΗΚ ἡ ΗΖ, καὶ τῇ ΑΒ ἄρα συμπεσεῖται. Ὁμοίως δὴ καὶ τῇ ΓΔ συμπεσεῖται ἡ ΕΖ.

2 ἐκτὸς add. Mont. (vide Ar.) ‖ 4 ΖΔΑ V : ΔΑ Halley Ar. ‖ ΓΔΕ V : ΔΕ Halley Ar. ‖ 5 τῆς v Ψ : om. V in extr. lin. ‖ 7 κε´ Ψ : om. V ‖ 15 ΗΚ V[1] : ΘΚ V ‖ 16 post ἐπεὶ fort. addendum οὖν ‖ 17 ἡ Ψ : om. V.

Que soit pris un certain point Z sur la section[145], et que soit menée une droite de jonction ΔZ ; le prolongement de ΔZ rencontrera donc le diamètre <à l'extérieur> de la section[146] ; qu'il le rencontre en un point A. D'autre part, la droite ΓΔE est entre la section et la droite ZΔA.

Le prolongement de ΓΔE rencontrera donc aussi le diamètre à l'extérieur de la section.

– 25 – *Si une droite rencontre*[147] *une ellipse entre les deux diamètres et que son prolongement de part et d'autre tombe à l'extérieur de la section, elle rencontrera chacun des diamètres.*

Soit une ellipse, de diamètres AB et ΓΔ ; qu'une certaine droite EZ la rencontre entre les deux diamètres en un point H, et que son prolongement de part et d'autre tombe à l'extérieur de la section.

Je dis que EZ rencontrera chacun des diamètres AB et ΓΔ.

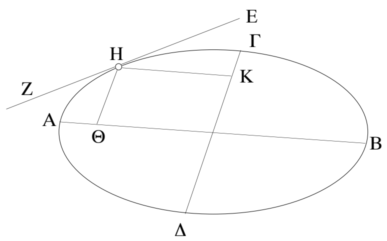


Fig. 25

Que des droites HΘ et HK soient abaissées de H sur les diamètres AB et ΓΔ de manière ordonnée.

Puisque HK est parallèle à AB, et qu'une certaine droite HZ a rencontré HK, alors HZ rencontrera aussi AB. La droite EZ rencontrera pareillement aussi la droite ΓΔ[148].

[145] On notera l'appel à la figure, puisque le point Z doit être pris du même côté du diamètre que Δ.

[146] Prop. 22.

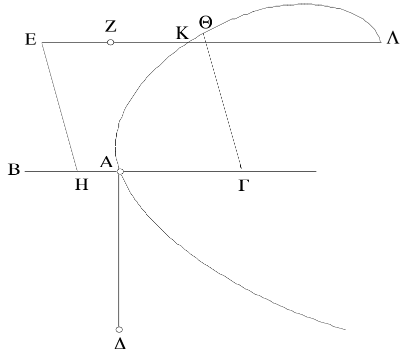
[147] Il manque ici la précision attendue « en un seul point » (καθ' ἓν σημεῖον) ; voir M. Federspiel, *REG*, 107, p. 210.

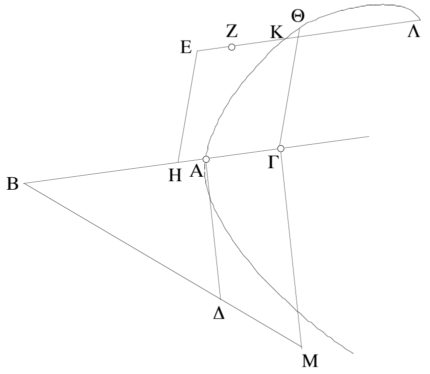
[148] Dans son commentaire de la proposition, Eutocius expose une variante de démonstration tirée de ses manuscrits, et construite sur la propriété démontrée en I.23 (éd. Heiberg, p. 236, 4-9).

– κϛʹ – Ἐὰν <ἐν> παραβολῇ ἢ ὑπερβολῇ εὐθεῖα ἀχθῇ παρὰ τὴν διάμετρον τῆς τομῆς, συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθʼ ἓν μόνον σημεῖον.

Ἔστω πρότερον παραβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒΓ, ὀρθία δὲ ἡ ΑΔ· καὶ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ.

Λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.





1 κϛʹ Ψ : om. V ‖ ἐν add. Savil. ‖ 3 pr. ἡ Ψ : om. V.

– 26 – *Si, dans une parabole ou une hyperbole, est menée une parallèle au diamètre de la section, elle rencontrera la section en un seul point.*

Soit d'abord une parabole, de diamètre ΑΒΓ et de côté droit ΑΔ, et que soit menée une parallèle ΕΖ à ΑΒ.

Je dis que le prolongement de ΕΖ rencontrera la section.

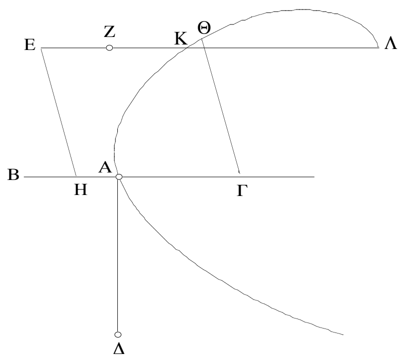


Fig. 26.1

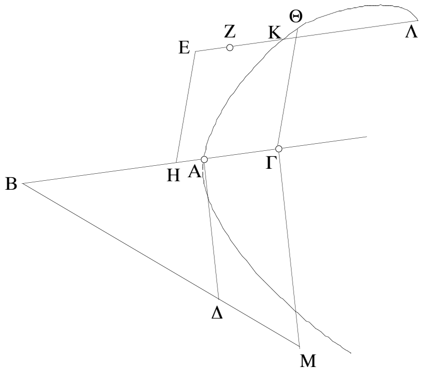


Fig. 26.2

Εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ΕΖ τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἤχθω ἡ ΕΗ· καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΕ μεῖζον ἔστω τὸ ὑπὸ ΔΑΓ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ ΓΘ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΘΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΑΓ· μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ ΔΑΓ τοῦ ἀπὸ ΕΗ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΘΓ τοῦ ἀπὸ ΕΗ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΘΓ τῆς ΕΗ· καί εἰσι παράλληλοι· ἡ ΕΖ ἄρα ἐκβαλλομένη τέμνει τὴν ΘΓ, ὥστε καὶ τῇ τομῇ συμπεσεῖται.

Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Κ.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ κατὰ <τὸ> ἓν μόνον σημεῖον τὸ Κ συμπεσεῖται.

Εἰ γὰρ δυνατόν, συμπιπτέτω καὶ κατὰ τὸ Λ.

Ἐπεὶ οὖν παραβολὴν εὐθεῖα τέμνει κατὰ δύο σημεῖα, ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς, ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ παράλληλος.

Ἡ ΕΖ ἄρα ἐκβαλλομένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον συμπίπτει τῇ τομῇ.

Ἔστω δὴ ἡ τομὴ ὑπερβολή, πλαγία δὲ τὸ εἴδους πλευρὰ ἡ ΑΒ, ὀρθία δὲ ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ καὶ ἐκβεβλήσθω. Τῶν αὐτῶν δὴ κατασκευασθέντων ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΑΔ παράλληλος ἡ ΓΜ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ ΜΓΑ μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΔΑΓ, καί ἐστι τῷ μὲν ὑπὸ ΜΓΑ ἴσον τὸ ἀπὸ ΓΘ, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑΓ μεῖζον τοῦ ἀπὸ ΗΕ, μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΓΘ τοῦ ἀπὸ ΕΗ, ὥστε καὶ ἡ ΓΘ τῆς ΕΗ μείζων ἐστί, καὶ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον συμβήσεται.

8 Κ Ψ Ar. : Γ V ‖ 9 τὸ add. Federspiel vide adn.

Que soit pris un certain point Ε sur ΕΖ, et que, de Ε, soit menée une parallèle ΕΗ à une droite abaissée de manière ordonnée ; que le rectangle ΔΑ,ΑΓ soit plus grand que le carré sur ΗΕ, et que, de Γ, soit élevée une droite ΓΘ de manière ordonnée ; le carré sur ΘΓ est donc égal au rectangle ΔΑ,ΑΓ ; or le rectangle ΔΑ,ΑΓ est plus grand que le carré sur ΕΗ ; le carré sur ΘΓ est donc aussi plus grand que celui sur ΕΗ ; ΘΓ est donc aussi plus grande que ΕΗ ; d'autre part, ces droites sont parallèles ; le prolongement de ΕΖ coupe donc ΘΓ, de sorte qu'il rencontrera aussi la section.

Qu'il la rencontre en un point Κ.

Je dis maintenant que, de plus, la droite ΕΖ rencontrera la section au seul point Κ[149].

Qu'elle la rencontre aussi en un point Λ, si c'est possible.

Dès lors[150], puisqu'une droite coupe une parabole en deux points, son prolongement rencontrera le diamètre de la section, ce qui est absurde, puisqu'il lui est parallèle par hypothèse.

Le prolongement de ΕΖ rencontrera donc la section en un point seulement.

Que la section soit maintenant une hyperbole, que la droite ΑΒ soit le côté transverse de la figure et que la droite ΑΔ soit le côté droit ; que soit menée une droite de jonction ΔΒ et qu'elle soit prolongée. Les mêmes constructions faites[151], que soit menée de Γ une parallèle ΓΜ à ΑΔ.

Dès lors, puisque le rectangle ΜΓ,ΓΑ est plus grand que le rectangle ΔΑ,ΑΓ, que le carré sur ΓΘ est égal au rectangle ΜΓ,ΓΑ et que le rectangle ΔΑ,ΑΓ est plus grand que le carré sur ΗΕ, alors le carré sur ΓΘ est aussi plus grand que celui sur ΕΗ, de sorte que ΓΘ est plus grande aussi que ΕΗ, et que les mêmes propriétés que ci-dessus seront vérifiées[152].

[149] La présence de l'article τὸ s'impose ; voir M. Federspiel « Sur l'opposition *défini/indéfini*… », p. 273, note 49.

[150] Sur cet emploi apparemment insolite du syntagme ἐπεὶ οὖν après le *diorisme*, voir mon article « Notes linguistiques et critiques sur le Livre III des *Coniques* d'Apollonius de Perge », p. 130 : la construction est sous-entendue. M. F.

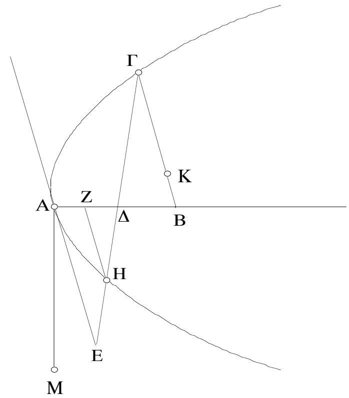
[151] C'est-à-dire le tracé de la parallèle ΕΖ, de la parallèle aux ordonnées ΕΗ, de l'ordonnée ΓΘ, élevée d'un point Γ, tel que $ΔΑ \times ΑΓ > ΗΕ^2$. Le texte arabe précise ces deux derniers points.

[152] Eutocius décrit les cas de la proposition dans son commentaire (éd. Heiberg, p. 236, 11-18) ; en renvoyant à l'édition d'Apollonios (ὡς ἐνταῦθα) pour le point Ε extérieur à la section, il confirme **V**.

– κζʹ – Ἐὰν παραβολῆς τὴν διάμετρον εὐθεῖα τέμνῃ, ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

Ἔστω παραβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ ταύτην τεμνέτω τις εὐθεῖα ἐντὸς τῆς τομῆς ἡ ΓΔ.

Λέγω ὅτι ἡ ΓΔ ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.



Ἤχθω γάρ τις ἀπὸ τοῦ Α παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἡ ΑΕ· ἡ ΑΕ ἄρα ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς· ἤτοι δὴ ἡ ΓΔ τῇ ΑΕ παράλληλός ἐστιν ἢ οὔ.

Εἰ μὲν οὖν παράλληλός ἐστιν αὐτῇ, τεταγμένως κατῆκται, ὥστε ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

Μὴ ἔστω δὴ παράλληλος τῇ ΑΕ, ἀλλ᾽ ἐκβαλλομένη συμπιπτέτω τῇ ΑΕ κατὰ τὸ Ε· ὅτι μὲν οὖν τῇ τομῇ συμπίπτει ἐπὶ τὰ μέρη ἐφ᾽ ἅ ἐστι τὸ Ε, φανερόν· εἰ γὰρ τῇ ΑΕ συμβάλλει, πολὺ πρότερον τέμνει τὴν τομήν.

Λέγω ὅτι καὶ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἐκβαλλομένη συμπίπτει τῇ τομῇ.

TEST. : 3-17 cf. EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 236, 22-238, 15).

1 κζʹ Ψ : om. V.

– 27 – *Si une droite coupe le diamètre d'une parabole, son prolongement de part et d'autre rencontrera la section.*

Soit une parabole, de diamètre AB, et qu'une certaine droite ΓΔ coupe le diamètre à l'intérieur de la section.

Je dis que le prolongement de ΓΔ de part et d'autre rencontrera la section.

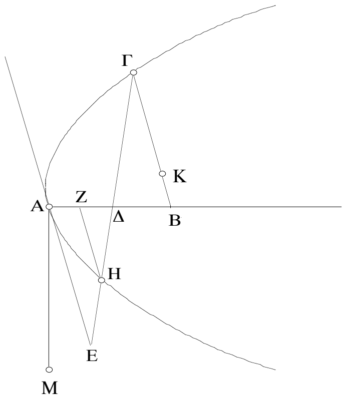


Fig. 27

Que soit menée de A une certaine droite AE parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée ; AE tombera donc à l'extérieur de la section ; la droite ΓΔ est donc parallèle ou non à la droite AE.

Si elle lui est parallèle, c'est une droite abaissée de manière ordonnée, de sorte que son prolongement de part et d'autre rencontrera la section.

Qu'elle ne soit pas, maintenant, parallèle à AE, mais que son prolongement rencontre AE en un point E. Il est évident qu'il rencontre la section du côté de E, car, s'il rencontre AE, il coupe la section bien avant.

Je dis[153] que son prolongement de l'autre côté rencontre aussi la section.

[153] Voir Note complémentaire [25].

Ἔστω γὰρ παρ' ἣν δύνανται ἡ ΜΑ καὶ τεταγμένως ἡ ΗΖ, καὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ ΒΑΖ, καὶ παρατεταγμένως ἡ ΒΚ συμπιπτέτω τῇ ΔΓ κατὰ τὸ Γ.

Ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΖΑΒ τῷ ἀπὸ ΑΔ, ἔστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΑΔ, ἡ ΔΑ πρὸς ΑΖ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς λοιπὴν τὴν ΔΖ ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΔ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ. Ἐπειδὴ δὲ ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΔ τῷ ὑπὸ ΒΑΖ, ἔστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΖ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ, ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς ΑΖ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΒΑΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΑΜ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΒΑΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΑΜ.

Καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΑΜ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΑΜ· τὸ δὲ ἀπὸ ΖΗ ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΑΜ διὰ τὴν τομήν· καὶ τὸ ἀπὸ ΒΓ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΑΜ· ὀρθία δὲ ἡ <ΑΜ, διάμετρος δὲ ἡ> ΑΒ, παρατεταγμένως δὲ ἡ ΒΓ.

Ἡ ἄρα τομὴ ἔρχεται διὰ τοῦ Γ, καὶ συμπίπτει τῇ τομῇ ἡ ΓΔ κατὰ τὸ Γ.

– κη' – Ἐὰν εὐθεῖα ἐφάπτηται μιᾶς τῶν ἀντικειμένων, ληφθῇ δέ τι σημεῖον ἐντὸς τῆς ἑτέρας τομῆς, καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῇ τῇ ἐφαπτομένῃ εὐθεῖα, ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

Ἔστωσαν ἀντικείμεναι ὧν διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ τῆς Α τομῆς ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΓΔ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τῆς ἑτέρας τομῆς τὸ Ε, καὶ διὰ τοῦ Ε τῇ ΓΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ.

TEST. : 1 ἔστω — ΜΑ] cf. EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 238, 16). — 15-18 cf. EUT., *ibid.* (ed. Heiberg 240, 18-22).

2 ΒΑΖ Ψ Ar. : ΒΖΑ V ‖ ΒΚ Canon. Ar. : ΓΚ V ‖ 4 post ἐπεὶ add. καὶ Ψ ‖ 8-9 τουτέστι — pr. ΔΖ c Ψ : iter. V ‖ 10 ΒΑΜ Canon. Ar. : ΑΒΜ V ‖ 14 πρὸς — ΖΗ Ψ : iter. V ‖ 15 ὀρθία Decorps-F. vide adn. : πλαγία V ‖ 15-16 ΑΜ — pr. ἡ add. Decorps-F. sec. Ar. ‖ 19 κη' Ψ : om. V ‖ 23 διάμετρος ἡ Ψ : ἡ διάμετρος V.

Soient une droite MA à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré et une droite HZ abaissée de manière ordonnée ; que le carré sur AΔ soit égal au rectangle BA,AZ, et qu'une parallèle BK à une droite abaissée de manière ordonnée[154] rencontre ΔΓ en un point Γ.

Puisque le rectangle ZA,AB est égal au carré sur AΔ, ΔA est à AZ comme AB est à AΔ[155] ; la droite restante BΔ est donc aussi à la droite restante ΔZ comme BA est à AΔ[156] ; le carré sur BA est donc aussi à celui sur AΔ comme le carré sur BΔ est à celui sur ZΔ. Or, puisque le carré sur AΔ est égal au rectangle BA,AZ, le carré sur BA est à celui sur AΔ, c'est-à-dire le carré sur BΔ est à celui sur ΔZ, comme BA est à AZ ; or le carré sur BΓ est à celui sur ZH comme le carré sur BΔ est à celui sur ΔZ, et le rectangle BA,AM est au rectangle ZA,AM comme AB est à AZ ; le rectangle BA,AM est donc au rectangle ZA,AM comme le carré sur BΓ est à celui sur ZH.

Par permutation, le carré sur ZH est au rectangle ZA,AM comme le carré sur BΓ est au rectangle BA,AM ; or le carré sur ZH est égal au rectangle ZA,AM à cause de la section[157] ; le carré sur BΓ est donc aussi égal au rectangle BA,AM ; or AM est le côté droit, AB est le diamètre[158], et BΓ est la parallèle à une droite abaisssée de manière ordonnée.

La section passe donc par Γ, et ΓΔ rencontre la section en Γ[159].

– 28 – *Si une droite est tangente à l'une de deux opposées, qu'un certain point est pris à l'intérieur de l'autre section, et que, par ce point, est menée une parallèle à la tangente, le prolongement de cette parallèle de part et d'autre rencontrera la section.*

Soient des opposées, de diamètre AB ; qu'une certaine droite ΓΔ soit tangente à la section A ; que soit pris un certain point E à l'intérieur de l'autre section, et que, par E, soit menée une parallèle EZ à ΓΔ.

[154] Sur la formation et le sens de l'adverbe παρατεταγμένως, voir mon article « Notes linguistiques et critiques sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge », p. 377. M. F.

[155] *Éléments*, VI.17.

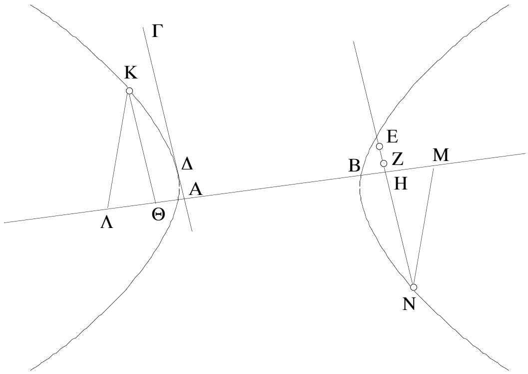
[156] Voir Note complémentaire [60].

[157] L'expression renvoie ici à la propriété caractéristique de la parabole (*cf.* prop. 11). L'utilisation de I.11 n'ayant pas fait l'objet de mention particulière dans les propositions précédentes, la précision surprend. On peut faire la même remarque pour les trois autres occurrences de l'expression (prop. 31, 32, 42). On a peut-être ici la trace non éliminée d'un texte appartenant à une tradition antérieure à Apollonios.

[158] Voir Note complémentaire [61].

[159] Voir Note complémentaire [62].

Λέγω ὅτι ἡ ΕΖ ἐκβαλλομένη ἐφ᾽ ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.



Ἐπεὶ οὖν δέδεικται ὅτι ἡ ΓΔ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ ΑΒ διαμέτρῳ, καὶ ἔστι παράλληλος αὐτῇ ἡ ΕΖ, ἡ ΕΖ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ. Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Η· καὶ τῇ ΗΒ ἴση κείσθω ἡ ΑΘ, καὶ διὰ τοῦ Θ τῇ ΖΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΘΚ, καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΚΛ· καὶ τῇ ΛΘ ἴση κείσθω ἡ ΗΜ, καὶ παρατεταγμένως ἤχθω ἡ ΜΝ, καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπ᾽ εὐθείας <τῇ ΕΗ> ἡ ΗΝ.

Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΚΛ τῇ ΜΝ, ἡ δὲ ΚΘ τῇ ΗΝ, καὶ μία εὐθεῖά ἐστιν ἡ ΛΜ, ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΘΛ τρίγωνον τῷ ΗΜΝ τριγώνῳ· καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΛΘ τῇ ΗΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΛ τῇ ΜΝ, ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΚΛ τῷ ἀπὸ ΜΝ ἴσον ἐστίν.

6 ΚΛ c v Ψ Ar. : ΘΚ V vide adn. ‖ 7-8 τῇ ΕΗ add. Decorps-F. sec. Ar.

Je dis que le prolongement de ΕΖ de part et d'autre rencontrera la section.

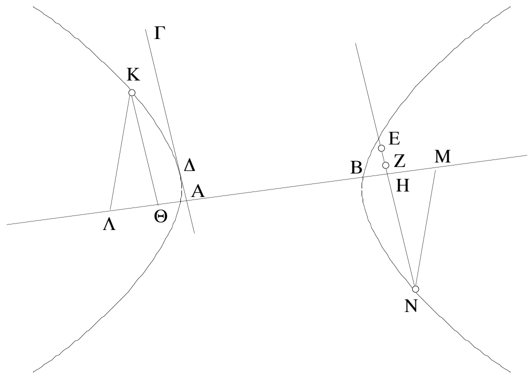


Fig. 28

Dès lors[160], puisque l'on a démontré que le prolongement de ΓΔ rencontrait le diamètre ΑΒ, et puisque ΕΖ est parallèle à ΓΔ, alors le prolongement de ΕΖ rencontrera le diamètre. Qu'il le rencontre en un point Η ; que soit placée[161] une droite ΑΘ égale à ΗΒ ; que, par Θ, soit menée une parallèle ΘΚ à ΖΕ ; qu'une droite ΚΛ[162] soit abaissée de manière ordonnée ; que soit placée une droite ΗΜ égale à ΛΘ ; qu'une droite ΜΝ soit menée parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée et que ΗΝ soit le prolongement en ligne droite <de ΕΗ>.

Puisque ΚΛ est parallèle à ΜΝ, que ΚΘ est parallèle à ΗΝ et que ΛΜ est une seule droite, le triangle ΚΘΛ est semblable au triangle ΗΜΝ ; d'autre part, ΛΘ est égale à ΗΜ ; ΚΛ est donc égale à ΜΝ, de sorte que le carré sur ΚΛ est aussi égal à celui sur ΜΝ.

[160] Voir *supra*, note 150. M. F.
[161] Voir Note complémentaire [63].
[162] Voir Note complémentaire [64].

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΛΘ τῇ ΗΜ, ἡ δὲ ΑΘ τῇ ΒΗ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΒ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΛ τῇ ΑΜ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΒΛΑ τῷ ὑπὸ ΑΜΒ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΛΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΑΜΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΝ· καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΒΛΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΚ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΜΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΝ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν· τὸ Ν ἄρα πρὸς τῇ τομῇ ἐστιν.

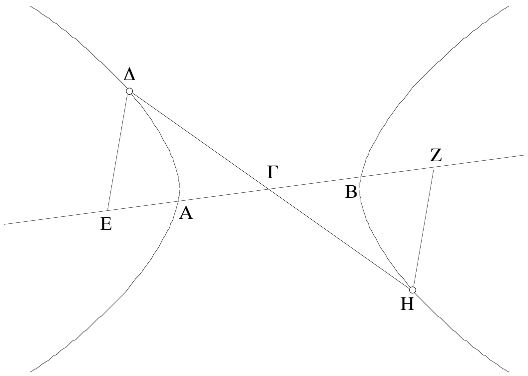
Ἡ ΕΖ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ κατὰ τὸ Ν.

Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

– κθʹ – Ἐὰν ἐν ἀντικειμέναις εὐθεῖα προσπίπτῃ διὰ τοῦ κέντρου πρὸς ὁποτέραν τῶν τομῶν, ἐκβαλλομένη τεμεῖ τὴν ἑτέραν τομήν.

Ἔστωσαν ἀντικείμεναι ὧν διάμετρος ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Γ· καὶ τεμνέτω <τις εὐθεῖα> ἡ ΓΔ τὴν ΑΔ τομήν.

Λέγω ὅτι καὶ τὴν ἑτέραν τομὴν τεμεῖ.



Τεταγμένως γὰρ κατήχθω ἡ ΔΕ, καὶ τῇ ΑΕ ἴση κείσθω ἡ ΒΖ, καὶ τεταγμένως ἤχθω ἡ ΖΗ.

1 Β[Η e corr. V[1] ‖ 2 ΒΛΑ Ψ Ar. : ΒΑΛ V ‖ 3 ΒΛΑ Ψ Ar. : ΒΑΛ V ‖ 10 κθʹ Ψ : om. V ‖ 13 τις εὐθεῖα add. Decorps-F. vide adn. ‖ ἡ ΓΔ huc transp. Decorps-F. vide adn. : post καὶ [l. 12] habet V ‖ 15 ΔΕ Federspiel[1] : ΕΔ V Ar.

Puisque ΛΘ est égale à HM, que AΘ est égale à BH et que AB est commune, alors BΛ est égale à AM ; le rectangle BΛ,ΛA est donc égal au rectangle AM,MB ; le rectangle AM,MB est donc au carré sur MN comme le rectangle BΛ,ΛA est au carré sur KΛ ; d'autre part, le côté transverse est au côté droit comme le rectangle BΛ,ΛA est au carré sur ΛK ; le côté transverse est donc aussi au côté droit comme le rectangle AM,MB est au carré sur MN ; le point N est donc sur la section.

Le prolongement de EZ rencontrera donc la section en N.

On démontrera pareillement que son prolongement de l'autre côté rencontrera aussi la section.

– 29 – *Si, dans des opposées, une droite passant par le centre rencontre l'une quelconque des deux sections, son prolongement coupera l'autre section.*

Soient des opposées, de diamètre AB et de centre Γ, et qu'une droite ΓΔ[163] coupe la section AΔ.

Je dis qu'elle coupera aussi l'autre section.

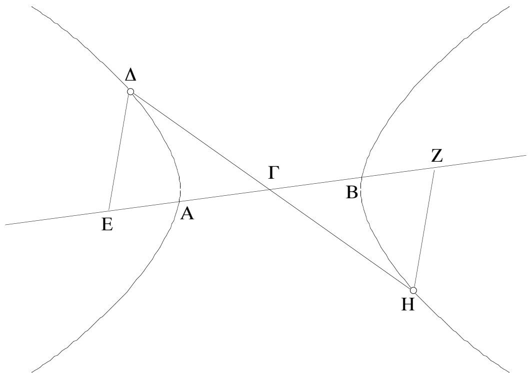


Fig. 29

Qu'une droite ΔE soit abaissée de manière ordonnée ; que soit placée une droite BZ égale à AE, et qu'une droite ZH soit menée de manière ordonnée.

[163] Le tour indéfini s'impose ici pour la mention de la droite ΓΔ. Il faut restituer la forme pleine (sans l'ellipse d'εὐθεῖα), comme dans toutes les autres occurrences où le tour est associé au verbe τέμνω dans les *Coniques* ; voir M. Federspiel, « Sur l'opposition *défini/indéfini*…», p. 285.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΑ τῇ ΒΖ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΒ, ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΕΑ τῷ ὑπὸ ΑΖΒ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΒΕΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ ΑΖΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΕΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΑΖΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ· ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ ΒΕΑ τῷ ὑπὸ ΑΖΒ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΕΔ τῷ ἀπὸ ΖΗ.

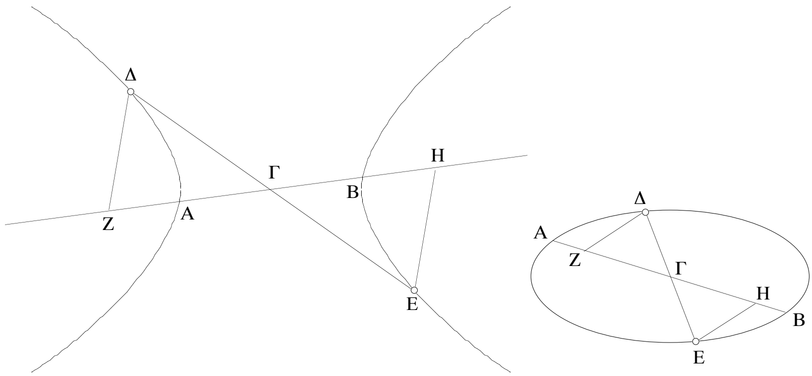
Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΕΓ τῇ ΓΖ, ἡ δὲ ΔΕ τῇ ΖΗ, καὶ εὐθεῖά ἐστιν ἡ ΕΖ, καὶ παράλληλος ἡ ΕΔ τῇ ΖΗ, καὶ ἡ ΔΗ ἄρα εὐθεῖά ἐστιν.

Καὶ ἡ ΓΔ ἄρα τεμεῖ [καὶ] τὴν ἑτέραν τομήν.

– λʹ – Ἐὰν ἐν ἐλλείψει ἢ ἀντικειμέναις εὐθεῖα ἀχθῇ ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ κέντρου συμπίπτουσα τῇ τομῇ, δίχα τμηθήσεται κατὰ τὸ κέντρον.

Ἔστω ἔλλειψις ἢ ἀντικείμεναι, διάμετρος δὲ αὐτῶν ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Γ· καὶ διὰ τοῦ Γ ἤχθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΓΕ.

Λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΓΔ τῇ ΓΕ.



Ἤχθωσαν γὰρ τεταγμένως αἱ ΔΖ, ΕΗ.

4-5 ἀλλὰ — ὀρθίαν Canon. Ar. : om. V ‖ 7 pr. ἀπὸ Ψ : ὑπὸ V ‖ 10 alt. καὶ del. Decorps-F. ‖ 11 λʹ Ψ : om. V.

Puisque ΕΑ est égale à ΒΖ et que ΑΒ est commune, alors le rectangle ΒΕ,ΕΑ est égal au rectangle ΑΖ,ΖΒ.

Puisque le côté transverse est au côté droit comme le rectangle ΒΕ,ΕΑ est au carré sur ΔΕ[164], que, d'autre part, le côté transverse est aussi au côté droit comme le rectangle ΑΖ,ΖΒ est au carré sur ΖΗ, alors le rectangle ΑΖ,ΖΒ est aussi au carré sur ΖΗ comme le rectangle ΒΕ,ΕΑ est au carré sur ΔΕ ; or le rectangle ΒΕ,ΕΑ est égal au rectangle ΑΖ,ΖΒ ; le carré sur ΕΔ est donc aussi égal au carré sur ΖΗ.

Dès lors, puisque ΕΓ est égale à ΓΖ, que ΔΕ est égale à ΖΗ, que ΕΖ est une droite et que ΕΔ est parallèle à ΖΗ, alors ΔΗ est aussi une droite[165].

La droite ΓΔ coupe donc aussi l'autre section.

– 30 – *Si, dans une ellipse ou dans des opposées, est menée de part et d'autre du centre une droite rencontrant la section*[166]*, elle sera coupée en deux parties égales au centre.*

Soient une ellipse ou des opposées, de diamètre ΑΒ et de centre Γ, et que, par Γ, soit menée une certaine droite ΔΓΕ.

Je dis que ΓΔ est égale à ΓΕ.

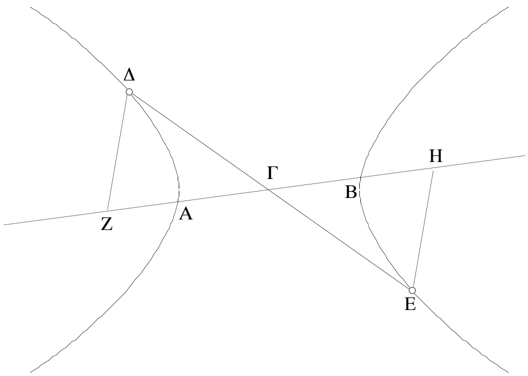


Fig. 30.1

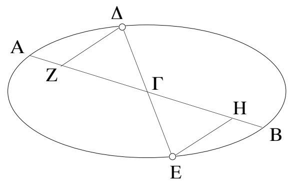


Fig. 30.2

Que des droites ΔΖ et ΕΗ soient menées de manière ordonnée.

[164] Prop. 21. Voir Note complémentaire [65].
[165] *Éléments*, VI.32.
[166] Voir Note complémentaire [66].

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΒΖΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΕ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΖΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΑΗΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΕ.

Καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ ΒΖΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΕ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΕ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΖΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΖΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΖΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ.

Ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΒΖΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΓ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΑΗΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ.

Καὶ ὡς ἄρα ἐπὶ μὲν τῆς ἐλλείψεως συνθέντι, ἐπὶ δὲ τῶν ἀντικειμένων ἀνάπαλιν καὶ ἀναστρέψαντι <καὶ ἀνάπαλιν> τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΖ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ· καὶ ἐναλλάξ· ἴσον δὲ τῷ ἀπὸ ΑΓ τὸ ἀπὸ ΓΒ· ἴσον ἄρα καὶ τῷ ἀπὸ ΖΓ τὸ ἀπὸ ΓΗ· ἴση ἄρα ἡ ΖΓ τῇ ΓΗ. Καί εἰσι παράλληλοι αἱ ΔΖ, ΗΕ.

Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ.

– λα′ – Ἐὰν ὑπερβολῆς ἐπὶ τῆς πλαγίας πλευρᾶς τοῦ εἴδους ληφθῇ τι σημεῖον μὴ ἐλάττονα ἀπολαμβάνον πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τοῦ εἴδους πλευρᾶς, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ προσπέσῃ εὐθεῖα πρὸς τὴν τομήν, προσεκβληθεῖσα ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς [κατὰ τὰ ἑπόμενα μέρη τῆς τομῆς].

Ἔστω ὑπερβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ εἰλήφθω ἐπ᾽ αὐτῆς σημεῖόν τι τὸ Γ μὴ ἐλάττονα ἀπολαμβάνον τὴν ΓΒ τῆς ἡμισείας τῆς ΑΒ, καὶ προσπιπτέτω τις εὐθεῖα πρὸς τὴν τομὴν ἡ ΓΔ.

Λέγω ὅτι ἡ ΓΔ ἐκβαλλομένη ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

TEST. : 11-12 καὶ — ἀναστρέψαντι] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 242, 23-244, 1).

7-8 καὶ — ΖΓ [τῆς ΖΓ Ψ ut semper] πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ Ψ Ar. : om. V ‖ 12 καὶ ἀνάπαλιν add. Federspiel[1] ‖ τὸ Ψ : ὡς τὸ V ‖ 13 ΓΖ — tert. ἀπὸ v Ψ : iter. V ‖ 17 λα′ Ψ : om. V ‖ 18 τῆς c v Ψ : iter. V ‖ 20 προσεκβληθεῖσα Heiberg : ἡ προσβληθεῖσα V ‖ 21 κατὰ — τομῆς del. Savil. (vide Ar.) ‖ 23 σημεῖόν τι Ψ : σημεῖον ὄν τι V.

Puisque le côté transverse est au côté droit comme le rectangle BZ,ZA est au carré sur ZΔ, que, d'autre part, le côté transverse est aussi au côté droit comme le rectangle AH,HB est au carré sur HE, alors le rectangle AH,HB est aussi au carré sur HE comme le rectangle BZ,ZA est au carré sur ZΔ.

Par permutation, le carré sur ΔZ est à celui sur HE comme le rectangle BZ,ZA est au rectangle AH,HB ; or le carré sur ZΓ est à celui sur ΓH comme le carré sur ΔZ est à celui sur HE ; le carré sur ZΓ est donc aussi à celui sur ΓH comme le rectangle BZ,ZA est au rectangle AH,HB.

Par permutation, le rectangle AH,HB est donc au carré sur ΓH comme le rectangle BZ,ZA est au carré sur ZΓ.

Dans l'ellipse, *par composition*, dans les opposées, *par inversion*, *par conversion*[167] <et *par inversion*>, le carré sur BΓ est donc à celui sur ΓH comme le carré sur AΓ est à celui sur ΓZ ; ensuite, *par permutation* ; or le carré sur ΓB est égal à celui sur AΓ ; le carré sur ΓH est donc aussi égal à celui sur ZΓ ; la droite ZΓ est donc égale à la droite ΓH. D'autre part, les droites ΔZ et HE sont parallèles.

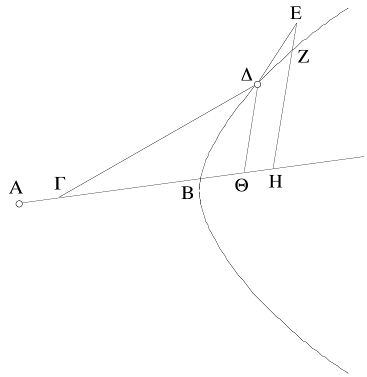
ΔΓ est donc aussi égale à ΓE.

– 31 – *Si, dans une hyperbole, est pris sur le côté transverse de la figure un certain point découpant du côté du sommet de la section une droite qui n'est pas plus petite que la moitié du côté transverse de la figure, et que, de ce point, est menée une droite jusqu'à la section, le prolongement de cette droite tombera à l'intérieur de la section [du côté subséquent de la section].*

Soit une hyperbole, de diamètre AB ; que soit pris sur le diamètre un certain point Γ découpant une droite ΓB qui n'est pas plus petite que la moitié de AB, et qu'une certaine droite ΓΔ tombe sur la section.

Je dis que le prolongement de ΓΔ tombera à l'intérieur de la section.

[167] Ce membre de phrase est cité comme lemme par Eutocius, qui consacre son commentaire de la proposition à la justification des opérations requises (éd. Heiberg, p. 242, 23-244, 21), en commençant par l'ellipse, conformément à l'ordre suivi dans le texte transmis en grec. Voir Note complémentaire [67].



Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς ὡς ἡ ΓΔΕ, καὶ ἀπὸ τυχόντος σημείου τοῦ Ε τεταγμένως κατήχθω ἡ ΕΗ, καὶ ἡ ΔΘ, καὶ ἔστω πρότερον ἴση ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ.

Καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΘ, ἀλλ᾽ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΘ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΕΗ τῇ ΔΘ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΘ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΑΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΘΒ διὰ τὴν τομήν, τὸ ἄρα ἀπὸ ΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ ΑΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΘΒ.

Ἐναλλὰξ ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΘΒ. Διελόντι ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΘΒ, ὅπερ ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἡ ΓΔΕ ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς· ἐντὸς ἄρα.

Καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἀπό τινος τῶν ἐπὶ τῆς ΑΓ σημείων πολλῷ μᾶλλον ἐντὸς πεσεῖται, ἐπειδὴ καὶ τῆς ΓΔ ἐντὸς πεσεῖται.

5 alt. ἀπὸ Ψ : om. V ‖ 8 ΑΗ]Β e corr. V[1] ‖ 9 ἤπερ τὸ Ψ : ἤπερ τὸ ὑπὲρ τὸ V ‖ ΑΘ]Β e corr. V[1].

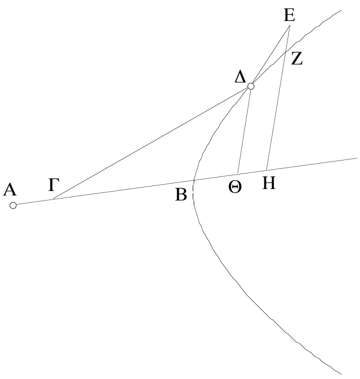


Fig. 31

Que ce prolongement tombe à l'extérieur de la section comme une droite ΓΔE, si c'est possible ; que, d'un point quelconque E, une droite EH soit abaissée de manière ordonnée, et que soit abaissée une droite ΔΘ, et soit d'abord AΓ égale à ΓB.

Puisque le carré sur EH a, avec celui sur ΔΘ, un rapport plus grand que le rapport du carré sur ZH avec celui sur ΔΘ, que, d'autre part, le carré sur HΓ est à celui sur ΓΘ comme le carré sur EH est à celui sur ΔΘ, en raison du parallélisme de EH et de ΔΘ, et que le rectangle AH,HB est au rectangle AΘ,ΘB comme le carré sur ZH est à celui sur ΔΘ à cause de la section[168], alors le carré sur HΓ a, avec celui sur ΓΘ, un rapport plus grand que le rapport du rectangle AH,HB avec le rectangle AΘ,ΘB.

Par permutation, le carré sur ΓH a, avec le rectangle AH,HB un rapport plus grand que le carré sur ΓΘ avec le rectangle AΘ,ΘB. *Par division*, le carré sur ΓB a, avec le rectangle AH,HB, un rapport plus grand que celui du carré sur ΓB avec le rectangle AΘ,ΘB[169], ce qui est impossible.

La droite ΓΔE ne tombera donc pas à l'extérieur de la section ; elle tombera donc à l'intérieur.

En vertu de quoi, la droite menée d'un certain point parmi ceux qui sont sur AΓ tombera *a fortiori* à l'intérieur de la section, puisqu'elle tombera aussi en deçà de la droite ΓΔ.

[168] Voir *supra*, note 157. Archimède utilisait ce rapport d'aires pour caractériser la courbe.

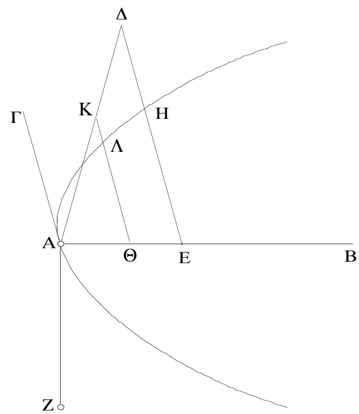
[169] Voir Note complémentaire [68].

– λβʹ – Ἐὰν κώνου τομῆς διὰ τῆς κορυφῆς εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀχθῇ, ἐφάπτεται τῆς τομῆς, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε τοῦ κώνου τομῆς καὶ τῆς εὐθείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

Ἔστω κώνου τομὴ πρότερον ἡ καλουμένη παραβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ ἀπὸ τοῦ Α παρατεταγμένως ἤχθω ἡ ΑΓ.

Ὅτι μὲν οὖν ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, δέδεικται.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.



Εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ ΑΔ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ᾽ αὐτῆς τυχὸν τὸ Δ, καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΔΕ, καὶ ἔστω παρ᾽ ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι τεταγμένως ἡ ΑΖ.

1 λβʹ Ψ : om. V.

– 32[170] – *Si, par le sommet d'une section de cône, une droite est menée parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée, elle est tangente à la section, et aucune autre droite ne tombera dans le lieu compris entre la section de cône et la droite*[171].

Soit d'abord une section de cône dite[172] parabole, de diamètre ΑΒ, et que, de Α, soit menée une parallèle ΑΓ à une droite abaissée de manière ordonnée.

On a déjà démontré qu'elle tombait à l'extérieur de la section.

Je dis[173] maintenant que, de plus, aucune autre droite ne tombera dans le lieu compris entre la droite ΑΓ et la section.

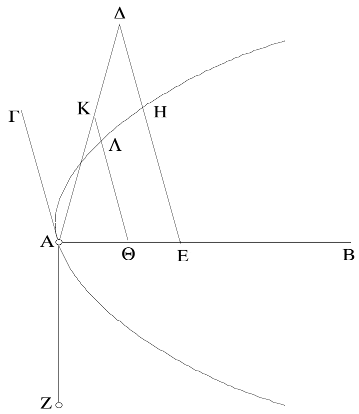


Fig. 32.1

Qu'une droite tombe dans ce lieu comme une droite ΑΔ, si c'est possible ; que soit pris un point quelconque Δ sur cette droite ; qu'une droite ΔΕ soit abaissée de manière ordonnée, et soit une droite ΑΖ à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées de manière ordonnée.

[170] Voir Note complémentaire [69].

[171] L'élocution du dernier membre de phrase est directement copiée sur la protase d'*Éléments*, III.16 : καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται « et aucune autre droite ne tombera dans le lieu compris entre la droite et la circonférence de cercle ». Il en va de même pour toutes les occurrences comportant le mot τόπος « lieu » des propositions I.32, 35 et 36. M. F.

[172] Voir Note complémentaire [70].

[173] C'est l'expression linguistique du second *diorisme*, puisque la séquence précédente (ὅτι — δέδεικται) fait office de premier *diorisme* (on a un exemple comparable dans la proposition 51).

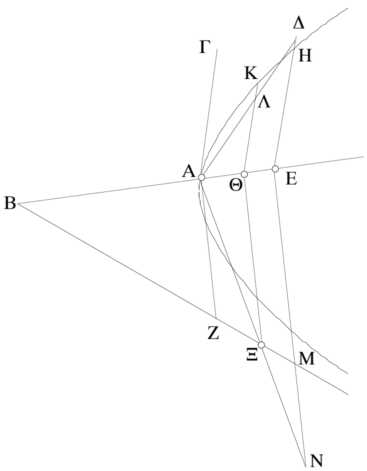
Καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΗΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, τὸ δὲ ἀπὸ ΗΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΖΑΕ, καὶτὸ ἀπὸ ΔΕ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ ΖΑΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, τουτέστιν ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ.

Πεποιήσθω οὖν ὡς τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΘ, καὶ διὰ τοῦ Θ παράλληλος ἤχθω τῇ ΕΔ ἡ ΘΛΚ.

Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, ἡ ΖΑ πρὸς ΑΘ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΖΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΘ, καὶ ἔστιν ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΚΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΑ, τῷ δὲ ὑπὸ ΖΑΘ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΘΛ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΑ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΛΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΑ· ἴση ἄρα ἡ ΚΘ τῇ ΘΛ, ὅπερ ἄτοπον.

Οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

Ἔστω δὴ ἡ τομὴ ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ, ὀρθία δὲ ἡ ΑΖ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΖ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπὸ τοῦ Α παρατεταγμένως ἤχθω ἡ ΑΓ.



1-2 μείζονα — ΕΑ Ψ Ar. : om. V || 6 ΕΔ Ψ Ar. : ΕΘ V || 10 pr. τὸ Ψ : τῷ V || 15 pr. ἢ Ψ : ἡ V || alt. ἢ Ψ : ἡ V.

Puisque le carré sur ΔE a, avec celui sur EA, un rapport plus grand que le rapport du carré sur HE avec celui sur EA, et que le carré sur HE est égal au rectangle ZA,AE, alors le carré sur ΔE a, avec celui sur EA, un rapport plus grand que le rapport du rectangle ZA,AE avec le carré sur EA, c'est-à-dire plus grand que le rapport de la droite ZA avec la droite AE.

Qu'il soit fait en sorte[174] que ZA soit à AΘ comme le carré sur ΔE est à celui sur EA, et que, par Θ, soit menée une parallèle ΘΛK à EΔ.

Dès lors, puisque ZA est à AΘ, c'est-à-dire le rectangle ZA,AΘ est au carré sur AΘ, comme le carré sur ΔE est à celui sur EA, que le carré sur KΘ est à celui sur ΘA comme le carré sur ΔE est à celui sur EA, et que le carré sur ΘΛ est égal au rectangle ZA,AΘ, alors le carré sur ΛΘ est aussi à celui sur ΘA comme le carré sur KΘ est à celui sur ΘA ; KΘ est donc égale à ΘΛ, ce qui est absurde.

Il ne tombera donc aucune autre droite dans le lieu compris entre la droite AΓ et la section.

Que la section soit maintenant une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, de diamètre AB et de côté droit AZ ; que soit menée une droite de jonction BZ et qu'elle soit prolongée, et que, de A, soit menée une parallèle AΓ à une droite menée de manière ordonnée.

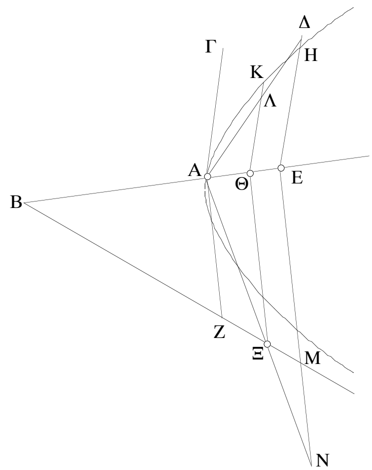
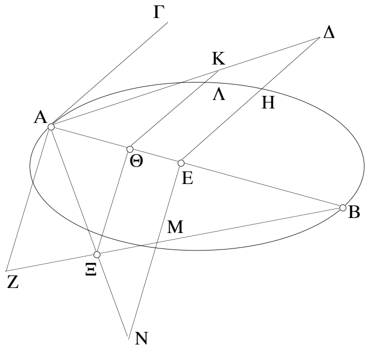


Fig. 32.2

[174] Οὖν est ici une variante de δή après un impératif en tête de phrase, ce qui fait que je ne le traduis pas. M. F.

Ὅτι μὲν οὖν ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, δέδεικται.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.



Εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ ΑΔ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ᾽ αὐτῆς τυχὸν τὸ Δ, καὶ τεταγμένως ἀπ᾽ αὐτοῦ κατήχθω ἡ ΔΕ, καὶ διὰ τοῦ Ε τῇ ΑΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΜ.

Καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ΗΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΕΜ, πεποιήσθω τῷ ἀπὸ ΔΕ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΕΝ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΝ τεμνέτω τὴν ΖΜ κατὰ τὸ Ξ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Ξ τῇ ΖΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΞΘ, διὰ δὲ τοῦ Θ τῇ ΑΓ ἡ ΘΛΚ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ΔΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΕΝ, ἔστιν ὡς ἡ ΝΕ πρὸς ΕΔ, ἡ ΔΕ πρὸς ΕΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΝΕ πρὸς ΕΑ, τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ· ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΝΕ πρὸς ΕΑ, ἡ ΞΘ πρὸς ΘΑ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, τὸ ἀπὸ ΚΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΑ· ὡς ἄρα ἡ ΞΘ πρὸς ΘΑ, τὸ ἀπὸ ΚΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΑ· μέση ἄρα ἀνάλογόν ἐστιν ἡ ΚΘ τῶν ΞΘ, ΘΑ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΘΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΘΞ· ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ ΛΘ τῷ ὑπὸ ΑΘΞ ἴσον διὰ τὴν τομήν· τὸ ἄρα ἀπὸ ΚΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΘΛ, ὅπερ ἄτοπον.

Οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

7 alt. τῷ V^1 : τὸ V || 16 ΞΘ, ΘΑ] ΞΘΑ V.

On a déjà démontré qu'elle tombait à l'extérieur de la section.

Je dis maintenant que, de plus, aucune autre droite ne tombera dans le lieu compris entre la droite ΑΓ et la section.

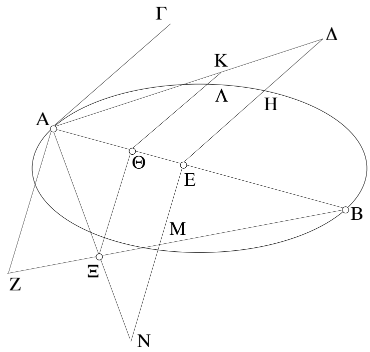


Fig. 32.3

Qu'une droite tombe dans ce lieu comme une droite ΑΔ, si c'est possible ; que soit pris sur cette droite un point quelconque Δ ; que, de ce point, une droite ΔΕ soit abaissée de manière ordonnée, et que, par Ε, soit menée une parallèle ΕΜ à ΑΖ.

Puisque le carré sur ΗΕ est égal au rectangle ΑΕ,ΕΜ, qu'il soit fait en sorte que le rectangle ΑΕ,ΕΝ soit égal au carré sur ΔΕ ; que soit menée une droite de jonction ΑΝ et qu'elle coupe ΖΜ en un point Ξ ; que, par Ξ, soit menée une parallèle ΞΘ à ΖΑ, et, par Θ, une parallèle ΘΛΚ à ΑΓ.

Dès lors, puisque le carré sur ΔΕ est égal au rectangle ΑΕ,ΕΝ, la droite ΔΕ est à la droite ΕΑ comme la droite ΝΕ est à la droite ΕΔ ; le carré sur ΔΕ est donc à celui sur ΕΑ comme ΝΕ est à ΕΑ. Mais ΞΘ est à ΘΑ comme ΝΕ est à ΕΑ et le carré sur ΚΘ est à celui sur ΘΑ comme le carré sur ΔΕ est à celui sur ΕΑ ; le carré sur ΚΘ est donc à celui sur ΘΑ comme ΞΘ est à ΘΑ ; ΚΘ est donc moyenne proportionnelle des droites ΞΘ et ΘΑ ; le carré sur ΘΚ est donc égal au rectangle ΑΘ,ΘΞ ; or le carré sur ΛΘ est aussi égal au rectangle ΑΘ,ΘΞ à cause de la section[175] ; le carré sur ΚΘ est donc égal à celui sur ΘΛ, ce qui est absurde.

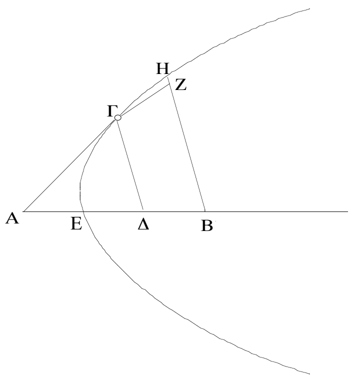
Il ne tombera donc aucune autre droite dans le lieu compris entre la droite ΑΓ et la section.

[175] Voir *supra*, note 157.

– λγʹ – Ἐὰν ἐπὶ παραβολῆς ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον καταχθῇ <εὐθεῖα>, καὶ τῇ ἀπολαμβανομένῃ ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τεθῇ ἴση ἐπ' εὐθείας ἀπ' ἄκρας αὐτῆς, ἡ ἀπὸ τοῦ γενομένου σημείου ἐπὶ τὸ ληφθὲν σημεῖον ἐπιζευγνυμένη ἐφάψεται τῆς τομῆς.

Ἔστω παραβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ κατήχθω τεταγμένως ἡ ΓΔ, καὶ τῇ ΕΔ ἴση κείσθω ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ.

Λέγω ὅτι ἡ ΑΓ ἐκβαλλομένη ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.



Εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς ἡ ΓΖ, καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΗΒ.

Καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΖΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΖΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΗΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, ἡ ΒΕ πρὸς ΔΕ, ἡ ΒΕ ἄρα πρὸς ΕΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ· ἀλλ' ὡς ἡ ΒΕ πρὸς ΕΔ, τὸ τετράκις ὑπὸ ΒΕΑ πρὸς τὸ τετράκις ὑπὸ ΑΕΔ· καὶ τὸ τετράκις ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕΑ πρὸς τὸ τετράκις ὑπὸ ΑΕΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ.

1 λγʹ Ψ : om. V ‖ ἐπὶ παραβολῆς Decorps-F. : ἐν παραβολῇ (lege -βολῇ) V ‖ 2 εὐθεῖα add. Mont. ‖ 15 alt. τὸ Ψ : om. V ‖ 17 τετράκις Ψ : τετράκις ἄρα V.

– 33 – *Si, sur une parabole, est pris un certain point, que, de ce point, une droite est abaissée sur le diamètre de manière ordonnée, et qu'est placée, dans le prolongement en ligne droite du diamètre et à son extrémité, une droite égale à la droite découpée sur le diamètre du côté du sommet par la droite abaissée, la droite joignant le point obtenu au point du début sera tangente à la section.*

Soit une parabole, de diamètre ΑΒ ; qu'une droite ΓΔ soit abaissée de manière ordonnée ; que soit placée une droite ΑΕ égale à ΕΔ, et que soit menée une droite de jonction ΑΓ.

Je dis que le prolongement de ΑΓ tombera à l'extérieur de la section.

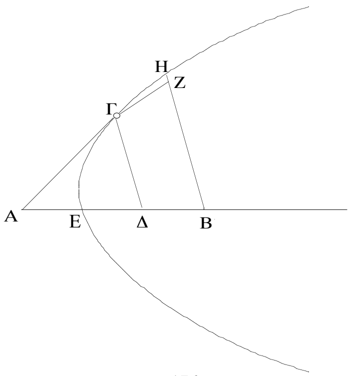


Fig. 33[176]

Qu'il tombe à l'intérieur comme une droite ΓΖ, si c'est possible, et qu'une droite ΗΒ soit abaissée de manière ordonnée.

Puisque le carré sur ΒΗ a, avec celui sur ΓΔ, un rapport plus grand que le rapport du carré sur ΖΒ avec celui sur ΓΔ, que, d'autre part, le carré sur ΒΑ est à celui sur ΑΔ comme le carré sur ΖΒ est à celui sur ΓΔ, et que ΒΕ est à ΔΕ comme le carré sur ΗΒ est à celui sur ΓΔ, alors ΒΕ a avec ΕΔ un rapport plus grand que le rapport du carré sur ΒΑ avec celui sur ΑΔ. Mais le quadruple du rectangle ΒΕ,ΕΑ est au quadruple du rectangle ΑΕ,ΕΔ comme ΒΕ est à ΕΔ ; le quadruple du rectangle ΒΕ,ΕΑ a donc aussi, avec le quadruple du rectangle ΑΕ,ΕΔ, un rapport plus grand que le rapport du carré sur ΒΑ avec celui sur ΑΔ.

[176] **V** présente une seconde figure avec Z en-deçà de Γ. Dans les deux figures, ΑΓΖ est représentée comme une sécante. Il en est de même dans la proposition 34 pour ΕΓΖ.

Ἐναλλὰξ ἄρα τὸ τετράκις ὑπὸ ΒΕΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ τετράκις ὑπὸ ΑΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ἴσης γὰρ οὔσης τῆς ΑΕ τῇ ΕΔ τὸ τετράκις ὑπὸ ΑΕΔ τῷ ἀπὸ ΑΔ ἐστιν ἴσον· τὸ δὲ τετράκις ὑπὸ ΒΕΑ τοῦ ἀπὸ ΒΑ ἐστιν ἔλασσον· τῆς γὰρ ΑΒ οὐκ ἔστι διχοτομία τὸ Ε σημεῖον.

Οὐκ ἄρα ἡ ΑΓ ἐντὸς πίπτει τῆς τομῆς· ἐφάπτεται ἄρα.

– λδʹ – Ἐὰν ἐπὶ ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ καταχθῇ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, καὶ ὃν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλας αἱ ἀποτεμνόμεναι ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τοῖς πέρασι τῆς πλαγίας τοῦ εἴδους πλευρᾶς, τοῦτον ἔχῃ τὰ τμήματα τῆς πλαγίας πλευρᾶς, ὥστε ὁμόλογα εἶναι τὰ πρὸς τῇ κορυφῇ τμήματα, ἡ τὸ ἐπὶ τῆς πλαγίας πλευρᾶς <γενόμενον> σημεῖον καὶ τὸ ἐπὶ τῆς τομῆς ληφθὲν ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα ἐφάψεται τῆς τομῆς.

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Γ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τεταγμένως ἤχθω ἡ ΓΔ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΕ πρὸς ΕΑ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ.

Λέγω ὅτι ἡ ΓΕ ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

Εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτω ὡς ἡ ΕΓΖ, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ᾽ αὐτῆς τὸ Ζ, καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΘΖΗ, καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν Α, Β τῇ ΕΓ παράλληλοι αἱ ΑΛ, ΒΚ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΔΓ, ΒΓ, ΗΓ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Κ, Ξ, Μ σημεῖα.

4 τετράκις c v Ψ : τράκις V ‖ 6 ἐντὸς Ψ Ar. : ἐκτὸς V ‖ 7 λδʹ Ψ : om. V ‖ 12 ἡ Ψ : ἢ V ‖ 13 γενόμενον add. Federspiel[1] ‖ ληφθὲν huc transp. Federspiel[1] : post πλευρᾶς habet V ‖ 15 pr. ἢ Ψ : ἡ V ‖ alt. ἢ Ψ : ἡ V ‖ 21 ΘΖΗ Ψ : ΗΖΘ edd. cum aliis ΗΞΘ V ‖ 23 Κ, Ξ, Μ Halley : ΜΞΚ (lege Μ, Ξ, Κ) V.

Par permutation, le quadruple du rectangle ΒΕ,ΕΑ a, avec le carré sur ΑΒ, un rapport plus grand que le rapport du quadruple du rectangle ΑΕ,ΕΔ avec le carré sur ΑΔ, ce qui est impossible. En effet, puisque ΑΕ est égale à ΕΔ, le quadruple du rectangle ΑΕ,ΕΔ est égal au carré sur ΑΔ ; or le quadruple du rectangle ΒΕ,ΕΑ est plus petit que le carré sur ΒΑ, puisque le point Ε n'est pas le milieu de ΑΒ.

La droite ΑΓ ne tombe donc pas à l'intérieur de la section ; elle lui est donc tangente.

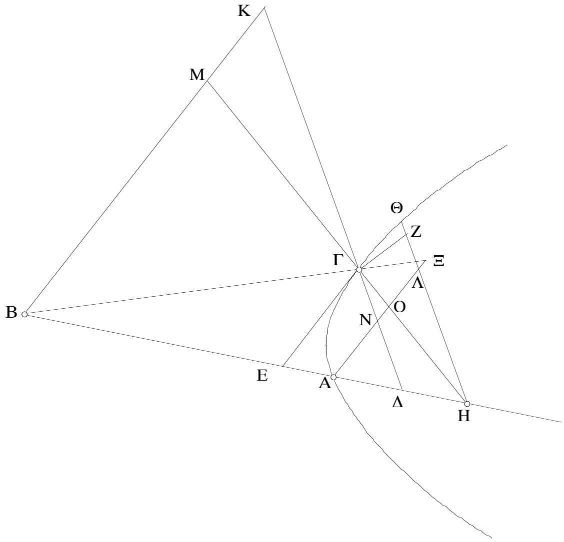
– 34 – *Si, sur une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, est pris un certain point, que, de ce point, est abaissée une droite sur le diamètre de manière ordonnée, et que le rapport des droites découpées du côté des extrémités du côté transverse de la figure par la droite abaissée est identique au rapport des segments du côté transverse, de sorte que les segments situés du côté du sommet soient homologues, la droite joignant le point <obtenu> sur le côté transverse au point pris sur la section sera tangente à la section.*

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, de diamètre ΑΒ ; que soit pris un certain point Γ sur la section ; que, de Γ, soit menée une droite ΓΔ de manière ordonnée ; qu'il soit fait en sorte que ΒΕ soit à ΕΑ comme ΒΔ est à ΔΑ[177], et que soit menée une droite de jonction ΕΓ.

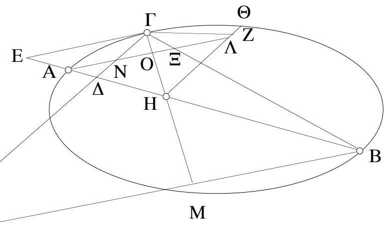
Je dis que ΓΕ est tangente à la section.

Qu'elle coupe la section comme une droite ΕΓΖ, si c'est possible ; que soit pris un certain point Ζ sur cette droite ; que soit abaissée une droite ΘΖΗ de manière ordonnée ; que, par les points Α et Β, soient menées des parallèles ΑΛ et ΒΚ à ΕΓ ; que les droites de jonction ΔΓ, ΒΓ et ΗΓ soient prolongées jusqu'en des points Κ, Ξ et Μ.

[177] La division du diamètre dans ce rapport est l'objet d'un commentaire de la part d'Eutocius, qui examine le cas de l'hyperbole, puis celui de l'ellipse et du cercle (éd. Heiberg, p. 246, 19-26).



Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΕ πρὸς ΕΑ, ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΚ πρὸς ΑΝ, ὡς δὲ ἡ ΒΕ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΞ, τουτέστιν ἡ ΒΚ πρὸς ΞΝ, ὡς ἄρα ἡ ΒΚ πρὸς ΑΝ, ἡ ΒΚ πρὸς ΝΞ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΝ τῇ ΝΞ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΝΞ μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΑΟΞ· ἡ ΝΞ ἄρα πρὸς ΞΟ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΟΑ πρὸς ΑΝ.



TEST. : 4-6 τὸ — ΑΟΞ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 248, 6-8).

5 ΝΞ V^{1} : ΝΞΟ V.

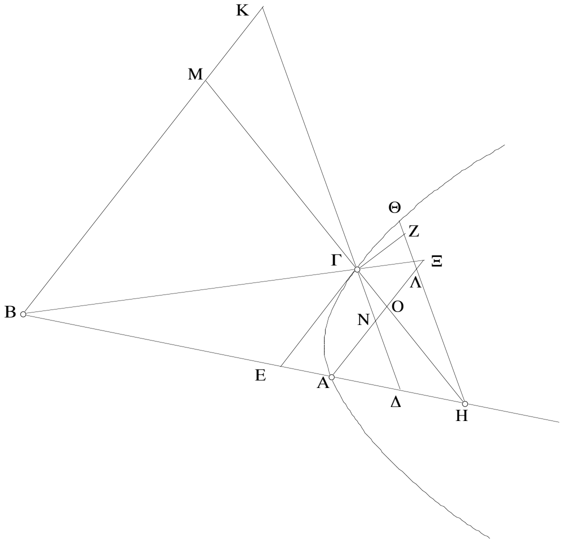


Fig. 34.1

Puisque BE est à EA comme BΔ est à ΔA, que, d'autre part, BK est à AN comme BΔ est à ΔA et que BΓ est à ΓΞ, c'est-à-dire BK est à ΞN, comme BE est à AE, alors BK est à NΞ comme BK est à AN ; AN est donc égale à NΞ ; le rectangle AN,NΞ est donc plus grand que le rectangle AO,OΞ[178] ; NΞ a donc avec ΞO un rapport plus grand que le rapport de OA avec AN.

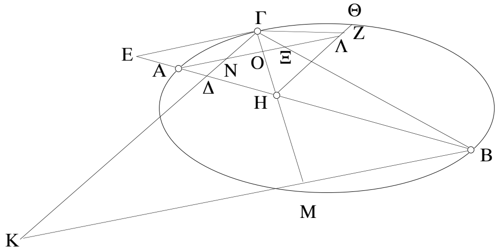
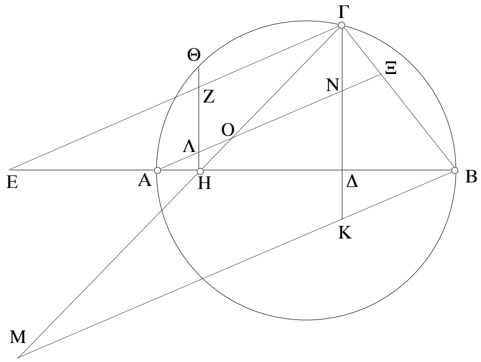


Fig. 34.2

[178] Cette inégalité fait l'objet d'un *lemme* chez Eutocius (éd. Heiberg, p. 248, 6-21).

Ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΝΞ πρὸς ΞΟ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΜ· ἡ ΚΒ ἄρα πρὸς ΒΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΟΑ πρὸς ΑΝ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΚΒ,ΑΝ μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΜΒ,ΑΟ, ὥστε τὸ ὑπὸ ΚΒ,ΑΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ ΜΒ,ΑΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ.



Ἀλλ᾽ ὡς μὲν τὸ ὑπὸ ΚΒ,ΑΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΒΔΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΒΚΔ, ΕΓΔ, ΝΑΔ τριγώνων, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΜΒ,ΑΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΒΗΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΔΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ ΒΗΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΕ.

Ἐναλλὰξ ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΔΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ· ἀλλ᾽ ὡς μὲν τὸ ὑπὸ ΒΔΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΒ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ· καὶ τὸ ἀπὸ ΓΔ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΗ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΗ τῆς ΖΗ, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἡ ΕΓ τέμνει τὴν τομήν· ἐφάπτεται ἄρα.

TEST. : 5-6 ἀλλ᾽ — ΔΕ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 248, 23-24).

10 ἄρα τὸ Ψ : τὸ ἄρα V ‖ ΑΗΒ] ΑΗ,ΒΗ V ‖ 13-14 ΖΗ — pr. ἀπὸ Ψ : iter. V.

Mais ΚΒ est à ΒΜ comme ΝΞ est à ΞΟ ; ΚΒ a donc avec ΒΜ un rapport plus grand que le rapport de ΟΑ avec ΑΝ ; le rectangle ΚΒ,ΑΝ est donc plus grand que le rectangle ΜΒ,ΑΟ, de sorte que le rectangle ΚΒ,ΑΝ a, avec le carré sur ΓΕ, un rapport plus grand que le rapport du rectangle ΜΒ,ΑΟ avec le carré sur ΓΕ.

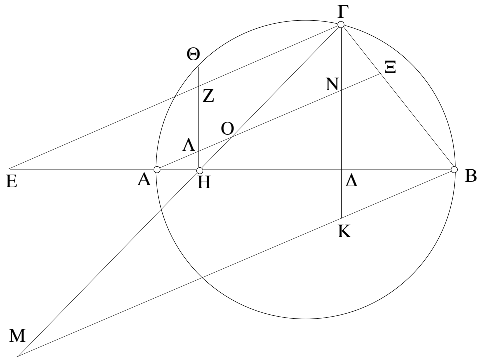


Fig. 34.3[179]

Mais le rectangle ΒΔ,ΔΑ est au carré sur ΔΕ comme le rectangle ΚΒ,ΑΝ est au carré sur ΓΕ[180], à cause de la similitude des triangles ΒΚΔ, ΕΓΔ et ΝΑΔ, et le rectangle ΒΗ,ΗΑ est au carré sur ΗΕ comme le rectangle ΜΒ,ΑΟ est au carré sur ΓΕ ; le rectangle ΒΔ,ΔΑ a donc, avec le carré sur ΔΕ, un rapport plus grand que le rapport du rectangle ΒΗ,ΗΑ avec le carré sur ΗΕ.

Par permutation, le rectangle ΒΔ,ΔΑ a donc, avec le rectangle ΑΗ,ΗΒ, un rapport plus grand que le rapport du carré sur ΔΕ avec celui sur ΕΗ. Mais le carré sur ΓΔ est à celui sur ΗΘ comme le rectangle ΒΔ,ΔΑ est au rectangle ΑΗ,ΗΒ, et le carré sur ΓΔ est à celui sur ΖΗ comme le carré sur ΔΕ est à celui sur ΕΗ ; le rapport du carré sur ΓΔ à celui sur ΘΗ est donc plus grand que le rapport du carré sur ΓΔ à celui sur ΖΗ ; ΘΗ est donc plus petite que ΖΗ, ce qui est impossible.

La droite ΕΓ ne coupe donc pas la section ; elle lui est donc tangente.

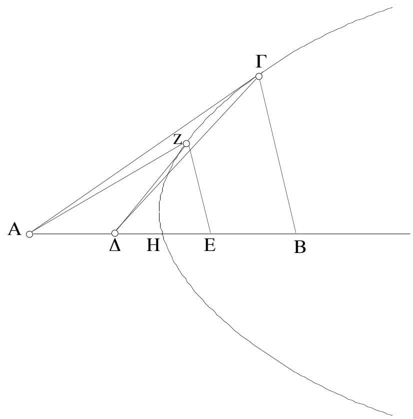
[179] Cette figure reproduit exactement celle de **V**.

[180] Voir Note complémentaire [71].

– λε′ – Ἐὰν παραβολῆς εὐθεῖα ἐφάπτηται συμπίπτουσα τῇ διαμέτρῳ ἐκτὸς τῆς τομῆς, ἡ ἀπὸ τῆς ἁφῆς εὐθεῖα ἀχθεῖσα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον ἴσην ἀπολήψεται ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς τῇ μεταξὺ αὐτῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς τομῆς οὐδεμία εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

Ἔστω παραβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ ΒΓ, καὶ ἔστω ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ ΑΓ.

Λέγω ὅτι ἡ ΑΗ ἴση ἐστὶ τῇ ΗΒ.



Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἄνισος αὐτῇ, καὶ τῇ ΑΗ ἴση κείσθω ἡ ΗΕ, καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· ἡ ΑΖ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ ΑΓ εὐθείᾳ, ὅπερ ἀδύνατον· δυεῖν γὰρ ἔσται εὐθειῶν τὰ αὐτὰ πέρατα.

Οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΗ τῇ ΗΒ· ἴση ἄρα.

Λέγω δὴ ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς τομῆς οὐδεμία εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

1 λε′ Ψ : om. V ‖ 4 αὐτῆς Ψ : αὐτῆ (lege αὐτῇ) V ‖ 7 ΑΒ V : ΗΒ Ar. ‖ 11 pr. ἡ Ψ : om. V.

– 35 – *Si une droite tangente à une parabole rencontre le diamètre à l'extérieur de la section, la droite menée du point de contact sur le diamètre de manière ordonnée découpera sur le diamètre et du côté du sommet de la section une droite égale à celle qui est découpée entre le sommet et la tangente, et il ne tombera aucune droite dans le lieu compris entre la tangente et la section.*

Soit une parabole, de diamètre ΑΒ ; que soit élevée une droite ΒΓ de manière ordonnée, et soit une tangente ΑΓ à la section.

Je dis que ΑΗ est égale à ΗΒ.

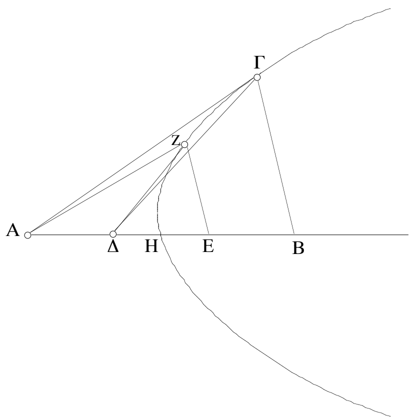


Fig. 35

Qu'elle ne lui soit pas égale, si c'est possible ; que soit placée une droite ΗΕ égale à ΑΗ ; que soit élevée une droite ΕΖ de manière ordonnée, et que soit menée une droite de jonction ΑΖ ; le prolongement de ΑΖ rencontrera donc ΑΓ[181], ce qui est impossible, puisque deux droites auront les mêmes extrémités.

ΑΗ ne sera donc pas inégale à ΗΒ ; elle lui sera donc égale.

Je dis[182] maintenant qu'aucune droite ne tombera dans le lieu compris entre la droite ΑΓ et la section.

[181] Voir Note complémentaire [72].

[182] Voir Note complémentaire [25].

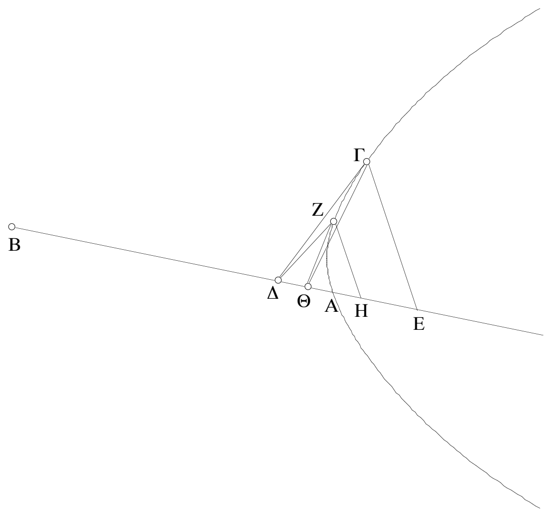
Εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω <ὡς> ἡ ΓΔ, καὶ τῇ ΗΔ ἴση κείσθω ἡ ΗΕ, καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ ΕΖ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ζ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐφάπτεται τῆς τομῆς· ἐκβαλλομένη ἄρα ἐκτὸς πεσεῖται αὐτῆς, ὥστε συμπεσεῖται τῇ ΔΓ, καὶ δυεῖν εὐθειῶν ἔσται τὰ αὐτὰ πέρατα· ὅπερ ἄτοπον.

Οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε τομῆς καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας παρεμπεσεῖται εὐθεῖα.

– λς′ – Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα συμπίπτουσα τῇ πλαγίᾳ τοῦ εἴδους πλευρᾷ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς καταχθῇ εὐθεῖα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, ἔσται ὡς ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τῷ πέρατι τῆς πλαγίας πλευρᾶς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τῷ ἑτέρῳ πέρατι τῆς πλευρᾶς, οὕτως ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῷ πέρατι τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῷ ἑτέρῳ πέρατι τῆς πλευρᾶς, ὥστε τὰς ὁμολόγους συνεχεῖς εἶναι, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς τοῦ κώνου τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ, ἐφαπτομένη δὲ ἔστω ἡ ΓΔ· καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΓΕ.

Λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΕ πρὸς ΕΑ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ.



1 ὡς add. Federspiel[1] ‖ 8 λς′ Ψ : om. V.

Qu'elle tombe comme une droite ΓΔ, si c'est possible ; que soit placée une droite ΗΕ égale à ΗΔ, et que soit élevée une droite ΕΖ de manière ordonnée ; la droite joignant les points Δ et Ζ est donc tangente à la section et son prolongement tombera à l'extérieur de la section, de sorte qu'elle rencontrera ΔΓ et que deux droites auront les mêmes extrémités, ce qui est absurde.

Il ne tombera donc pas de droite dans le lieu compris entre la section et la droite ΑΓ.

– 36 – *Si une certaine droite tangente à une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle rencontre le côté transverse de la figure, et que, du point de contact, est abaissée une droite sur le diamètre de manière ordonnée, la droite découpée du côté d'une extrémité du côté transverse par la droite abaissée sera à la droite découpée du côté de l'autre extrémité du côté transverse par la droite abaissée comme la droite découpée du côté d'une extrémité du côté transverse par la tangente est à la droite découpée du côté de l'autre extrémité du côté transverse par la tangente, de telle sorte que les droites homologues soient continues, et il ne tombera aucune autre droite dans le lieu compris entre la tangente et la section du cône.*

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, de diamètre ΑΒ ; soit une tangente ΓΔ, et que soit abaissée une droite ΓΕ de manière ordonnée.

Je dis que ΒΔ est à ΔΑ comme ΒΕ est à ΕΑ.

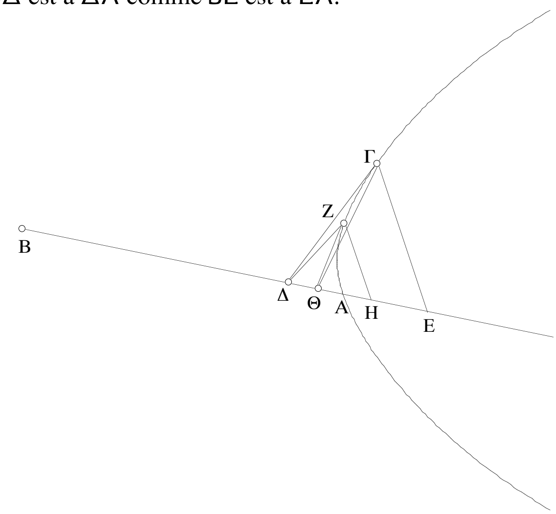
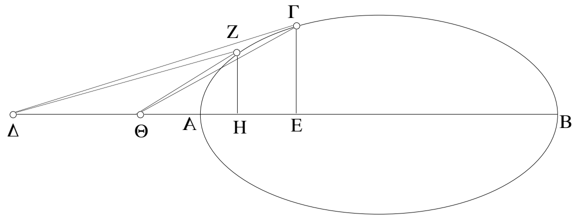


Fig. 36.1

Εἰ γὰρ μὴ ἔστιν, ἔστω ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΑ, καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ ΗΖ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ζ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐφάψεται τῆς τομῆς· ἐκβαλλομένη ἄρα συμπεσεῖται τῇ ΓΔ· δυεῖν ἄρα εὐθειῶν τὰ αὐτὰ πέρατά ἐστιν, ὅπερ ἄτοπον.

Λέγω ὅτι μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς ΓΔ εὐθείας οὐδεμία εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.



Εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ ΓΘ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΒΘ πρὸς ΘΑ, ἡ ΒΗ πρὸς ΗΑ, καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ ΗΖ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Ζ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ ΘΓ· δυεῖν ἄρα εὐθειῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔσται, ὅπερ ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε τομῆς καὶ τῆς ΓΔ εὐθείας παρεμπεσεῖται εὐθεῖα.

– λζʹ – Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὴν διάμετρον καταχθῇ εὐθεῖα τεταγμένως, ἡ ἀπολαμβανομένη εὐθεῖα ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς μετὰ μὲν τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς ἴσον περιέξει τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς, μετὰ δὲ τῆς μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης περιέξει χωρίον λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κατηγμένης τετράγωνον ὃν ἡ πλαγία πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν.

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ ΓΔ, καὶ κατήχθω τεταγμένως ἡ ΓΕ, κέντρον δὲ ἔστω τὸ Ζ.

2 ΗΖ Ψ Ar. : ΗΞ ut vid. V ‖ 8 alt. ἡ Ψ : om. V ‖ 10 ΘΓ Ψ Ar. : ΔΓ V ‖ 13 λζʹ Ψ : om. V ‖ 14 συμπίπτῃ V[1] : συμπίπτει V ‖ 18 τοῦ V[1] : τῆς V.

Si ce n'est pas le cas, que BH soit à HA comme BΔ est à ΔA, et que soit élevée une droite HZ de manière ordonnée ; la droite joignant les points Δ et Z sera donc tangente à la section et son prolongement rencontrera donc ΓΔ ; deux droites auront donc les mêmes extrémités, ce qui est absurde.

Je dis[183] qu'aucune droite ne tombera <non plus> entre la section et la droite ΓΔ.

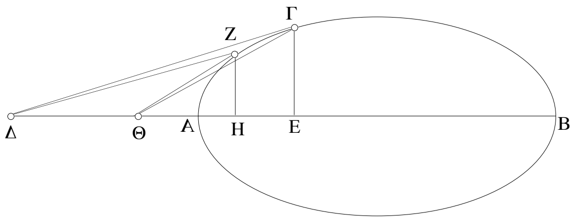


Fig. 36.2

Qu'elle tombe comme une droite ΓΘ, si c'est possible ; qu'il soit fait en sorte que BH soit à HA comme BΘ est à ΘA, et que soit élevée une droite HZ de manière ordonnée ; le prolongement de la droite joignant les points Θ et Z rencontrera donc ΘΓ ; deux droites auront donc les mêmes extrémités, ce qui est impossible.

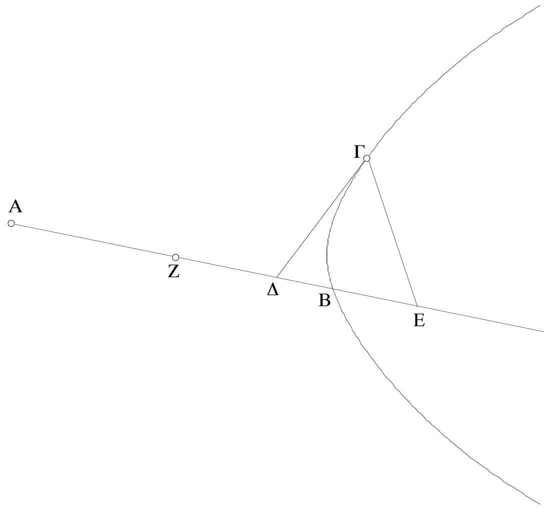
Il ne tombera donc pas de droite dans le lieu compris entre la section et la droite ΓΔ.

– 37 – *Si une droite tangente à une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle rencontre le diamètre, et que, du point de contact, est abaissée sur le diamètre une droite de manière ordonnée, la droite découpée du côté du centre de la section par la droite abaissée, avec*[184] *la droite découpée par la tangente du côté du centre de la section, comprendront une aire égale au carré sur la droite menée du centre, tandis que cette même première droite, avec la droite découpée entre la droite abaissée et la tangente, comprendront une aire dont le rapport au carré sur la droite abaissée est identique au rapport du côté transverse au côté droit.*

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, de diamètre AB ; que soit menée une tangente ΓΔ ; que soit abaissée une droite ΓE de manière ordonnée, et soit le centre Z.

[183] Voir Note complémentaire [25].
[184] Voir Note complémentaire [73].

Λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΔΖΕ τῷ ἀπὸ ΖΒ, καὶ ὡς τὸ ὑπὸ ΔΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.



Ἐπεὶ γὰρ ἐφάπτεται ἡ ΓΔ τῆς τομῆς, καὶ τεταγμένως κατῆκται ἡ ΓΕ, ἔσται ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΒ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ.

Συνθέντι ἄρα ἐστὶν ὡς συναμφότερος ἡ ΑΔΒ πρὸς ΔΒ, οὕτω συναμφότερος ἡ ΑΕΒ πρὸς ΕΒ.

Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση.

Ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς ἐροῦμεν.

Ἀλλὰ συναμφοτέρου μὲν τῆς ΑΒ, ΕΒ ἡμίσειά ἐστιν ἡ ΖΕ, τῆς δὲ ΑΒ ἡ ΖΒ· ὡς ἄρα ἡ ΖΕ πρὸς ΕΒ, ἡ ΖΒ πρὸς ΒΔ. Ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΖΒ πρὸς ΖΔ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΕΖΔ τῷ ἀπὸ ΖΒ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΒ, ἡ ΖΒ πρὸς ΒΔ, τουτέστιν ἡ ΑΖ πρὸς ΔΒ, ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΑΖ πρὸς ΖΕ, ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ. Συνθέντι <ἄρα> ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΖ, ἡ ΔΕ πρὸς ΕΒ, ὥστε τὸ ὑπὸ ΑΕΒ ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΕΔ.Ἔστι δὲ ὡς τὸ ὑπὸ ΑΕΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.

1 ΔΕΖ Canon. Ar. : ΕΔΖ V || 4 ΓΕ Canon. Ar. : Ε V || 5-6 ΑΔΒ — Α[ΕΒ Canon. (sed ΑΔ,ΔΒ et ΑΕ,ΕΒ) Ar. : om. V || 14 ἄρα add. Federspiel[1].

Je dis que le rectangle ΔZ,ZE est égal au carré sur ZB, et que le côté transverse est au côté droit comme le rectangle ΔE,EZ est au carré sur EΓ.

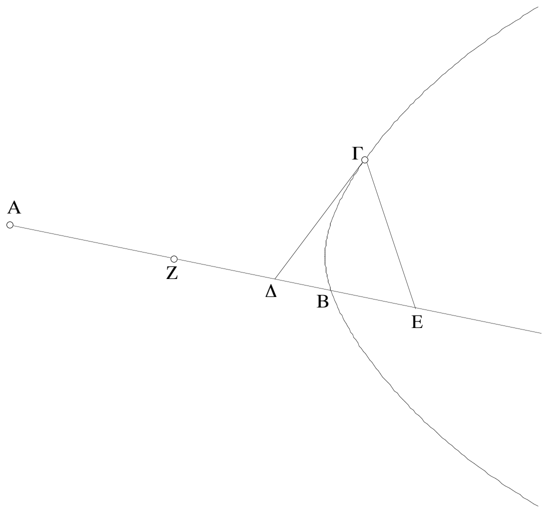


Fig. 37.1

Puisqu'une droite ΓΔ est tangente à la section et qu'une droite ΓE est abaissée de manière ordonnée, AE sera à EB comme AΔ est à ΔB.

Par composition[185], la somme[186] de AE et EB est à EB comme celle de AΔ et ΔB est à ΔB.

Ensuite, *dimidiation des antécédents*.

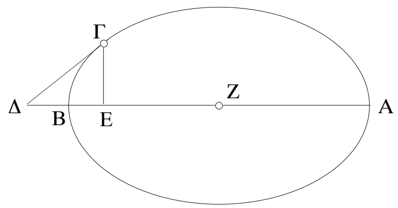
Dans le cas de l'hyperbole, nous dirons ceci.

Mais ZE est la moitié de la somme de AE et EB, et ZB est la moitié de AB ; ZB est donc à BΔ comme ZE est à EB. *Par conversion*, ZB est donc à ZΔ comme EZ est à ZB ; le rectangle EZ,ZΔ est donc égal au carré sur ZB. D'autre part, puisque ZB est à BΔ, c'est-à-dire AZ est à ΔB, comme ZE est à EB, *par permutation*, ΔB est à BE comme AZ est à ZE. *Par composition*, ΔE est <donc> à EB comme AE est à EZ, de sorte que le rectangle AE,EB est égal au rectangle ZE,EΔ ; or le côté transverse est au côté droit comme le rectangle AE,EB est au carré sur ΓE. Le côté transverse est donc aussi au côté droit comme le rectangle ZE,EΔ est au carré sur ΓE.

[185] Voir Note complémentaire [74].

[186] Nouvelle variante de l'expression de la somme de deux figures. Pour éviter de pénibles circonlocutions, je traduirai l'adjectif συναμφότερος « les deux ensemble » par « la somme de ». M. F.

Ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου.



Ἀλλὰ συναμφοτέρου μὲν τῆς ΑΔΒ ἡμίσειά ἐστιν ἡ ΔΖ, τῆς δὲ ΑΒ ἡμίσειά ἐστιν ἡ ΖΒ· ὡς ἄρα ἡ ΖΔ πρὸς ΔΒ, ἡ ΖΒ πρὸς ΒΕ. Ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΔΖΕ τῷ ἀπὸ ΒΖ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΔΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔΕΖ καὶ τῷ ἀπὸ ΖΕ, τὸ δὲ ἀπὸ ΒΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΕ· <ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΔΕΖ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΕ τῷ ὑπὸ ΑΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΖΕ.> Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΕΖ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΕΖ <λοιπῷ τῷ ὑπὸ ΑΕΒ ἴσον ἐστίν· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΕΖ> πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΑΕΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ. Ἀλλ᾽ ὡς τὸ ὑπὸ ΑΕΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.

Ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.

– λη´ – Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς εὐθεῖα καταχθῇ ἐπὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον παράλληλος τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, ἡ ἀπολαμβανομένη εὐθεῖα ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς μετὰ μὲν τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς ἴσον περιέξει τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς δευτέρας διαμέτρου τετραγώνῳ, μετὰ δὲ τῆς μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης περιέξει χωρίον λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κατηγμένης ὃν ἔχει ἡ ὀρθία τοῦ εἴδους πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν.

2 ΑΔΒ] ΑΔ,ΔΒ V || 7-8 ἴσον — ΖΕ add. Decorps-F. sec. Ar. (sed ΖΕΔ pro ΔΕΖ et ΕΖ pro ΖΕ utroque loco) || 9 λοιπῷ — ΔΕΖ add. Decorps-F. sec. Ar. (jam Mont. sed ἔσται pro ἐστίν) || 14 λη´ Ψ : om. V.

Dans le cas de l'ellipse et du cercle.

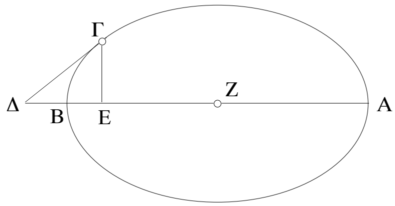


Fig. 37.2

Mais ΔZ est la moitié de la somme de AΔ et ΔB, et ZB est la moitié de AB ; ZB est donc à BE comme ZΔ est à ΔB. *Par conversion*, BZ est donc à ZE comme ΔZ est à ZB ; le rectangle ΔZ,ZE est donc égal au carré sur BZ. Mais le rectangle ΔZ,ZE est égal à la somme du rectangle ΔE,EZ et du carré sur ZE, et le carré sur BZ est égal à la somme du rectangle AE,EB et du carré sur ZE[187] ; <la somme du rectangle ΔE,EZ et du carré sur ZE, est donc égal à la somme du rectangle AE,EB et du carré sur ZE.> Que soit retranché le carré commun[188] sur EZ ; le rectangle restant ΔE,EZ <est donc égal au rectangle restant AE,EB ; le rectangle AE,EB> est donc au carré sur ΓE comme le rectangle ΔE,EZ est au carré sur ΓE. Mais le côté tranverse est au côté droit comme le rectangle AE,EB est au carré sur ΓE.

Le côté transverse est donc au côté droit comme le rectangle ΔE,EZ est au carré sur EΓ.

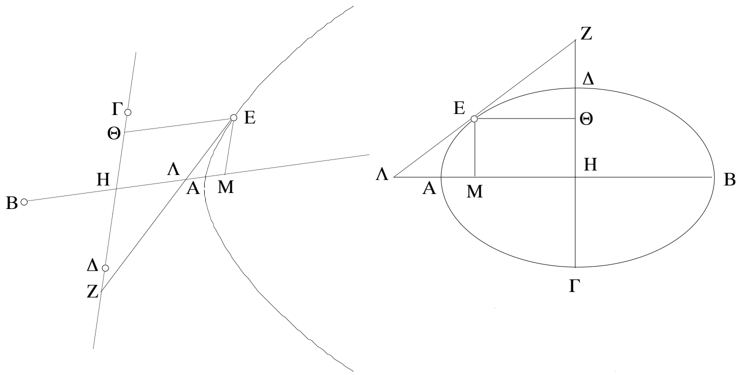
– 38 – *Si une droite tangente à une hyperbole, à une ellipse ou à une circonférence de cercle rencontre le second diamètre, et que, du point de contact, est abaissée sur ce diamètre une parallèle à l'autre diamètre, la droite découpée du côté du centre de la section par la droite abaissée, avec la droite découpée par la tangente du côté du centre de la section, comprendra une aire égale au carré sur la moitié du second diamètre, tandis que cette même première droite, avec la droite découpée entre la droite abaissée et la tangente, comprendra une aire dont le rapport au carré sur la droite abaissée est identique au rapport du côté droit au côté transverse de la figure.*

[187] Dans cette phrase, on a deux nouvelles variantes de l'expression de la somme de deux figures : καί (= « et ») sommatif et μετά (= « avec ») sommatif, qui sont rigoureusement équivalentes. Dans les deux cas, je traduis par « la somme de ». M. F.

[188] Voir Note complémentaire [75].

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος ἡ ΑΗΒ, δευτέρα δὲ διάμετρος ἡ ΓΗΔ, ἐφαπτομένη δὲ ἔστω τῆς τομῆς ἡ ΕΛΖ συμπίπτουσα τῇ ΓΔ κατὰ τὸ Ζ· παράλληλος δὲ ἔστω τῇ ΑΒ ἡ ΘΕ.

Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ ΖΗΘ τῷ ἀπὸ ΗΓ ἐστιν ἴσον, καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΗΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ, ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν.



Ἤχθω τεταγμένως ἡ ΜΕ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΗΜΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΕ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν· ἀλλ᾽ ἔστιν ὡς ἡ πλαγία <ἡ> ΒΑ πρὸς ΓΔ, ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, καὶ τὰ τέταρτα, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΗΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΗΜΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΕ, τὸ ἀπὸ ΗΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ· τὸ δὲ ὑπὸ ΗΜΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΕ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΗΜ πρὸς ΜΕ, τουτέστι πρὸς ΗΘ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΛΜ πρὸς ΜΕ.

3 ΕΛΖ edd. (jam Comm.) Ar. : ΛΖ V ‖ 5 alt. τὸ V[1] : om. V ‖ 8 tert. ἡ add. Heiberg ‖ 9 πρὸς ΓΔ Ψ : om. V ‖ 11 ὑπὸ Ψ : ἀπὸ V ‖ 14 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V.

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, de diamètre ΑΗΒ et de second diamètre ΓΗΔ ; soit une tangente ΕΛΖ à la section, rencontrant ΓΔ en un point Ζ, et soit une parallèle ΘΕ à ΑΒ.

Je dis que le rectangle ΖΗ,ΗΘ est égal au carré sur ΗΓ et que le côté droit est au côté transverse comme le rectangle ΗΘ,ΘΖ est au carré sur ΘΕ.

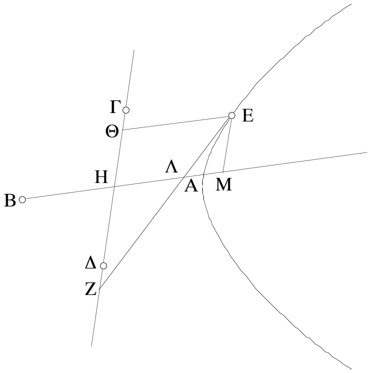


Fig. 38.1

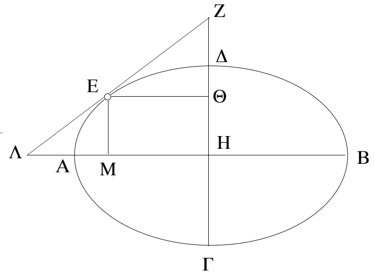


Fig. 38.2

Que soit menée de manière ordonnée une droite ΜΕ ; le côté tranverse est donc au côté droit comme le rectangle ΗΜ,ΜΛ est au carré sur ΜΕ. Mais ΓΔ est au côté droit comme le côté transverse ΒΑ est à ΓΔ ; le carré sur ΑΒ est donc aussi à celui sur ΓΔ, et le quart de ces grandeurs, c'est-à-dire le carré sur ΗΑ, est au carré sur ΗΓ comme le côté transverse est au côté droit ; le carré sur ΗΑ est donc aussi à celui sur ΗΓ comme le rectangle ΗΜ,ΜΛ est au carré sur ΜΕ ; or le rapport du rectangle ΗΜ,ΜΛ au carré sur ΜΕ est composé des rapports que ΗΜ a avec ΜΕ, c'est-à-dire avec ΗΘ, et que ΛΜ a avec ΜΕ.

Ἀνάπαλιν ἄρα ὁ τοῦ ἀπὸ ΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΜΗ, τουτέστιν ἡ ΘΗ πρὸς ΗΜ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, τουτέστιν ἡ ΖΗ πρὸς ΗΛ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΗΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΘΗ πρὸς ΗΜ καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΖΗ πρὸς ΗΛ, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΖΗΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΗΛ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΗΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΗΛ, τὸ ἀπὸ ΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ.

Καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΖΗΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ, τὸ ὑπὸ ΜΗΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ· ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ ΜΗΛ τῷ ἀπὸ ΗΑ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΖΗΘ τῷ ἀπὸ ΗΓ.

Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ ΕΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΜΛ, τὸ δὲ ἀπὸ ΕΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΜΛ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΗΜ, τουτέστιν ἡ ΘΗ πρὸς ΘΕ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, τουτέστιν ἡ ΖΗ πρὸς ΗΛ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΘΕ, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΖΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ, ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ, ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων δεικτέον ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ μεταξὺ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τοῦ πέρατος τῆς δευτέρας διαμέτρου ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ κατηγμένῃ πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τοῦ ἑτέρου πέρατος τῆς δευτέρας διαμέτρου, ἡ μεταξὺ τοῦ ἑτέρου πέρατος καὶ τῆς κατηγμένης πρὸς τὴν μεταξὺ τοῦ ἑτέρου πέρατος καὶ τῆς κατηγμένης.

Ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΖΗΘ τῷ ἀπὸ ΗΓ, τουτέστι τῷ ὑπὸ ΓΗΔ — ἴση γὰρ ἡ ΓΗ τῇ ΗΔ —, τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΗΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΗΔ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΗΔ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΘ.

Καὶ ἀναστρέψαντι ὡς ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ. Καὶ τὰ διπλᾶ τῶν ἡγουμένων· ἔστι δὲ διπλασία τῆς ΗΖ συναμφότερος ἡ ΓΖΔ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΓΗ τῇ ΗΔ, τῆς δὲ ΗΓ διπλασία ἡ ΓΔ· ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΓΖΔ πρὸς ΖΔ, ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ. Καὶ διελόντι ὡς ἡ ΓΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1 τοῦ Ψ : om. V ‖ τὸ Ψ : om. V ‖ 2 alt. ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V ‖ 5 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V ‖ 12 τὸ δὲ — ΗΜΛ Ψ Ar. : om. V ‖ 19 δευτέρας Canon. : om. V ‖ 20-21 τοῦ ἑτέρου πέρατος Canon. : om. V ‖ 24 ΖΗΘ Canon. Ar. : ΖΘΗ V ‖ 27 ΗΖ [ΖΗ c] c Ψ Ar. : Ζ V ‖ 29 ΓΖΔ] ΓΖ,ΖΔ V ‖ ἡ ΓΔ Ψ Ar. : ΗΔ V.

Par inversion, le rapport du carré sur ΓΗ à celui sur ΗΑ est donc composé des rapports que ΕΜ a avec ΜΗ, c'est-à-dire que ΘΗ a avec ΗΜ, et que ΕΜ a avec ΜΛ, c'est-à-dire que ΖΗ a avec ΗΛ ; le carré sur ΗΓ à celui sur ΗΑ a donc un rapport composé des rapports que ΘΗ a avec ΗΜ et que ΖΗ a avec ΗΛ, qui est identique à celui que le rectangle ΖΗ,ΗΘ a avec le rectangle ΜΗ,ΗΛ ; le carré sur ΓΗ est donc à celui sur ΗΑ comme le rectangle ΖΗ,ΗΘ est au rectangle ΜΗ,ΗΛ.

Par permutation, le rectangle ΜΗ,ΗΛ est donc aussi au carré sur ΗΑ comme le rectangle ΖΗ,ΗΘ est au carré sur ΓΗ ; or le rectangle ΜΗ,ΗΛ est égal au carré sur ΗΑ ; le rectangle ΖΗ,ΗΘ est donc égal au carré sur ΗΓ.

De même, puisque le carré sur ΕΜ est au rectangle ΗΜ,ΜΛ comme le côté droit est au côté transverse, et que le carré sur ΕΜ a avec le rectangle ΗΜ,ΜΛ un rapport composé des rapports que ΕΜ a avec ΗΜ, c'est-à-dire que ΘΗ a avec ΘΕ, et que ΕΜ a avec ΜΛ, c'est-à-dire que ΖΗ a avec ΗΛ, c'est-à-dire que ΖΘ a avec ΘΕ, qui est identique à celui que le rectangle ΖΘ,ΘΗ a avec le carré sur ΘΕ, alors le côté droit est au côté transverse comme le rectangle ΖΘ,ΘΗ est au carré sur ΘΕ.

Les mêmes hypothèses étant conservées[189], il faut démontrer que la droite découpée entre une extrémité du second diamètre et la droite abaissée est à la droite découpée entre l'autre extrémité et la droite abaissée comme la droite découpée entre la tangente et l'extrémité du second diamètre du côté de la droite abaissée est à la droite découpée entre la tangente et l'autre extrémité du second diamètre.

Puisque le rectangle ΖΗ,ΗΘ est égal au carré sur ΗΓ, c'est-à-dire le rectangle ΓΗ,ΗΔ, car ΓΗ est égale à ΗΔ, le rectangle ΖΗ,ΗΘ est donc égal au rectangle ΓΗ,ΗΔ ; ΓΗ est donc à ΗΘ comme ΖΗ est à ΗΔ.

Par conversion, ΗΓ est à ΓΘ comme ΗΖ est à ΖΔ. *Par duplication des antécédents*, la somme de ΓΖ et ΖΔ est égale au double de ΗΖ à cause de l'égalité de ΓΗ et de ΗΔ, et ΓΔ est le double de ΗΓ ; ΔΓ est donc à ΓΘ comme la somme de ΓΖ et ΖΔ est à ΖΔ. *Par division*, ΔΘ est à ΘΓ comme ΓΖ est à ΖΔ, ce qu'il fallait démontrer.

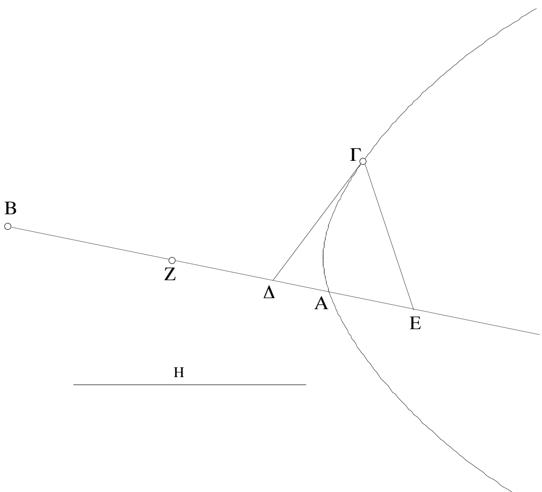
[189] Voir Note complémentaire [76].

Φανερὸν δὴ ἐκ τῶν εἰρημένων ὅτι ἡ ΕΖ ἐφάπτεται τῆς τομῆς, ἐάν τε ἴσον ᾖ τὸ ὑπὸ ΖΗΘ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΓ, ἐάν τε λόγον ἔχῃ τὸ ὑπὸ ΖΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ τὸν εἰρημένον· δειχθήσεται γὰρ ἀντιστρόφως.

– λθʹ – Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῷ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς καταχθῇ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, ἥτις ἂν ληφθῇ τῶν δύο εὐθειῶν ὧν ἐστιν ἡ μὲν μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς, ἡ δὲ μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης, ἕξει πρὸς αὐτὴν ἡ κατηγμένη τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἑτέρα τῶν δύο εὐθειῶν πρὸς τὴν κατηγμένην καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ εἴδους ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν.

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ αὐτῆς τὸ Ζ· καὶ ἐφαπτομένη ἤχθω τῆς τομῆς ἡ ΓΔ, καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΓΕ.

Λέγω ὅτι ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ἑτέραν τῶν ΖΕ, ΕΔ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἑτέρα τῶν ΖΕ, ΕΔ πρὸς τὴν ΕΓ.



3 ΖΘΗ edd. Ar. : ΗΘΖ Canon. ΖΗΘ V ‖ 5 λθʹ Ψ : om. V ‖ 7 δύο] βʹ V ‖ 11 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V ‖ 17 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V.

Il est évident par ce qui a été dit que la droite ΕΖ est tangente à la section, à condition que le rectangle ΖΗ,ΗΘ soit égal au carré sur ΗΓ et que le rectangle ΗΘ,ΘΖ ait au carré sur ΘΕ le rapport que l'on a dit. La démonstration procèdera dans l'ordre inverse.

– 39 – *Si une droite tangente à une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle rencontre le diamètre, et que, du point de contact, une droite est abaissée sur le diamètre de manière ordonnée, la droite abaissée aura avec l'une quelconque des deux droites dont l'une est découpée entre la droite abaissée et le centre de la section et l'autre entre la droite abaissée et la tangente, un rapport composé des rapports que l'autre de ces deux droites a avec la droite abaissée et que le côté droit de la figure a avec le côté transverse.*

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, de diamètre ΑΒ et de centre Ζ ; que soit menée une tangente ΓΔ à la section, et que soit abaissée une droite ΓΕ de manière ordonnée.

Je dis que ΓΕ a avec l'une des droites ΖΕ et ΕΔ un rapport composé des rapports que le côté droit a avec le côté tranverse et que l'autre des droites ΖΕ et ΕΔ a avec ΕΓ.

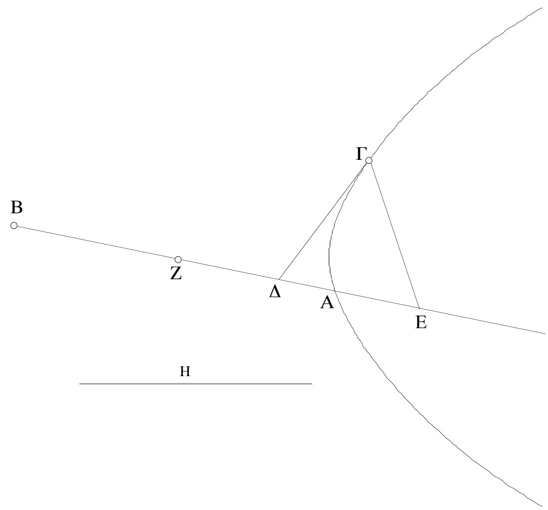
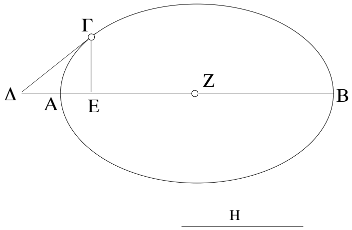


Fig. 39.1



Ἔστω γὰρ ἴσον τὸ ὑπὸ ΖΕΔ τῷ ὑπὸ ΕΓ,Η.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΖΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἴσον δέ ἐστι τὸ ὑπὸ ΖΕΔ τῷ ὑπὸ ΓΕ,Η, ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΕ,Η πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, τουτέστιν ἡ Η πρὸς ΕΓ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.

Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΖΕΔ τῷ ὑπὸ ΓΕ,Η, ἔστιν ὡς ἡ ΕΖ πρὸς ΕΓ, ἡ Η πρὸς ΕΔ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΓΕ πρὸς Η καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ Η πρὸς ΕΔ, ἀλλ᾽ ἔστιν ὡς μὲν ἡ ΓΕ πρὸς Η, ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ὡς δὲ ἡ Η πρὸς ΕΔ, ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΓΕ ἄρα πρὸς ΕΔ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν καὶ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ.

– μʹ – Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς καταχθῇ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον παράλληλος τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, ἥτις ἂν ληφθῇ τῶν δύο εὐθειῶν ὧν ἐστιν ἡ μὲν μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς, ἡ δὲ μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης, ἕξει πρὸς αὐτὴν ἡ κατηγμένη τὸν συγκειμένον λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἑτέρα τῶν δύο εὐθειῶν πρὸς τὴν κατηγμένην.

1 ΕΓ,Η] ΕΓΗ V ‖ 3 τῷ ὑπὸ ΓΕ,Η [ΕΓ,Η Ψ] Ψ Ar. : om. V ‖ 4 ΓΕ,Η] ΓΕΗ V ‖ 6 ΓΕ,Η Ψ Ar. : ΓΕΔ V ‖ 10 ΕΔ Canon. Ar. : ΔΕ Ψ ΔΕΔ V ‖ 13 μʹ Ψ : om. V ‖ 18 ἕξει Canon. : om. V ‖ 19 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ.

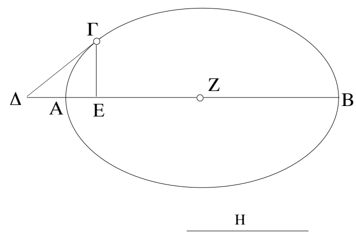


Fig. 39.2

Que le rectangle ZE,EΔ soit égal à un rectangle EΓ,H.

Puisque le côté transverse est au côté droit comme le rectangle ZE,EΔ est au carré sur ΓE et que le rectangle ZE,EΔ est égal au rectangle ΓE,H, alors le côté transverse est au côté droit comme le rectangle ΓE,H est au carré sur ΓE, c'est-à-dire comme H est à EΓ.

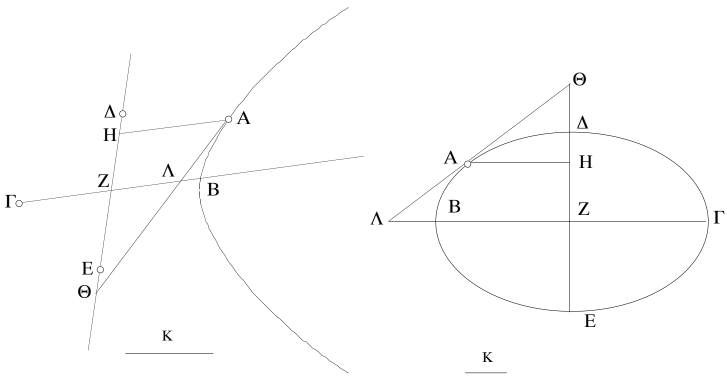
Puisque le rectangle ZE,EΔ est égal au rectangle ΓE,H, H est à EΔ comme EZ est à EΓ.

Puisque ΓE a avec EΔ un rapport composé des rapports que ΓE a avec H et que H a avec EΔ, que, d'autre part, le côté droit est au côté transverse comme ΓE est à H et que ZE est à EΓ comme H est à EΔ, alors ΓE a avec EΔ un rapport composé des rapports que le côté droit a avec le côté transverse et que ZE a avec EΓ.

– 40 – *Si une droite tangente à une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle rencontre le second diamètre, et que, du point de contact, est abaissée sur ce diamètre une parallèle à l'autre diamètre, la droite abaissée aura avec l'une quelconque des deux droites dont l'une est découpée entre la droite abaissée et le centre de la section et l'autre entre la droite abaissée et la tangente, un rapport composé des rapports que le côté transverse a avec le côté droit et que l'autre de ces deux droites a avec la droite abaissée.*

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ ΑΒ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΒΖΓ, δευτέρα δὲ ἡ ΔΖΕ· καὶ ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ ΘΛΑ, καὶ τῇ ΒΓ παράλληλος ἡ ΑΗ.

Λέγω ὅτι ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ἑτέραν τῶν ΘΗ, ΖΗ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ ἡ ἑτέρα τῶν ΘΗ, ΖΗ πρὸς τὴν ΗΑ.



Ἔστω τὸ ὑπὸ ΘΗΖ ἴσον τὸ ὑπὸ ΗΑ, Κ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ὑπὸ ΘΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ, τῷ δὲ ὑπὸ ΘΗΖ ἴσον τὸ ὑπὸ ΗΑ,Κ, καὶ τὸ ὑπὸ ΗΑ,Κ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ, τουτέστιν ἡ Κ πρὸς ΑΗ, ἔστιν ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΗ πρὸς ΗΖ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΗ πρὸς Κ καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς ΗΖ, ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΗΑ πρὸς Κ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ὡς δὲ ἡ Κ πρὸς ΗΖ, ἡ ΘΗ πρὸς ΗΑ διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ ΘΗΖ τῷ ὑπὸ ΑΗ, Κ, ἡ ΑΗ ἄρα πρὸς ΗΖ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΗΘ πρὸς ΗΑ.

3 ΒΓ Ψ Ar. : ΑΓ V ‖ 7 ΘΗΖ Ψ Ar. : ΘΖΗ V ‖ 13 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V ‖ 17 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V.

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle ΑΒ, de diamètre ΒΖΓ et de second diamètre ΔΖΕ ; que soient menées une tangente ΘΛΑ ainsi qu'une parallèle ΑΗ à ΒΓ.

Je dis que ΑΗ a avec l'une des droites ΘΗ et ΖΗ un rapport composé des rapports que le côté transverse a avec le côté droit et que l'autre des droites ΘΗ et ΖΗ a avec ΗΑ.

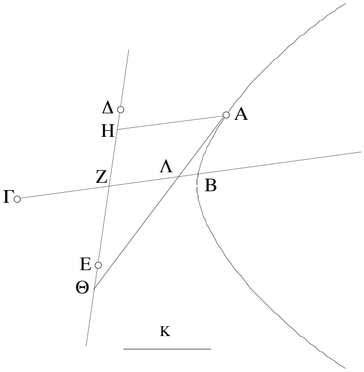


Fig. 40.1

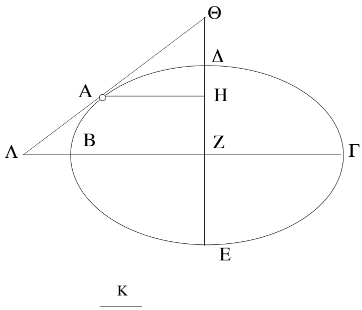


Fig. 40.2

Que le rectangle ΘΗ,ΗΖ soit égal à un rectangle ΗΑ,Κ.

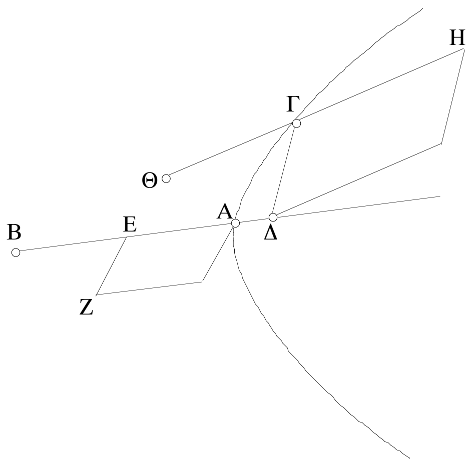
Puisque le rectangle ΘΗ,ΗΖ est au carré sur ΗΑ comme le côté droit est au côté transverse, et que le rectangle ΗΑ,Κ est égal au rectangle ΘΗ,ΗΖ, alors le rectangle ΗΑ,Κ est aussi au carré sur ΗΑ, c'est-à-dire Κ est à ΑΗ, comme le côté droit est au côté transverse.

Puisque ΑΗ a avec ΗΖ un rapport composé des rapport que ΑΗ a avec Κ et que Κ a avec ΗΖ, que, d'autre part, le côté transverse est au côté droit comme ΗΑ est à Κ, et que ΘΗ est à ΗΑ comme Κ est à ΗΖ à cause de l'égalité des rectangles ΘΗ,ΗΖ et ΑΗ,Κ, alors ΑΗ a avec ΗΖ un rapport composé des rapports que le côté transverse a avec le côté droit et que ΗΘ a avec ΗΑ.

– μαʹ – Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερείᾳ εὐθεῖα καταχθῇ τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, καὶ ἀπό τε τῆς τεταγμένης καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἀναγραφῇ εἴδη παραλληλόγραμμα ἰσογώνια, ἔχῃ δὲ ἡ κατηγμένη πλευρὰ πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἴδους πλευρὰν τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐκ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἴδους πλευρὰν καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ εἴδους τῆς τομῆς ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τοῦ κέντρου καὶ τῆς κατηγμένης εἶδος τὸ ὅμοιον τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου εἴδει ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς κατηγμένης εἴδους τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου εἴδει, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς κατηγμένης εἴδους ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου εἴδει.

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Ε· καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΓΔ, καὶ ἀπὸ τῶν ΕΑ, ΓΔ ἰσογώνια εἴδη ἀναγεγράφθω τὰ ΑΖ, ΔΗ, καὶ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΓΗ τὸν συγκείμενον ἐχέτω λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΕ πρὸς ΕΖ καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν.

Λέγω ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ εἶδος τὸ ὅμοιον τῷ ΑΖ ἴσον ἐστὶ τοῖς ΑΖ, ΗΔ, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ ὅμοιον τῷ ΑΖ μετὰ τοῦ ΗΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΖ.



1 μαʹ Ψ : om. V ‖ 6 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V ‖ 17 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V.

– 41 – *Si, dans une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, une droite est abaissée sur le diamètre de manière ordonnée, que, sur la droite ordonnée et sur la droite menée du centre, sont construites des figures parallélogrammes équiangles, et que la droite abaissée a avec l'autre côté du premier parallélogramme un rapport composé des rapports que la droite menée du centre a avec l'autre côté du second parallélogramme et que le côté droit a avec le côté transverse de la figure de la section, la figure construite sur la droite découpée entre le centre et la droite abaissée et qui est semblable à la figure construite sur la droite menée du centre est, dans le cas de l'hyperbole, plus grande que la figure construite sur la droite abaissée de la figure construite sur la droite menée du centre ; dans le cas de l'ellipse et de la circonférence de cercle, la somme de cette figure et de la figure construite sur la droite abaissée est égale à la figure construite sur la droite menée du centre*.

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, de diamètre ΑΒ et de centre Ε ; que soit abaissée une droite ΓΔ de manière ordonnée ; que, sur les droites ΕΑ et ΓΔ, soient construites des figures équiangles ΑΖ et ΔΗ, et que ΓΔ ait avec ΓΗ un rapport composé des rapports que ΑΕ a avec ΕΖ et que le côté droit a avec le côté transverse.

Je dis que, dans le cas de l'hyperbole, la figure construite sur ΕΔ et semblable à la figure ΑΖ est égale à la somme des figures ΑΖ et ΗΔ, et que, dans le cas de l'ellipse et du cercle, la somme de la figure construite sur ΕΔ et semblable à ΑΖ, et de la figure ΗΔ, est égale à la figure ΑΖ.

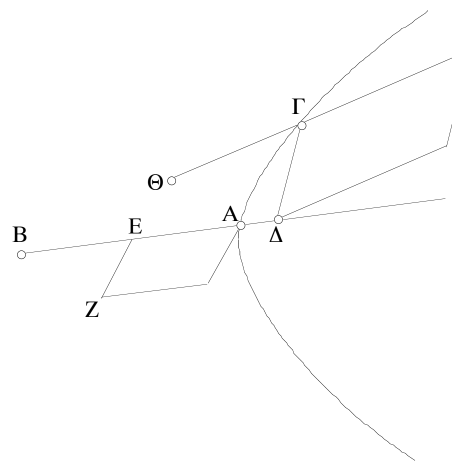
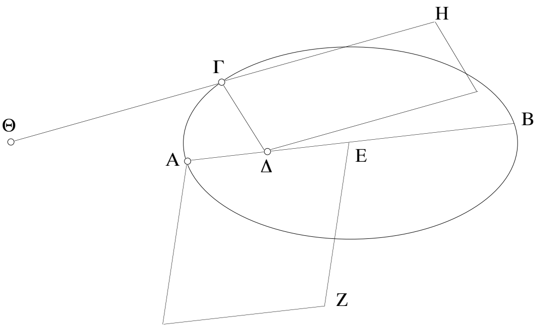


Fig. 41.1[190]

[190] Dans **V**, les deux figures de l'hyperbole et de l'ellipse ont le côté ΓΗ parallèle au diamètre.



Πεποίησθω γὰρ ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ, ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ἀλλ᾽ ὡς <μὲν> ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΓΘ, ὡς δὲ ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ ΔΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΑ, ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΔΑ τῷ ὑπὸ ΔΓΘ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΓ πρὸς ΓΗ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΕ πρὸς ΕΖ καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τουτέστιν ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ, ἔτι δὲ ἡ ΔΓ πρὸς ΓΗ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΘΓ πρὸς ΓΗ, ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΕ πρὸς ΕΖ καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ λόγῳ ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΘΓ πρὸς ΓΗ.

Κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ τῆς ΓΔ πρὸς ΓΘ· λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΖ λόγος λοιπῷ τῷ τῆς ΘΓ πρὸς ΓΗ λόγῳ ἐστὶν ὁ αὐτός· ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΘΓ πρὸς ΓΗ, τὸ ὑπὸ ΘΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΓΔ, ὡς δὲ ἡ ΑΕ πρὸς ΕΖ, τὸ ἀπὸ ΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΖ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΘΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΓΔ, τὸ ἀπὸ ΕΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΖ· τὸ δὲ ὑπὸ ΘΓΔ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΒΔΑ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΔΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΓΔ, τὸ ἀπὸ ΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΖ.

3 μὲν add. Decorps-F. ‖ 9 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V ‖ 10-11 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V ‖ 12 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V.

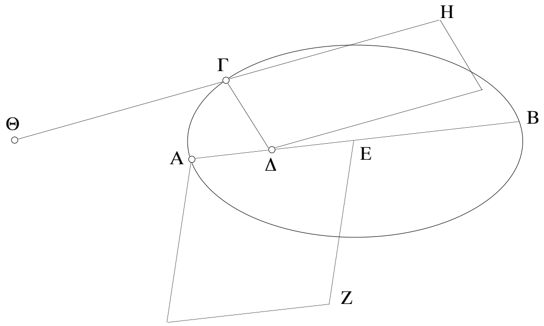


Fig. 41.2

Qu'il soit fait en sorte que ΔΓ soit à ΓΘ comme le côté droit est au côté transverse.

Puisque le côté droit est au côté transverse comme ΔΓ est à ΓΘ, que, d'autre part, le carré sur ΔΓ est au rectangle ΔΓ,ΓΘ comme ΔΓ est à ΓΘ et que le carré sur ΔΓ est au rectangle BΔ,ΔA comme le côté droit est au côté transverse, alors le rectangle BΔ,ΔA est égal au rectangle ΔΓ,ΓΘ.

Puisque le rapport de ΔΓ à ΓH est composé des rapports de AE à EZ et du côté droit au côté transverse, c'est-à-dire de ΔΓ à ΓΘ, et qu'en outre ΔΓ a avec ΓH un rapport composé des rapports que ΔΓ a avec ΓΘ et que ΘΓ a avec ΓH, alors le rapport composé des rapports que AE a avec EZ et que ΔΓ a avec ΓΘ est identique au rapport composé des rapports que ΔΓ a avec ΓΘ et que ΘΓ a avec ΓH.

Que soit retranché le rapport commun de ΓΔ à ΓΘ ; le rapport restant de AE à EZ est donc identique au rapport restant de ΘΓ à ΓH. Mais le rectangle ΘΓ,ΓΔ est au rectangle HΓ,ΓΔ comme ΘΓ est à ΓH, et le carré sur AE est au rectangle AE,EZ comme AE est à EZ ; le carré sur EA est donc au rectangle AE,EZ comme le rectangle ΘΓ,ΓΔ est au rectangle HΓ,ΓΔ ; or on a démontré que le rectangle ΘΓ,ΓΔ était égal au rectangle BΔ,ΔA ; le carré sur AE est donc au rectangle AE,EZ comme le rectangle BΔ,ΔA est au rectangle HΓ,ΓΔ.

Ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ ΒΔΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΕ, τὸ ὑπὸ ΗΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΖ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΗΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΖ, τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΑ· ἰσογώνια γάρ ἐστι καὶ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν τῆς ΗΓ πρὸς ΑΕ καὶ τῆς ΓΔ πρὸς ΕΖ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΔΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, τὸ ΗΔ πρὸς ΑΖ.

Λεκτέον τοίνυν ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς· [ὡς πάντα πρὸς πάντα, ἓν πρὸς ἓν] ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΔΑ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, οὕτω τὰ ΗΔ, ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΕΔ εἶδος τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον τῷ ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖ· ὡς ἄρα τὰ ΗΔ, ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΕΔ εἶδος ὅμοιον τῷ ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖ. Τὸ ἀπὸ ΕΔ ἄρα εἶδος τὸ ὅμοιον τῷ ΑΖ ἴσον ἐστὶ τοῖς ΗΔ, ΑΖ.

Ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας ἐροῦμεν· ἐπεὶ οὖν ὡς ὅλον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΕ πρὸς ὅλον τὸ ΑΖ, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ ΑΔΒ πρὸς ἀφαιφεθὲν τὸ ΔΗ, καὶ λοιπόν ἐστι πρὸς λοιπόν, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον· ἀπὸ δὲ τοῦ ἀπὸ ΕΑ ἐὰν ἀφαιρεθῇ τὸ ὑπὸ ΒΔΑ, λοιπόν ἐστι τὸ ἀπὸ ΔΕ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν ἣν ὑπερέχει τὸ ΑΖ τοῦ ΔΗ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΑΖ· ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΑΖ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ εἶδος ὅμοιον τῷ ΑΖ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν ἣν ὑπερέχει τὸ ΑΖ τοῦ ΔΗ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ εἶδος τὸ ὅμοιον τῷ ΑΖ. Ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ εἶδος ὅμοιον τῷ ΑΖ τῇ ὑπεροχῇ ἣν ὑπερέχει τὸ ΑΖ τοῦ ΔΗ· μετὰ τοῦ ΔΗ <ἄρα> ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΖ.

6-7 ὡς — ἓν del. Mont. vide adn. || 8 τουτέστι — ΕΑ Ψ : iter. V (ΕΔ pro ΔΕ in repetitione) || 12 ΕΔ Ψ Ar. : ΕΖ V || 17 ἄρα Mont. : ἄρα οὖν V || 18 alt. τὸ Ψ : τοῦ V || alt. ΑΖ c v Ψ : α ΑΖ V || 23 ante μετὰ add. τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ ἄρα εἶδος τὸ ὅμοιον τῷ ΑΖ Ψ || ἄρα add. Heiberg.

Par permutation, le rectangle ΗΓ,ΓΔ est au rectangle ΑΕ,ΕΖ comme le rectangle ΒΔ,ΔΑ est au carré sur ΑΕ ; or le parallélogramme ΔΗ est au parallélogramme ΖΑ comme le rectangle ΗΓ,ΓΔ est au rectangle ΑΕ,ΕΖ, puisque ces parallélogrammes sont équiangles et qu'ils ont un rapport composé de ceux des côtés ΗΓ à ΑΕ et ΓΔ à ΕΖ[191] ; le parallélogramme ΗΔ est donc aussi au parallélogramme ΑΖ comme le rectangle ΒΔ,ΔΑ est au carré sur ΕΑ.

Dans le cas de l'hyperbole[192], il faut dire ceci. [*L'un est à l'un comme le tout est au tout*][193], la somme des figures ΗΔ et ΑΖ est donc à la figure ΑΖ comme la somme du rectangle ΒΔ,ΔΑ et du carré sur ΑΕ est au carré sur ΑΕ, c'est-à-dire comme le carré sur ΔΕ[194] est à celui sur ΕΑ ; or la figure ΕΔ semblable et construite semblablement à la figure ΑΖ est à la figure ΑΖ comme le carré sur ΕΔ est à celui sur ΕΑ[195] ; la figure construite sur ΕΔ et semblable à la figure ΑΖ est donc à la figure ΑΖ comme les figures ΗΔ et ΑΖ sont à la figure ΑΖ. – La figure construite sur ΕΔ et semblable à la figure ΑΖ est donc égale aux figures ΗΔ et ΑΖ.

Dans le cas de l'ellipse et de la circonférence de cercle, nous dirons ceci. Dès lors, puisque le rectangle retranché ΑΔ,ΔΒ est à la figure retranchée ΔΗ comme le carré entier sur ΑΕ est à la figure entière ΑΖ, le reste est aussi au reste comme le tout est au tout ; or, si du carré sur ΕΑ est retranché le rectangle ΒΔ,ΔΑ, le reste est le carré sur ΔΕ[196] ; le carré sur ΑΕ est donc à la figure ΑΖ comme le carré sur ΔΕ est à l'excès de la figure ΑΖ sur la figure ΔΗ. Mais le carré sur ΔΕ est à la figure construite sur ΔΕ[197] et semblable à la figure ΑΖ comme le carré sur ΑΕ est à la figure ΑΖ ; le carré sur ΔΕ est donc à la figure construite sur ΔΕ et semblable à ΑΖ comme le carré sur ΔΕ est à l'excès de la figure ΑΖ sur la figure ΔΗ. – La figure construite sur ΔΕ et semblable à la figure ΑΖ est donc égale à l'excès de la figure ΑΖ sur la figure ΔΗ ; la somme de la figure sur ΔΕ et de la figure ΔΗ est <donc> égale à la figure ΑΖ.

[191] *Éléments*, VI.23. Voir Note complémentaire [77].

[192] La seule autre occurrence dans le texte des *Coniques* de l'emploi de la particule τοίνυν (elle est ici une variante de δή) se trouve dans le problème I.52. Elle n'appartient pas à la langue euclidienne ; une seule attestation a été relevée par M. Federspiel (*Élém.* I.21).

[193] L'opération démontrée dans *Éléments*, V.12 est invoquée par erreur. C'est le nom de l'opération par *composition* (συνθέντι) qu'il faut ici restituer.

[194] *Éléments*, II.6.

[195] *Éléments*, VI.20.

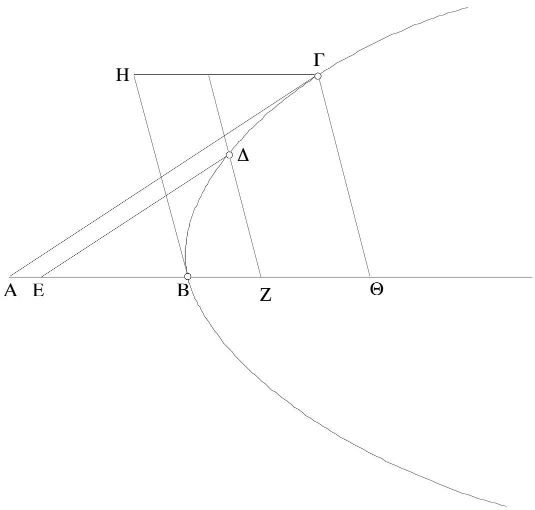
[196] *Éléments*, II.5.

[197] *Éléments*, VI.20.

– μβʹ – Ἐὰν παραβολῆς εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς εὐθεῖα καταχθῇ ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, ληφθέντος δέ τινος ἐπὶ τῆς τομῆς σημείου καταχθῶσιν ἐπὶ τὴν διάμετρον δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν ἀπὸ τῆς ἁφῆς κατηγμένην, τὸ γινόμενον ὑπ᾽ αὐτῶν τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ παραλληλογράμμῳ ὑπό τε τῆς ἀπὸ τῆς ἁφῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς παραλλήλου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς.

Ἔστω παραβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ ΑΓ, καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΓΘ· καὶ ἀπό τινος σημείου τυχόντος τοῦ Δ κατήχθω ἡ ΔΖ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ τῇ ΑΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΖ ἡ ΓΗ, διὰ δὲ τοῦ Β τῇ ΘΓ ἡ ΒΗ.

Λέγω ὅτι τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΗΖ παραλληλογράμμῳ.



Ἐπεὶ γὰρ τῆς τομῆς ἐφάπτεται ἡ ΑΓ, καὶ τεταγμένως κατῆκται ἡ ΓΘ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΘ· διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΘ τῆς ΘΒ· τὸ ΑΘΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον.

1 μβʹ Ψ : om. V ‖ παραβολῆς Savil. : παραβολῆ (lege παραβολῇ) V ‖ 3 ἐπὶ τῆς V^{1sl} : om. V ‖ 11 pr. τοῦ Δ Ψ Ar. : om. V ‖ 17 ΘΒ Ψ Ar. : ΤΘΒ V.

– 42 – *Si une droite tangente à une parabole rencontre le diamètre, que, du point de contact, une droite est abaissée sur le diamètre de manière ordonnée, et que, d'un certain point pris sur la section, sont abaissées sur le diamètre deux parallèles, l'une à la tangente, l'autre à la droite abaissée du point de contact, le triangle formé par ces droites est égal au parallélogramme compris par la droite abaissée du point de contact et par la droite découpée du côté du sommet de la section par la parallèle à la droite abaissée*[198].

Soit une parabole, de diamètre ΑΒ ; que soit menée une tangente ΑΓ à la section ; que soit abaissée une droite ΓΘ de manière ordonnée ; que, d'un point quelconque Δ, soit abaissée[199] une droite ΔΖ, et que, par Δ, soit menée une parallèle ΔΕ à ΑΓ, par Γ, une parallèle ΓΗ à ΒΖ et, par Β, une parallèle ΒΗ à ΘΓ.

Je dis que le triangle ΔΕΖ est égal au parallélogramme ΗΖ.

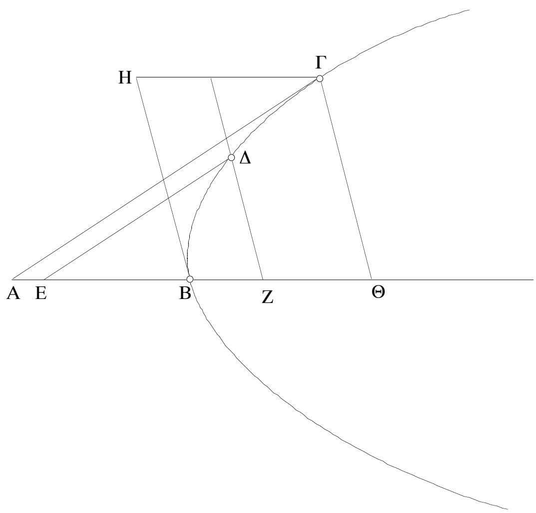


Fig. 42

Puisqu'une droite ΑΓ est tangente à la section et qu'une droite ΓΘ est abaissée de manière ordonnée, ΑΒ est égale à ΒΘ[200] ; ΑΘ est donc double de ΘΒ ; le triangle ΑΘΓ est donc égal au parallélogramme ΒΓ[201].

[198] Voir Note complémentaire [78].
[199] Sous-entendre « de manière ordonnée ».
[200] Prop. 35.
[201] *Éléments*, I.41.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΖ διὰ τὴν τομήν, ἀλλ᾽ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ, τὸ ΑΓΘ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΔΖ τρίγωνον, ὡς δὲ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΖ, τὸ ΗΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΗΖ παραλληλόγραμμον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΓΘ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΔΖ τρίγωνον, τὸ ΘΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΗ παραλληλόγραμμον.

Ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΘΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΓ παραλληλόγραμμον, τὸ ΕΔΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΖ παραλληλόγραμμον· ἴσον δὲ τὸ ΑΓΘ τρίγωνον τῷ ΗΘ παραλληλογράμμῳ.

Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΔΖ τρίγωνον τῷ ΗΖ παραλληλογράμμῳ.

– μγ′ – Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῷ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς καταχθῇ εὐθεῖα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, καὶ ταύτῃ διὰ τῆς κορυφῆς παράλληλος ἀχθῇ συμπίπτουσα τῇ διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένῃ εὐθείᾳ, ληφθέντος δέ τινος σημείου ἐπὶ τῆς τομῆς ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον ὧν ἡ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν ἀπὸ τῆς ἁφῆς κατηγμένην, τὸ γινόμενον ὑπ᾽ αὐτῶν τρίγωνον ἐπὶ τῆς ὑπερβολῆς οὗ ἀποτέμνει <πρὸς τῷ κέντρῳ> τριγώνου ἡ παρὰ τὴν ἀπὸ τῆς ἁφῆς κατηγμένην ἔλασσον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῷ ὁμοίῳ τῷ ἀποτεμνομένῳ, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μετὰ τοῦ ἀποτεμνομένου πρὸς τῷ κέντρῳ τριγώνου ἴσον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ ἀποτεμνομένῳ.

4 πρὸς — παραλληλόγραμμον Ψ Ar. : om. V ‖ 6 πρὸς Ψ : τῆς πρὸς V ‖ 8-9 pr. τὸ [οὕτω τὸ Ψ] — παραλληλόγραμμον Ψ Ar. : om. V ‖ 12 μγ′ Ψ : om. V ‖ 19 πρὸς τῷ κέντρῳ add. Federspiel[1] ‖ 20 ἡ Ψ : ἢ V ‖ παρὰ — κατηγμένην Federspiel[1] vide adn : διὰ τοῦ κέντρου καὶ τῆς ἁφῆς V ‖ τῷ Ψ : τοῦ V.

Puisque ΘB est à BZ comme le carré sur ΓΘ est à celui sur ΔZ à cause de la section[202], que, d'autre part, le triangle AΓΘ est au triangle EΔZ comme le carré sur ΓΘ est au carré sur ΔZ[203], et que le parallélogramme HΘ est au parallélogramme HZ comme ΘB est à BZ[204], alors le parallélogramme ΘH est au parallélogramme ZH comme le triangle AΓΘ est au triangle EΔZ.

Par permutation, le triangle EΔZ est donc au parallélogramme HZ comme le triangle AΘΓ est au parallélogramme BΓ ; or le triangle AΓΘ est égal au parallélogramme HΘ.

Le triangle EΔZ est donc égal au parallélogramme HZ[205].

– 43[206] – *Si une droite tangente à une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle rencontre le diamètre, que, du point de contact, est abaissée une droite sur le diamètre de manière ordonnée, que, par le sommet, est menée une parallèle à cette droite, rencontrant la droite passant par le point de contact et par le centre, et que, d'un certain point pris sur la section, sont menées jusqu'au diamètre deux parallèles, l'une à la tangente, l'autre à la droite abaissée du point de contact, le triangle formé par ces droites sera, dans le cas de l'hyperbole, plus petit que le triangle découpé <du côté du centre> par la parallèle à la droite abaissée du point de contact*[207]*, du triangle construit sur la droite menée du centre et semblable au triangle découpé ; dans le cas de l'ellipse et de la circonférence de cercle, la somme de ce même triangle et du triangle découpé du côté du centre sera égale au triangle construit sur la droite menée du centre et semblable au triangle découpé.*

202 Voir *supra*, note 150.

203 *Éléments*, VI.20.

204 *Éléments*, VI.1.

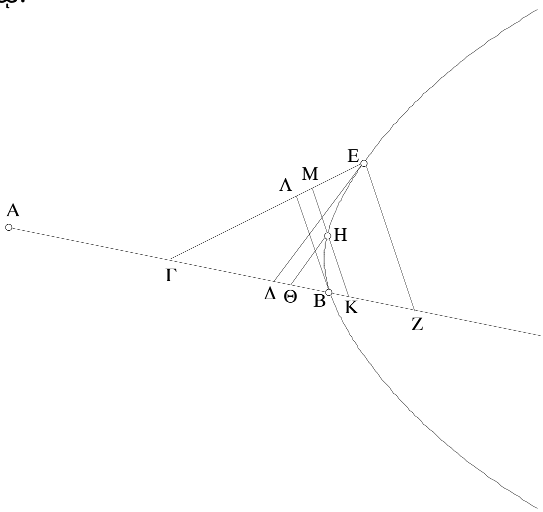
205 Notons ici que **V** transmet bien la figure de la proposition 42 telle que l'avait éditée Eutocius, avec « le point Δ en deçà du point Γ ». Voir Note complémentaire [79].

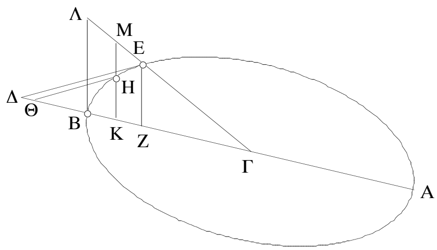
206 Voir Note complémentaire [80].

207 Voir Note complémentaire [81].

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Γ· καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΕ, καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΕΖ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Η, καὶ τῇ ἐφαπτομένῃ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ, καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΗΚ, διὰ δὲ τοῦ Β τεταγμένως ἀνήχθω ἡ ΒΛ.

Λέγω ὅτι τὸ ΚΜΓ τρίγωνον τοῦ ΓΛΒ τριγώνου διαφέρει τῷ ΗΚΘ τριγώνῳ.





Ἐπεὶ γὰρ ἐφάπτεται μὲν ἡ ΕΔ, κατηγμένη δέ ἐστιν ἡ ΕΖ, ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς ΓΖ πρὸς ΖΕ καὶ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν πλαγίαν· ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΕΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, ὡς δὲ ἡ ΓΖ πρὸς ΖΕ, ἡ ΓΒ πρὸς ΒΛ· ἕξει ἄρα ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ τὸν

5 ΗΚ Heiberg : ΗΚΜ V Ar. ‖ 7 τοῦ Ψ : τῷ V ‖ τῷ c Ψ : τῶν V.

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, de diamètre ΑΒ et de centre Γ; que soit menée une tangente ΔΕ à la section ; que soit menée une droite de jonction ΓΕ ; que soit abaissée une droite ΕΖ de manière ordonnée ; que soit pris un certain point Η sur la section ; qu'une parallèle ΗΘ soit menée à la tangente ; que soit abaissée une droite ΗΚ de manière ordonnée, et que, par Β, soit élevée une droite ΒΛ de manière ordonnée.

Je dis que le triangle ΚΜΓ diffère d'avec le triangle ΓΛΒ du triangle ΗΚΘ.

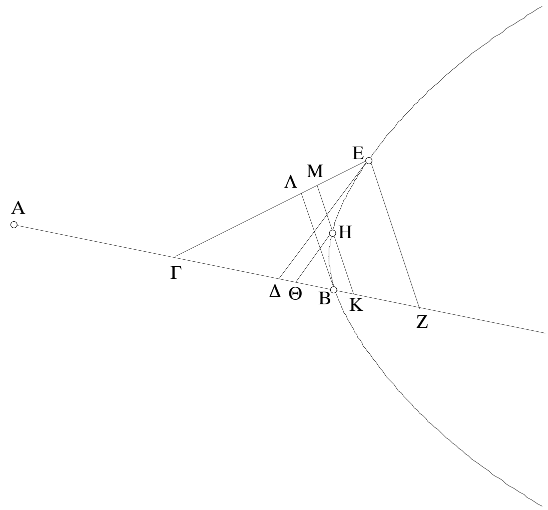


Fig. 43.1

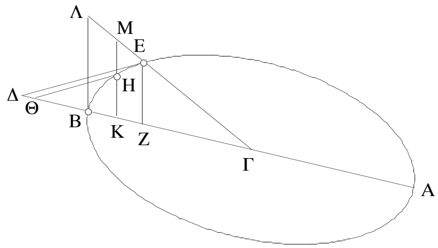


Fig. 43.2[208]

[208] Voir Note complémentaire [82].

συγκείμενον λόγον ἐκ τοῦ τῆς ΒΓ πρὸς ΒΛ καὶ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν πλαγίαν. Καὶ διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ τεσσαρακοστῷ πρώτῳ θεωρήματι τὸ ΓΚΜ τρίγωνον τοῦ ΒΓΛ τριγώνου διαφέρει τῷ ΗΘΚ· καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν διπλασίων αὐτῶν παραλληλογράμμων <τὰ> αὐτὰ δέδεικται.

– μδʹ – Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς καταχθῇ τις εὐθεῖα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, καὶ ταύτῃ διὰ τῆς κορυφῆς τῆς ἑτέρας τομῆς παράλληλος ἀχθῇ συμπίπτουσα τῇ διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένῃ εὐθείᾳ, ληφθέντος δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς οὗ ἔτυχε σημείου καταχθῶσι δύο εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον ὧν ἡ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν κατηγμένην ἀπὸ τῆς ἁφῆς τεταγμένως, τὸ γινόμενον ὑπʼ αὐτῶν τρίγωνον οὗ ἀποτέμνει τριγώνου ἡ κατηγμένη πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς ἔλασσον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ ἀποτεμνομένῳ.

Ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ ΑΖ, ΒΕ, διάμετρος δὲ αὐτῶν ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Γ· καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς ΖΑ τομῆς τοῦ Ζ ἐφαπτομένη ἤχθω τῆς τομῆς ἡ ΖΗ, τεταγμένως δὲ ἡ ΖΟ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ καὶ ἐκβεβλήσθω ὡς ἡ ΓΕ, καὶ διὰ τοῦ Β τῇ ΖΟ παράλληλος ἡ ΒΛ· καὶ εἰλήφθω σημεῖόν τι ἐπὶ τῆς ΒΕ τομῆς τὸ Ν, καὶ ἀπὸ τοῦ Ν τεταγμένως κατήχθω ἡ ΝΘ, τῇ δὲ ΖΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΝΚ.

Λέγω ὅτι τὸ ΝΘΚ τρίγωνον τοῦ ΓΜΘ τριγώνου ἔλασσόν ἐστι τῷ ΓΒΛ τριγώνῳ.

5 τὰ add. Mont. (*eadem* jam Memus) ‖ 6 μδʹ Ψ : om. V ‖ 7 ἀπὸ V[1] : ὑπὸ V ‖ 11 δύο Canon. : om. V ‖ 15 ἐκ τοῦ Ψ : om. V ‖ 18 Ζ]Ο V : *Θ* Ar. ut semper in prop. ‖ 19 ἡ ΓΖ καὶ ἐκβεβλήσθω Ψ : iter. V ‖ 20 εἰλήφθω Canon. : om. V ‖ 21 Ν]Θ V : *O* Ar. ut semper in prop. ‖ 23 ΝΘΚ [*NOK* Ar.] Canon. Ar. : ΘΚΝ Ψ edd. ΘΚ V.

Puisqu'une droite ΕΔ est une tangente et qu'une droite ΕΖ est une droite abaissée[209], ΕΖ a avec ΖΔ un rapport composé des rapports de ΓΖ à ΖΕ et du côté droit au côté transverse[210]. Mais ΗΚ est à ΚΘ comme ΕΖ est à ΖΔ, et ΓΒ est à ΒΛ comme ΓΖ est à ΖΕ ; ΗΚ aura donc avec ΚΘ un rapport composé des rapports de ΒΓ à ΒΛ et du côté droit au côté transverse. En vertu de ce qui a été démontré à la proposition 41[211], le triangle ΓΚΜ diffère d'avec le triangle ΒΓΛ du triangle ΗΘΚ, car on a démontré la même chose pour les parallélogrammes qui sont doubles des triangles.

– 44 – *Si une droite tangente à l'une de deux opposées rencontre le diamètre, que, du point de contact, est abaissée une certaine droite sur le diamètre de manière ordonnée, que, par le sommet de l'autre section, est menée une parallèle à cette droite et qu'elle rencontre la droite passant par le point de contact et par le centre, et que, d'un point quelconque pris sur la section, sont abaissées sur le diamètre <deux> parallèles, l'une à la tangente, l'autre à la droite abaissée du point de contact, le triangle formé par ces droites sera plus petit que le triangle découpé du côté du centre de la section par la troisième droite abaissée du triangle construit sur la droite menée du centre et semblable au triangle découpé.*

Soient des opposées ΑΖ et ΒΕ, de diamètre ΑΒ et de centre Γ ; que, d'un certain point Ζ pris parmi les points qui sont sur la section ΖΑ, soit menée une tangente ΖΗ à la section ; que soit abaissée une droite ΖΟ[212] de manière ordonnée ; que soit menée une droite de jonction ΓΖ et qu'elle soit prolongée comme une droite ΓΕ ; que, par Β, soit menée une parallèle ΒΛ à ΖΟ ; que soit pris un certain point Ν sur la section ΒΕ ; que, de Ν, soit abaissée une droite ΝΘ de manière ordonnée, et que soit menée une parallèle ΝΚ à ΖΗ.

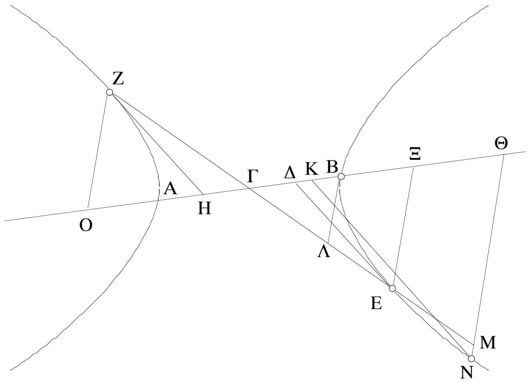
Je dis que le triangle ΝΘΚ est plus petit que le triangle ΓΜΘ du triangle ΓΒΛ.

[209] Sous-entendre « de manière ordonnée ». C'est une des formes abrégées de l'expression. M. F.

[210] Prop. 39.

[211] Voir Note complémentaire [83].

[212] Le pied de l'ordonnée est désigné par la lettre Θ dans le commentaire d'Eutocius de la proposition ainsi que dans la traduction arabe.



Διὰ γὰρ τοῦ Ε τῆς ΒΕ τομῆς ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ ΕΔ, τεταγμένως δὲ ἡ ΕΞ.

Ἐπεὶ οὖν ἀντικείμεναί εἰσιν αἱ ΖΑ, ΒΕ ὧν διάμετρος ἡ ΑΒ, ἡ δὲ διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΖΓΕ, καὶ ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν αἱ ΖΗ, ΕΔ, τῇ ΖΗ παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΕ· ἡ δὲ ΝΚ παράλληλός ἐστι τῇ ΖΗ· καὶ τῇ ΕΔ ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ ΝΚ, ἡ δὲ ΜΘ τῇ ΒΛ.

Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ ΒΕ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Γ, ἐφαπτομένη δὲ τῆς τομῆς ἡ ΔΕ, τεταγμένως δὲ ἡ ΕΞ, καὶ τῇ ΕΞ παράλληλός ἐστιν ἡ ΒΛ, καὶ εἴληπται ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ Ν ἀφ᾿ οὗ τεταγμένως μὲν κατῆκται ἡ ΝΘ, παράλληλος δὲ ἦκται τῇ ΔΕ ἡ ΚΝ, τὸ ἄρα ΝΘΚ τρίγωνον τὸ ΘΜΓ τριγώνου ἔλασσόν ἐστι τῷ ΓΒΛ τριγώνῳ· τοῦτο γὰρ ἐν τῷ μγʹ θεωρήματι δέδεικται.

– μεʹ – Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς καταχθῇ τις εὐθεῖα ἐπὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον παράλληλος τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἀχθῇ, ληφθέντος δὲ οὗ ἔτυχεν ἐπὶ τῆς τομῆς σημείου ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν δευτέραν διάμετρον ὧν ἡ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ

TEST. : 3-5 ἐπεὶ — ΔΕ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 264, 4-7).

2 ΕΞ Ψ Ar. : ΕΖ V ‖ 4 ΖΓΕ Ψ Ar. EUT. (W) : ΖΕΓ V ‖ 6 ἄρα Ψ : om. V ‖ 8 pr. ἡ c v Ψ : ἑ V ‖ 12 ΓΒΛ Halley (vide Ar.) : ΒΓΛ Ψ ΓΒ,ΓΛ V ‖ 13 μεʹ Ψ : om. V ‖ 14 τῇ δευτέρᾳ c v Ψ : iter. V (in extr. et pr. fol.) ‖ 16 ἀχθῇ Federspiel[1] : ἐκβληθῇ V.

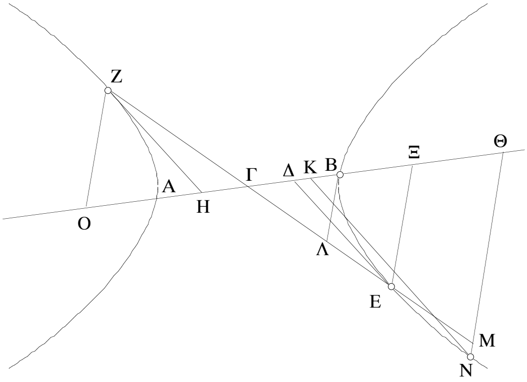


Fig. 44

Que, par E, soit menée une tangente EΔ à la section BE et que soit menée une droite EΞ de manière ordonnée.

Dès lors, puisque les sections ZA et BE sont des opposées, de diamètre AB, ayant une droite ZΓE passant par le centre et des droites ZH et EΔ tangentes aux sections, ΔE est parallèle à ZH[213]. Or NK est parallèle à ZH ; NK est donc aussi parallèle à EΔ et MΘ à BΛ.

Dès lors, puisque BE est une hyperbole, de diamètre AB et de centre Γ, ayant une droite ΔE tangente à la section et une droite EΞ menée de manière ordonnée, que BΛ est une parallèle à EΞ , qu'est pris sur la section un point N d'où est abaissée une droite NΘ de manière ordonnée et est menée une parallèle KN à ΔE, alors le triangle NΘK est plus petit que le triangle ΘMΓ du triangle ΓBΛ en vertu de la démonstration de la proposition 43.

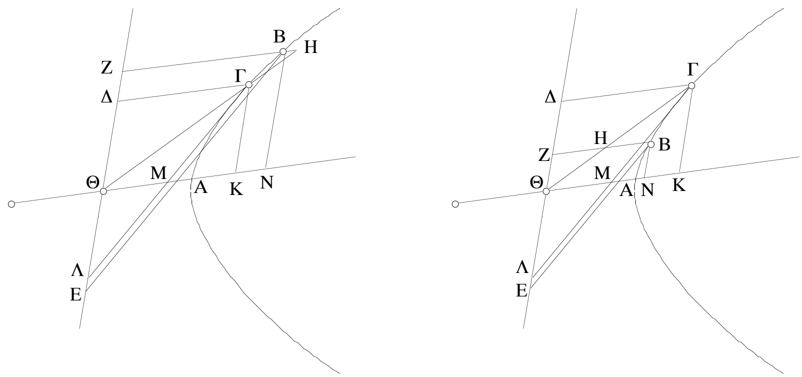
– 45 – *Si une droite tangente à une hyperbole, à une ellipse ou à une circonférence de cercle rencontre le second diamètre, que, du point de contact, est abaissée sur ce même diamètre une certaine droite parallèle à l'autre diamètre, que, par le point de contact et le centre est menée une droite, et que, d'un point quelconque pris sur la section, sont menées jusqu'au second diamètre deux parallèles, l'une à la tangente, l'autre à la droite abaissée, le triangle formé par ces droites sera, dans le cas de l'hyperbole, plus grand que le triangle découpé du côté du centre par la parallèle à la droite abaissée, du triangle dont la base est la tangente et dont le sommet est le centre de la section ; dans le cas de l'ellipse et du cercle, la somme du premier triangle et du triangle découpé sera égale au triangle dont la tangente est la base et dont le centre de la section est le sommet.*

[213] Voir Note complémentaire [84].

τὴν κατηγμένην, τὸ γινόμενον ὑπ᾽ αὐτῶν τρίγωνον οὗ ἀποτέμνει τριγώνου ἡ <παρὰ τὴν> κατηγμένην πρὸς τῷ κέντρῳ, ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μεῖζον ἔσται τῷ τριγώνῳ οὗ βάσις μὲν ἡ ἐφαπτομένη, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς τομῆς, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου μετὰ τοῦ ἀποτεμνομένου ἴσον ἔσται τῷ τριγώνῳ οὗ βάσις μὲν ἡ ἐφαπτομένη, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς τομῆς.

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ ΑΒΓ ἧς διάμετρος μὲν ἡ ΑΘ, δευτέρα δὲ ἡ ΘΔ, κέντρον δὲ τὸ Θ· καὶ ἐφαπτέσθω μὲν ἡ ΓΜΛ κατὰ τὸ Γ, ἤχθω δὲ ἡ ΓΔ παρὰ τὴν ΑΘ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΘΓ ἐκβεβλήσθω· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς τυχὸν σημεῖον τὸ Β, καὶ ἀπὸ τοῦ Β ἤχθωσαν αἱ ΒΕ, ΒΖ παρὰ τὰς ΛΓ, ΓΔ.

Λέγω ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς τὸ ΒΕΖ τρίγωνον τοῦ ΗΘΖ μεῖζόν ἐστι τῷ ΛΓΘ, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου μετὰ τοῦ ΖΗΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ΓΛΘ.



Ἤχθωσαν γὰρ αἱ ΓΚ, ΒΝ παρὰ τὴν ΔΘ.

Ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ ΓΜ, κατῆκται δὲ ἡ ΓΚ, ἡ ΓΚ πρὸς ΚΘ τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΜΚ πρὸς ΚΓ καὶ τοῦ ὃν ἔχει τοῦ εἴδους ἡ ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν· ὡς δὲ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΓ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΛ· ἡ ΓΚ ἄρα πρὸς ΚΘ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΛ καὶ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν πλαγίαν· καὶ ἔστι τὸ ΓΔΛ τρίγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΚΘ εἶδος, τὸ δὲ ΓΚΘ, τουτέστι τὸ ΓΔΘ, τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ, τουτέστι τῆς ΔΘ.

1 τρίγωνον Canon. : δι᾽ V ‖ 2 παρὰ τὴν add. Federspiel[1] ‖ κατηγμένην Federspiel[1] : κατηγμένη V ‖ 9 ἐφαπτέσθω μὲν ἡ ΓΜΛ Federspiel[1] : ἡ μὲν ΓΜΛ ἐφαπτέσθω V ‖ ἤχθω δὲ ἡ ΓΔ Federspiel[1] : ἡ δὲ ΓΔ ἤχθω V.

Soit une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle ΑΒΓ, de diamètre ΑΘ, de second diamètre ΘΔ et de centre Θ ; que soit menée une tangente ΓΜΛ en un point Γ ; que soit menée une parallèle ΓΔ à ΑΘ ; que soit menée une droite de jonction ΘΓ et qu'elle soit prolongée ; que soit pris sur la section un point quelconque Β, et que, de Β, soient menées des parallèles ΒΕ et ΒΖ à ΛΓ et à ΓΔ.

Je dis que, dans le cas de l'hyperbole, le triangle ΒΕΖ est plus grand que le triangle ΗΘΖ du triangle ΛΓΘ, et que, dans le cas de l'ellipse et du cercle, la somme du triangle ΒΕΖ et du triangle ΖΗΘ, est égale au triangle ΓΛΘ.

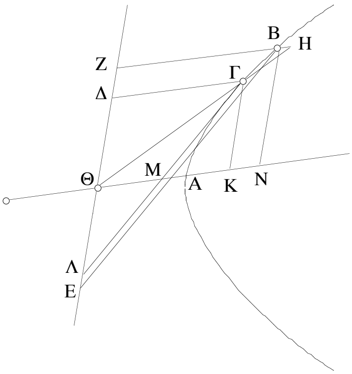


Fig. 45.1

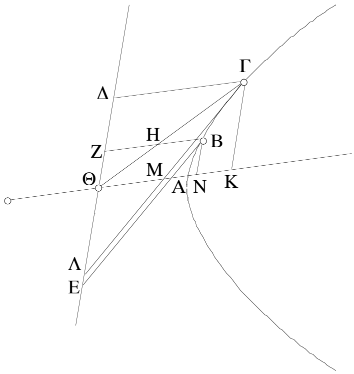
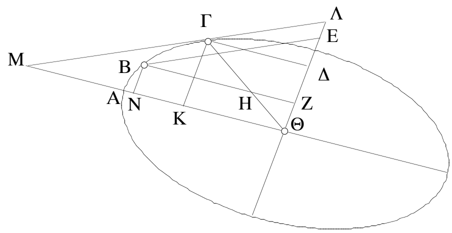


Fig. 45.2

Que soient menées des parallèles ΓΚ et ΒΝ à ΔΘ.

Dès lors, puisqu'est menée une tangente ΓΜ et qu'est abaissée une droite ΓΚ, ΓΚ a avec ΚΘ un rapport composé des rapports que ΜΚ a avec ΚΓ et que côté droit de la figure a avec le côté transverse[214] ; or ΓΔ est à ΔΛ comme ΜΚ est à ΚΓ[215] ; ΓΚ a donc avec ΚΘ un rapport composé des rapports de ΓΔ à ΔΛ et du côté droit au côté transverse ; d'autre part, le triangle ΓΔΛ est la figure construite sur ΚΘ, et le triangle ΓΚΘ, c'est-à-dire le triangle ΓΔΘ, est la figure construite sur ΓΚ, c'est-à-dire sur ΔΘ.

214 Prop. 39.
215 *Éléments*, VI.4.



Τὸ ΓΔΛ ἄρα τρίγωνον τὸ ΓΚΘ ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μεῖζόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς ΑΘ τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ ΓΔΛ, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου τὸ ΓΔΘ μετὰ τοῦ ΓΔΛ ἴσον ἐστὶ τῷ αὐτῷ· καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν διπλασίων αὐτῶν τοῦτο ἐδείχθη ἐν τῷ τεσσαρακοστῷ πρώτῳ θεωρήματι.

Ἐπεὶ οὖν τὸ ΓΔΛ τρίγωνον τὸ ΓΚΘ ἤτοι τοῦ ΓΔΘ διαφέρει τῷ ἀπὸ τῆς ΑΘ τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ ΓΔΛ, διαφέρει δὲ καὶ τῷ ΓΘΛ τριγώνῳ, ἴσον ἄρα τὸ ΓΘΛ τρίγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΘ ὁμοίῳ τῷ ΓΔΛ τριγώνῳ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΒΖΕ τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ ΓΔΛ, τὸ δὲ ΗΖΘ τῷ ΓΔΘ, τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει· καὶ ἔστι τὸ μὲν ΒΖΕ τὸ ἀπὸ τῆς ΝΘ <τῆς> μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τοῦ κέντρου, τὸ δὲ ΗΖΘ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΝ κατηγμένης, τουτέστι τῆς ΖΘ. Καὶ διὰ τὰ δεδειγμένα πρότερον τὸ ΒΖΕ τοῦ ΗΘΖ διαφέρει τῷ ἀπὸ τῆς ΑΘ ὁμοίῳ τῷ ΓΔΛ, ὥστε καὶ τῷ ΓΛΘ.

– μς´ – Ἐὰν παραβολῆς εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, ἡ ἀπὸ τῆς ἁφῆς παράλληλος ἀγομένη τῇ διαμέτρῳ ἐπὶ ταὐτὰ τῇ τομῇ τὰς ἀγομένας ἐν τῇ τομῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην δίχα τέμνει.

5 θεωρήματι c v Ψ : θεωηρήματι V ‖ 11 alt. τὸ Canon. : om. V ‖ 12 τῆς add. Federspiel[3] ‖ 15 ΓΔΛ Ψ : *ΛΔΓ*Ar. ΓΔΔ V ‖ 16 μς´ Ψ : om. V ‖ 17 ἀπὸ Decorps-F. sec. Ar. : διὰ V ‖ 18 ταὐτὰ Ψ : ταῦτα V.

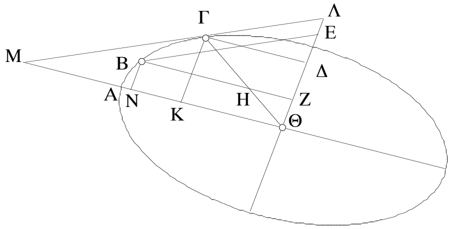


Fig. 45.3[216]

Dans le cas de l'hyperbole, le triangle ΓΔΛ est donc plus grand que le triangle ΓΚΘ du triangle construit sur ΑΘ et semblable au triangle ΓΔΛ ; dans le cas de l'ellipse et du cercle, la somme du triangle ΓΔΘ et du triangle ΓΔΛ, est égale au même triangle ; en effet, cela a été démontré pour les doubles de ces triangles à la proposition 41.

Dès lors, puisque le triangle ΓΔΛ diffère d'avec le triangle ΓΚΘ, c'est-à-dire d'avec le triangle ΓΔΘ, du triangle construit sur ΑΘ et semblable au triangle ΓΔΛ, et qu'il diffère aussi du triangle ΓΘΛ, alors le triangle ΓΘΛ est égal au triangle construit sur ΑΘ et semblable au triangle ΓΔΛ.

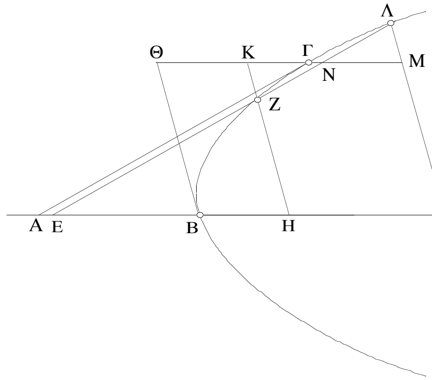
Dès lors, puisque le triangle ΒΖΕ est semblable au triangle ΓΔΛ et que le triangle ΗΖΘ est semblable au triangle ΓΔΘ, alors ils auront le même rapport ; d'autre part, le triangle BZE est construit sur ΝΘ, qui est découpée entre la droite abaissée et le centre, et le triangle ΗΖΘ est construit sur la droite abaissée ΒΝ, c'est-à-dire sur ΖΘ. En vertu de ce qui a été démontré précédemment, le triangle ΒΖΕ diffère d'avec le triangle ΗΘΖ du triangle construit sur ΑΘ et semblable à ΓΔΛ, et par conséquent du triangle ΓΛΘ.

– 46 – *Si une droite tangente à une parabole rencontre le diamètre, la parallèle au diamètre menée du point de contact du côté de la section coupe en deux parties égales les parallèles menées dans la section à la tangente.*

[216] Voir Note complémentaire [85].

Ἔστω παραβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒΔ· καὶ ἐφαπτέσθω τῆς τομῆς ἡ ΑΓ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΘΓΜ· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς τυχὸν σημεῖον τὸ Λ, καὶ ἤχθω τῇ ΑΓ παράλληλος ἡ ΛΝΖΕ.

Λέγω ὅτι ἐστὶν ἴση ἡ ΛΝ τῇ ΝΖ.



Ἤχθωσαν τεταγμένως αἱ ΒΘ, ΚΖΗ, ΛΜΔ.

Ἐπεὶ οὖν διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ τεσσαρακοστῷ δευτέρῳ θεωρήματι ἴσον ἐστὶ τὸ ΕΛΔ τρίγωνον τῷ ΒΜ παραλληλογράμμῳ, τὸ δὲ ΕΖΗ τῷ ΒΚ, λοιπὸν ἄρα τὸ ΗΜ παραλληλόγραμμον λοιπῷ τῷ ΛΖΗΔ τετραπλεύρῳ ἐστὶν ἴσον. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΜΔΗΖΝ πεντάπλευρον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΖΝ τρίγωνον τῷ ΛΜΝ ἴσον ἐστίν. Καὶ ἔστι παράλληλος ἡ ΚΖ τῇ ΛΜ.

Ἴση ἄρα ἡ ΖΝ τῇ ΛΝ.

– μζʹ – Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἀχθῇ ἐπὶ ταὐτὰ τῇ τομῇ, δίχα τεμεῖ τὰς ἀγομένας ἐν τῇ τομῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην.

6 ΚΖΗ Ψ : *ΗΖΚ* Ar. ΖΗΚ V ‖ ΛΜΔ edd. (jam Comm.) : *ΔΜΛ* Ar. ΛΜ V ‖ 11 ΜΔΗΖΝ Ψ Ar. : ΜΔΗΖΗ V ‖ 12 ΛΜ Ψ Ar. : ΛΝ V ‖ 14 μζʹ Ψ : om. V ‖ 16 ταὐτὰ Ψ : ταῦτα V.

Soit une parabole, de diamètre ΑΒΔ ; que soit menée une tangente ΑΓ à la section ; que, par Γ, soit menée une parallèle ΘΓΜ à ΑΔ ; que soit pris sur la section un point quelconque Λ, et que soit menée une parallèle ΛΝΖΕ à ΑΓ.

Je dis que ΛΝ est égale à ΝΖ.

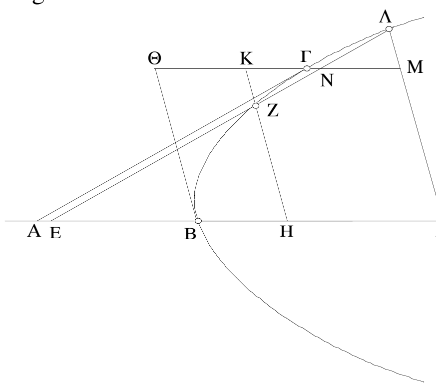


Fig. 46

Que soient menées des droites ΒΘ, ΚΖΗ et ΛΜΔ de manière ordonnée.

Dès lors, puisque, en vertu de ce qui a été démontré à la proposition 42, le triangle ΕΛΔ est égal au parallélogramme ΒΜ et que le triangle ΕΖΗ est égal au parallélogramme ΒΚ, le parallélogramme restant ΗΜ est égal au quadrilatère restant ΛΖΗΔ. Que soit retranché le pentagone commun ΜΔΗΖΝ ; le triangle restant ΚΖΝ est donc égal au triangle ΛΜΝ ; d'autre part, ΚΖ est parallèle à ΛΜ.

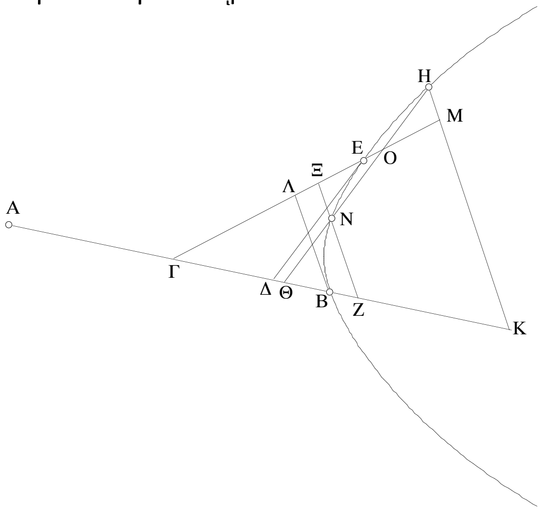
ΖΝ est donc égale à ΛΝ[217].

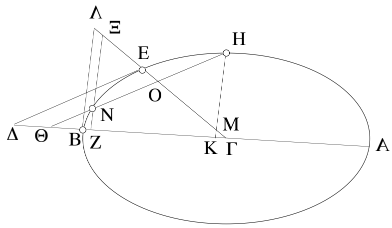
– 47 – *Si une droite tangente à une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle rencontre le diamètre, et que, par le point de contact et le centre, est menée une droite du côté de la section, elle coupera en deux parties égales les parallèles à la tangente menées dans la section.*

[217] *Éléments*, VI.22.

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος μὲν ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Γ· καὶ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἤχθω ἡ ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΕ καὶ ἐκβεβλήσθω· καὶ εἰλήφθω τυχὸν ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ Ν, καὶ διὰ τοῦ Ν τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΘΝΟΗ.

Λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΝΟ τῇ ΟΗ.





Ἤχθωσαν γὰρ τεταγμένως αἱ ΞΝΖ, ΒΛ, ΗΜΚ.

Διὰ τὰ δεδειγμένα ἄρα ἐν τῷ μγʹ θεωρήματι ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΘΝΖ τρίγωνον τῷ ΛΒΖΞ τετραπλεύρῳ, τὸ δὲ ΗΘΚ τρίγωνον τῷ ΛΒΚΜ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΝΗΚΖ τετράπλευρον λοιπῷ τῷ ΜΚΖΞ ἐστιν ἴσον. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΟΝΖΚΜ πεντάπλευρον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΟΜΗ τρίγωνον λοιπῷ τῷ ΝΞΟ ἐστιν ἴσον. Καὶ ἔστι παράλληλος ἡ ΜΗ τῇ ΝΞ.

4 τῇ ΔΕ Ψ : *contingenti* Ar. om. V ‖ 5 ΘΝΟΗ Ψ Ar. : ΘΝΟΗΛ V ‖ 7 ἤχθωσαν Decorps-F. vide adn. : κατήχθωσαν V ‖ 9 ΘΝΖ Ψ : *ΝΘΖ* Ar. ΒΝΖ V ‖ ΛΒΖΞ Ψ : ΛΒΞΖ V Ar. ‖ 10 ΜΚΖΞ edd. (jam Comm.) : ΜΚΞΖ V Ar. ‖ 12 ΝΞΟ Ψ : *ΟΝΞ* Ar. ΘΝΞΟ V.

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, de diamètre ΑΒ et de centre Γ ; que soit menée une tangente ΔΕ à la section ; que soit menée une droite de jonction ΓΕ et qu'elle soit prolongée ; que soit pris sur la section un certain point Ν, et que, par Ν, soit menée une parallèle ΘΝΟΗ à ΔΕ.

Je dis que ΝΟ est égale à ΟΗ.

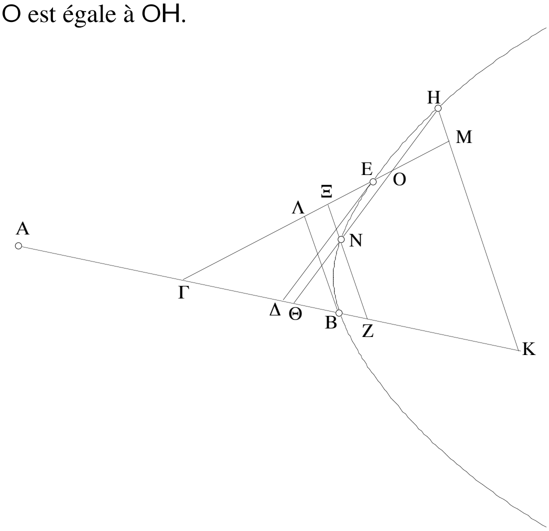


Fig. 47.1

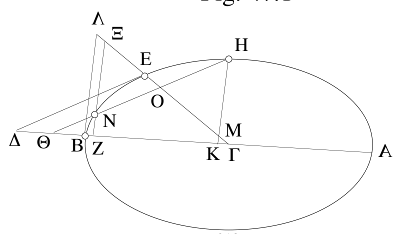


Fig. 47.2[218]

Que soient menées[219] des droites ΞΝΖ, ΒΛ et ΗΜΚ de manière ordonnée.

En vertu de ce qui a été démontré à la proposition 43, le triangle ΘΝΖ est donc égal au quadrilatère ΛΒΖΞ et le triangle ΗΘΚ est égal au quadrilatère ΛΒΚΜ ; le quadrilatère restant ΝΗΚΖ est donc aussi égal au quadrilatère restant ΜΚΖΞ. Que soit retranché le pentagone commun ΟΝΖΚΜ ; le triangle restant ΟΜΗ est donc égal au triangle restant ΝΞΟ ; d'autre part, ΜΗ est parallèle à ΝΞ.

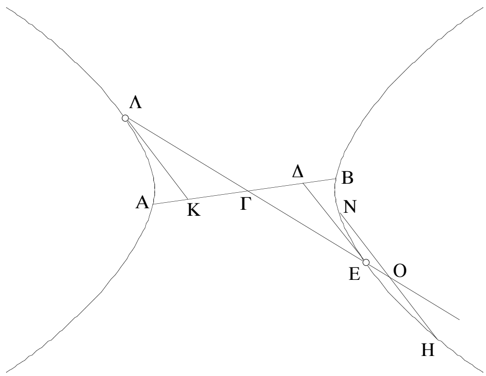
[218] Voir Note complémentaire [86].
[219] Voir Note complémentaire [87].

Ἴση ἄρα ἡ ΝΟ τῇ ΟΗ.

– μη′ – Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἐκβληθεῖσα τέμῃ τὴν ἑτέραν τομήν, ἥτις ἂν ἀχθῇ ἐν τῇ ἑτέρᾳ τομῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ἐκβληθείσης.

Ἔστωσαν ἀντικείμεναι ὧν διάμετρος μὲν ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Γ· καὶ τῆς Α τομῆς ἐφαπτέσθω ἡ ΚΛ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΓ καὶ ἐκβεβλήσθω· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς Β τομῆς τὸ Ν, καὶ διὰ τοῦ Ν τῇ ΛΚ παράλληλος ἤχθω ἡ ΝΗ.

Λέγω ὅτι ἡ ΝΟ τῇ ΟΗ ἐστιν ἴση.



Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Ε ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ ΕΔ· ἡ ΕΔ ἄρα τῇ ΛΚ παράλληλός ἐστιν, ὥστε καὶ τῇ ΝΗ.

Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ ΒΝΗ ἧς κέντρον τὸ Γ, καὶ ἐφαπτομένη ἡ ΔΕ, καὶ ἐπέζευκται ἡ ΓΕ, καὶ εἴληπται ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ Ν, καὶ δι᾽ αὐτοῦ παράλληλος τῇ ΔΕ ἦκται ἡ ΝΗ, διὰ τὸ προδεδειγμένον ἐπὶ τῆς ὑπερβολῆς ἴση ἐστὶν ἡ ΝΟ τῇ ΟΗ.

2 μη′ Ψ : om. V ‖ 16 ΟΗ Ψ Ar. : ΣΗ V.

ΝΟ est donc égale à ΟΗ[220].

– 48 – *Si une droite tangente à l'une de deux opposées rencontre le diamètre, et que le prolongement d'une droite passant par le point de contact et le centre*[221] *coupe l'autre section, une parallèle quelconque à la tangente, menée dans l'autre section, sera coupée en deux parties égales par le prolongement.*

Soient des opposées, de diamètre ΑΒ et de centre Γ ; que soit menée une tangente ΚΛ à la section Α ; que soit menée une droite de jonction ΛΓ et qu'elle soit prolongée[222] ; que soit pris un point Ν sur la section Β, et que, par Ν, soit menée une parallèle ΝΗ à ΛΚ.

Je dis que ΝΟ est égale à ΟΗ.

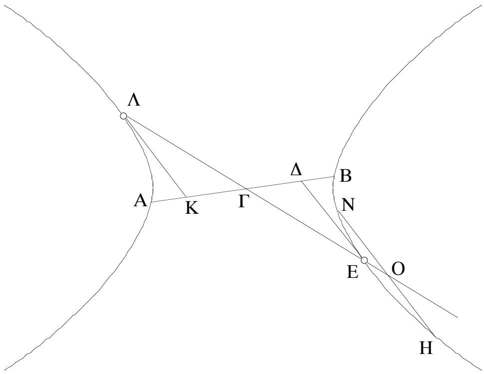


Fig. 48

Que soit menée par Ε une tangente ΕΔ à la section ; ΕΔ est donc parallèle à ΛΚ et, par conséquent, aussi à ΝΗ.

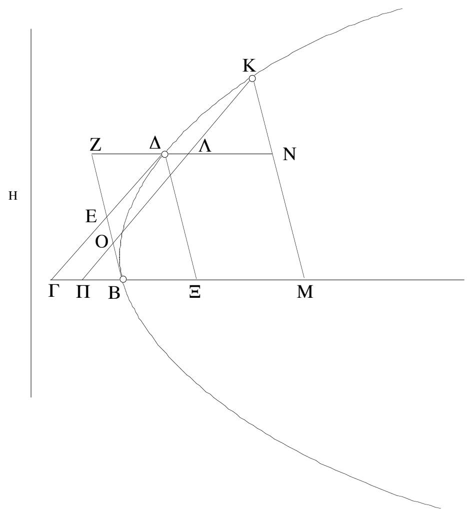
Dès lors, puisque ΒΝΗ est une hyperbole, de centre Γ et de tangente ΔΕ, qu'est menée une droite de jonction ΓΕ, qu'est pris sur la section un point Ν, et que, par ce point, est menée une parallèle ΝΗ à ΔΕ, ΝΟ est égale à ΟΗ en vertu des démonstrations faites précédemment pour l'hyperbole.

[220] *Éléments*, VI.22 (lemme).
[221] Voir Note complémentaire [88].
[222] Voir Note complémentaire [89].

– μθʹ – Ἐὰν παραβολῆς εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ μὲν τῆς ἁφῆς ἀχθῇ παράλληλος τῇ διαμέτρῳ, ἀπὸ δὲ τῆς κορυφῆς ἀχθῇ παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, καὶ ποιηθῇ ὡς τὸ τμῆμα τῆς ἐφαπτομένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀνηγμένης καὶ τῆς ἁφῆς πρὸς τὸ τμῆμα τῆς παραλλήλου τὸ μεταξὺ τῆς ἁφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης, οὕτως εὐθεῖά τις πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ἐφαπτομένης, ἥτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς ἀχθῇ ἐπὶ τὴν διὰ τῆς ἁφῆς ἠγμένην εὐθεῖαν παράλληλον τῇ διαμέτρῳ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῆς πεπορισμένης εὐθείας καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτῆς πρὸς τῇ ἁφῇ.

Ἔστω παραβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΜΒΓ, ἐφαπτομένη δὲ ἡ ΓΔ· καὶ διὰ τοῦ Δ τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΔΝ, τεταγμένως δὲ ἀνήχθω ἡ ΒΖ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, εὐθεῖά τις ἡ Η πρὸς τὴν διπλασιάν τῆς ΓΔ· καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Κ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Κ τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΚΛΠ.

Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΚΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς Η καὶ τῆς ΔΛ, τουτέστιν ὅτι διαμέτρου οὔσης τῆς ΔΛ ὀρθία ἐστὶν ἡ Η.



Κατήχθωσαν γὰρ τεταγμένως αἱ ΔΞ, ΚΝΜ.

1 μθʹ Ψ : om. V ‖ 3 κατηγμένην edd. : -μένη V ‖ 8 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην Decorps-F. sec. Ar. (prop. Heiberg) : παράλληλος τῇ ἐφαπτομένῃ Canon. om. V ‖ 13 ΒΖ Federspiel[1] : ΖΒ V Ar.

– 49 – *Si une droite tangente à une parabole rencontre le diamètre, que, par le point de contact, est menée une parallèle au diamètre, que, du sommet, est menée une parallèle à une droite abaissée de manière ordonnée, et qu'il est fait en sorte qu'une certaine droite soit au double de la tangente comme le segment de la tangente découpé entre la droite élevée et le point de contact est au segment de la parallèle découpé entre le point de contact et la droite élevée, le carré sur une parallèle quelconque à la tangente, menée de la section jusqu'à la droite menée par le point de contact parallèlement au diamètre, sera équivalent au rectangle compris par la droite qu'on s'est donnée et la droite découpée du côté du point de contact par la parallèle.*

Soit une parabole, de diamètre ΜΒΓ et de tangente ΓΔ ; que, par Δ, soit menée une parallèle ΖΔΝ à ΒΓ ; que soit élevée une droite ΒΖ de manière ordonnée ; qu'il soit fait en sorte qu'une certaine droite Η soit au double de ΓΔ comme ΕΔ est à ΔΖ ; que soit pris un certain point Κ sur la section, et que soit menée par Κ une parallèle ΚΛΠ à ΓΔ.

Je dis que le carré sur ΚΛ est égal au rectangle compris par Η et par ΔΛ, c'est-à-dire que, si ΔΛ est le diamètre, Η est le côté droit.

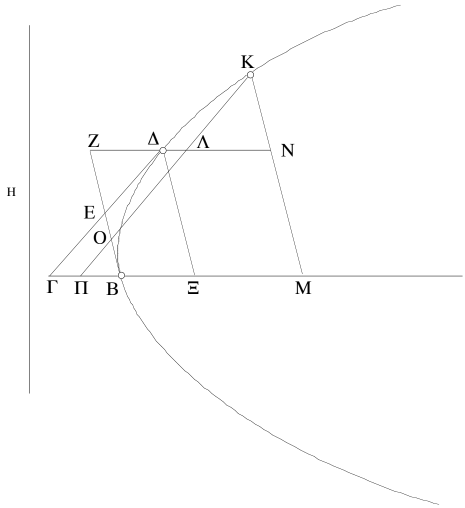


Fig. 49[223]

Que soient abaissées des droites ΔΞ et ΚΝΜ de manière ordonnée.

[223] Le point d'intersection Ο est repéré par une lettre dans **V**, alors qu'il ne sert pas à la démonstration.

Καὶ ἐπεὶ ἐφάπτεται ἡ ΓΔ τῆς τομῆς, τεταγμένως δὲ κατῆκται ἡ ΔΞ, ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΞ· ἡ δὲ ΒΞ τῇ ΖΔ ἴση ἐστίν· καὶ ἡ ΓΒ ἄρα τῇ ΖΔ ἐστιν ἴσῃ, ὥστε καὶ τὸ ΕΓΒ τρίγωνον τῷ ΕΖΔ τριγώνῳ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΕΒΜΝ σχῆμα· τὸ ἄρα ΔΓΜΝ τετράπλευρον τῷ ΖΜ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον, τουτέστι τῷ ΚΠΜ τριγώνῳ. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΛΠΜΝ τετράπλευρον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΛΝ τρίγωνον τῷ ΛΓ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἔστιν ἴση ἡ ὑπὸ ΔΛΠ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΛΝ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΚΛΝ τοῦ ὑπὸ ΛΔΓ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, ἡ Η πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΓΔ, ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΝ, καὶ ὡς ἄρα ἡ Η πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΓΔ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΝ· ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΚΛ πρὸς ΛΝ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΛΝ, ὡς δὲ ἡ Η πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΔΓ, τὸ ὑπὸ Η, ΔΛ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ ΓΔΛ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΛΝ, τὸ ὑπὸ Η, ΔΛ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ ΓΔΛ. Καὶ ἐναλλάξ. Ἴσον δέ ἐστι τὸ ὑπὸ ΚΛΝ τῷ δὶς ὑπὸ ΓΔΛ.

Ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΚΛ τῷ ὑπὸ Η, ΔΛ.

– *ν′* – Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἐκβληθῇ, ἀπὸ δὲ τῆς κορυφῆς ἀναχθεῖσα εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην συμπίπτῃ τῇ διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένῃ εὐθείᾳ, καὶ ποιηθῇ ὡς τὸ τμῆμα τῆς ἐφαπτομένης τὸ μεταξὺ τῆς ἁφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης πρὸς τὸ τμῆμα τῆς ἠγμένης διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου τὸ μεταξὺ τῆς ἁφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης, εὐθεῖά τις πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ἐφαπτομένης, ἥτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς ἀχθῇ ἐπὶ τὴν διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένην εὐθεῖαν παράλληλος τῇ ἐφαπτομένῃ, δυνήσεταί τι χωρίον ὀρθογώνιον

TEST. : 6-9 λοιπὸν — ΛΔΓ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 270, 19-22).

1 ἡ ΓΔ huc transp. Federspiel[1] : post ἐπεὶ habet V ‖ 3 ΕΖΔ V[1] : ΕΔΔ V ‖ 4 προσκείσθω Ψ : προκείσθω V ‖ 8 τοῦ V[1] : τὸ V ‖ 15-16 καὶ — ΓΔΛ Ψ : iter. V ‖ 18 *ν′* Ψ : om. V ‖ 21 κατηγμένην Ψ : -μένη V.

Puisqu'est menée une tangente ΓΔ à la section[224] et qu'est abaissée une droite ΔΞ de manière ordonnée, ΓΒ est égale à ΒΞ ; or ΒΞ est égale à ΖΔ ; ΓΒ est donc aussi égale à ΖΔ, de sorte que le triangle ΕΓΒ est aussi égal au triangle ΕΖΔ[225]. Que soit ajoutée la figure commune ΔΕΒΜΝ ; le quadrilatère ΔΓΜΝ est donc égal au parallélogramme ΖΜ, c'est-à-dire au triangle ΚΠΜ[226]. Que soit retranché le quadrilatère commun ΛΠΜΝ ; le triangle restant ΚΛΝ est donc égal au parallélogramme ΛΓ ; d'autre part, l'angle ΔΛΠ est égal à l'angle ΚΛΝ ; le rectangle ΚΛ,ΛΝ est donc le double du rectangle ΛΔ,ΔΓ[227].

Puisque Η est au double de ΓΔ comme ΕΔ est à ΔΖ et que ΚΛ est à ΛΝ comme ΕΔ est à ΔΖ, alors ΚΛ est aussi à ΛΝ comme Η est au double de ΓΔ . Mais le carré sur ΚΛ est au rectangle ΚΛ,ΛΝ comme ΚΛ est à ΛΝ, et le rectangle Η,ΔΛ est au double du rectangle ΓΔ,ΔΛ comme Η est au double de ΔΓ ; le rectangle Η,ΔΛ est donc au double du rectangle ΓΔ,ΔΛ comme le carré sur ΚΛ est au rectangle ΚΛ,ΛΝ. *Par permutation*. Or le rectangle ΚΛΝ est égal au double du rectangle ΓΔ,ΔΛ.

Le carré sur ΚΛ est donc égal au rectangle Η,ΔΛ.

– 50 – *Si une droite tangente à une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle rencontre le diamètre, qu'une droite passant par le point de contact et le centre est prolongée, que, du sommet, est élevée une parallèle à une droite abaissée de manière ordonnée et rencontre la droite passant par le point de contact et le centre, et qu'il est fait en sorte qu'une certaine droite soit au double de la tangente comme le segment de la tangente découpé entre le point de contact et la droite élevée est au segment de la droite passant par le point de contact et le centre, découpé entre le point de contact et la droite élevée, le carré d'une parallèle quelconque à la tangente, menée de la section jusqu'à la droite passant par le point de contact et le centre, sera équivalent à un certain rectangle appliqué à la droite qu'on s'est donnée, qui aura pour*

[224] Dans cette partie de la démonstration, introduite par ἐπεὶ οὖν, on attend un tour indéfini pour la mention de la tangente ; d'où ma correction. Sur les caractéristiques formelles de cette reprise des éléments de l'ecthèse et de la *construction*, voir M. Federspiel, « Sur l'opposition *défini/indéfini*…», p. 253.

[225] Voir Note complémentaire [90].

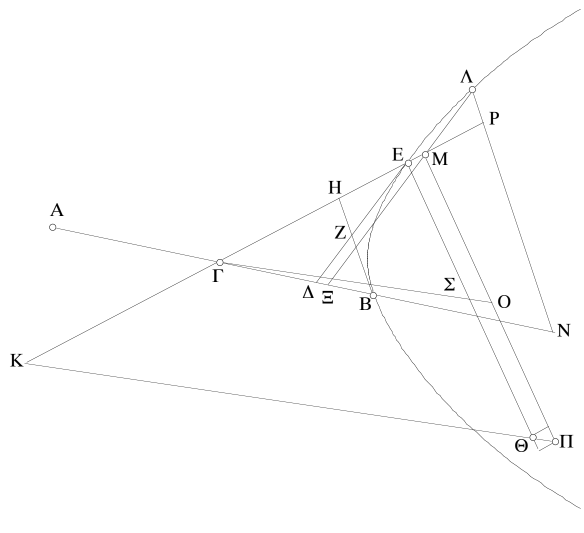
[226] Prop. 42.

[227] Voir Note complémentaire [91].

παρακείμενον παρὰ τὴν πορισθεῖσαν, πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ᾽ αὐτῆς πρὸς τῇ ἁφῇ ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς ὑπερβάλλον εἴδει ὁμοίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς διπλασίας τῆς μεταξὺ τοῦ κέντρου καὶ τῆς ἁφῆς καὶ τῆς πορισθείσης εὐθείας, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου ἐλλεῖπον.

Ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Γ, ἐφαπτομένη δὲ ἡ ΔΕ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΕ ἐκβεβλήσθω ἐφ᾽ ἑκάτερα, καὶ κείσθω τῇ ΕΓ ἴση ἡ ΓΚ, καὶ διὰ τοῦ Β τεταγμένως ἀνήχθω ἡ ΒΖΗ, διὰ δὲ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΕΘ, καὶ γινέσθω ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΕΔ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΘΚ ἐκβεβλήσθω· καὶ εἰλήφθω τι ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ Λ, καὶ δι᾽ αὐτοῦ τῇ ΕΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΛΜΞ, τῇ δὲ ΒΗ ἡ ΛΡΝ, τῇ δὲ ΕΘ ἡ ΜΠ.

Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ ΛΜ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΕΜΠ.



Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ τῇ ΚΠ παράλληλος ἡ ΓΣΟ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΓΚ, ὡς δὲ ἡ ΕΓ πρὸς ΚΓ, ἡ ΕΣ πρὸς ΣΘ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΣ τῇ ΣΘ.

10 ΖΕ Ψ Ar. : ΗΖΕ V^{pc} ΗΞΕ V^{ac} || ΕΗ V^4 Ψ Ar. : Η V.

largeur la droite découpée par la parallèle à la tangente du côté du point de contact ; dans le cas de l'hyperbole, cette aire sera en excès, dans le cas de l'ellipse et du cercle, elle sera en défaut, d'une figure semblable au rectangle compris par la droite double de la droite découpée entre le centre et le point de contact et par la droite qu'on s'est donnée.

Soient une hyperbole, une ellipse ou une circonférence de cercle, de diamètre ΑΒ, de centre Γ et de tangente ΔΕ ; que soit menée une droite de jonction ΓΕ et qu'elle soit prolongée de part et d'autre ; que soit placée une droite ΓΚ égale à ΕΓ ; que, par Β, soit élevée une droite ΒΖΗ de manière ordonnée ; que, par Ε, soit menée une droite ΕΘ à angles droits avec ΕΓ ; que ΕΘ soit au double de ΕΔ comme ΖΕ est à ΕΗ ; que soit menée une droite de jonction ΘΚ et qu'elle soit prolongée ; que soit pris sur la section un certain point Λ, et que soient menées par ce point une parallèle ΛΜΞ à ΕΔ et une parallèle ΛΡΝ à ΒΗ ; et que soit menée une parallèle ΜΠ à ΕΘ.

Je dis que le carré sur ΛΜ est égal au rectangle ΕΜ,ΜΠ.

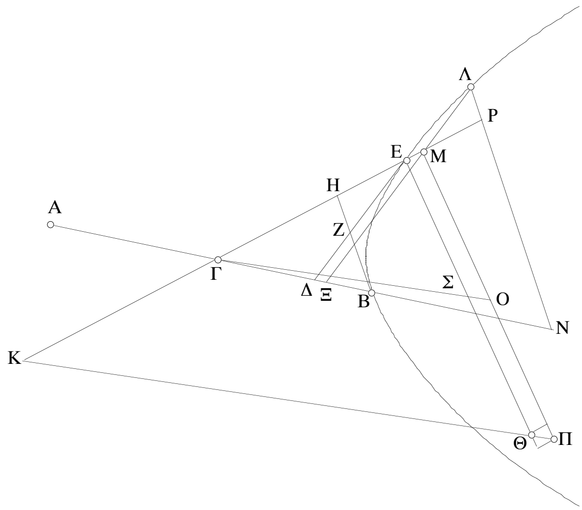


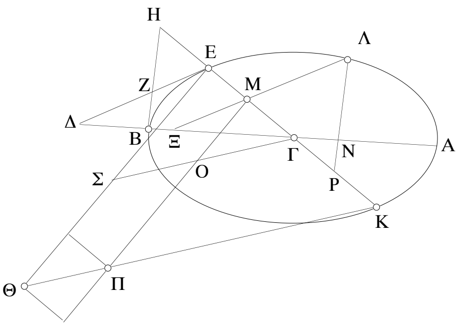
Fig. 50.1[228]

Que soit menée par Γ une parallèle ΓΣΟ à ΚΠ.

Puisque ΕΓ est égale à ΓΚ et que ΕΣ est à ΣΘ comme ΕΓ est à ΓΚ, alors ΕΣ est aussi égale à ΣΘ.

[228] Dans **V**, Ξ est à l'intérieur de la section.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ, ἡ ΘΕ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΕΔ, καὶ ἔστι τῆς ΕΘ ἡμίσεια ἡ ΕΣ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ, ἡ ΣΕ πρὸς ΕΔ· ὡς δὲ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ, ἡ ΛΜ πρὸς ΜΡ· ὡς ἄρα ἡ ΛΜ πρὸς ΜΡ, ἡ ΣΕ πρὸς ΕΔ.



Καὶ ἐπεὶ τὸ ΡΝΓ τρίγωνον τοῦ ΗΒΓ τριγώνου, τουτέστι τοῦ ΓΔΕ, ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μεῖζον ἐδείχθη, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου ἔλασσον τῷ ΛΝΞ, κοινῶν ἀφαιρεθέντων ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς τοῦ τε ΕΓΔ τριγώνου καὶ τοῦ ΝΡΜΞ τετραπλεύρου, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου τοῦ ΜΞΓ τριγώνου, τὸ ΛΜΡ τρίγωνον τῷ ΜΕΔΞ τετραπλεύρῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἔστι παράλληλος ἡ ΜΞ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ὑπὸ ΛΜΡ τῇ ὑπὸ ΕΜΞ ἐστιν ἴση· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΛΜΡ τῷ ὑπὸ τῆς ΕΜ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΕΔ, ΜΞ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΜΓ πρὸς ΓΕ, ἥ τε ΜΞ πρὸς ΕΔ καὶ ἡ ΜΟ πρὸς ΕΣ, ὡς ἄρα ἡ ΜΟ πρὸς ΕΣ, ἡ ΜΞ πρὸς ΔΕ.

Καὶ συνθέντι ὡς συναμφότερος ἡ ΜΟ, ΣΕ πρὸς ΕΣ, οὕτω συναμφότερος ἡ ΜΞ, ΕΔ πρὸς ΕΔ.

Ἐναλλὰξ ὡς συναμφότερος ἡ ΜΟ, ΣΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΞΜ, ΕΔ, ἡ ΣΕ πρὸς ΕΔ· ἀλλʼ ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΜΟ, ΕΣ πρὸς συναμφότερον τὴν ΜΞ, ΔΕ, τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΜΟ, ΕΣ καὶ τῆς ΕΜ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΜΞ, ΕΔ καὶ τῆς ΕΜ, ὡς δὲ ἡ ΣΕ πρὸς ΕΔ, ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ, τουτέστιν ἡ ΛΜ πρὸς ΜΡ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΛΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΜΡ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΜΟ, ΕΣ καὶ τῆς ΜΕ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΜΞ, ΕΔ καὶ τῆς ΕΜ, τὸ ἀπὸ ΛΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΜΡ.

10 τῷ Ψ : τὸ V.

Puisque ΘΕ est au double de ΕΔ comme ΖΕ est à ΕΗ et que ΕΣ est la moitié de ΕΘ, alors ΣΕ est à ΕΔ comme ΖΕ est à ΕΗ ; or ΛΜ est à ΜΡ comme ΖΕ est à ΕΗ[229] ; ΣΕ est donc à ΕΔ comme ΛΜ est à ΜΡ.

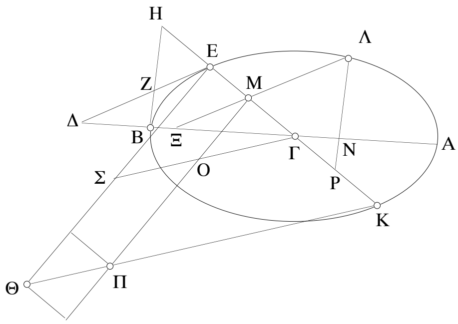


Fig. 50.2[230]

Puisque l'on a démontré que le triangle ΡΝΓ était, dans le cas de l'hyperbole, plus grand que le triangle ΗΒΓ, c'est-à-dire que le triangle ΓΔΕ[231], du triangle ΛΝΞ, et, dans le cas de l'ellipse et du cercle, plus petit que le même triangle du même triangle, si, dans le cas de l'hyperbole, sont retranchés le triangle ΕΓΔ et le quadrilatère ΝΡΜΞ, qui sont communs, et, dans le cas de l'ellipse et du cercle, le triangle commun ΜΞΓ, le triangle ΛΜΡ est égal au quadrilatère ΜΕΔΞ ; d'autre part, ΜΞ est parallèle à ΔΕ, et l'angle ΛΜΡ est égal à l'angle ΕΜΞ ; le rectangle ΛΜ,ΜΡ est donc égal au rectangle compris par la droite ΕΜ et la somme des droites ΕΔ et ΜΞ[232].

Puisque ΜΞ est à ΕΔ et ΜΟ est à ΕΣ comme ΜΓ est à ΓΕ, alors ΜΞ est à ΔΕ comme ΜΟ est à ΕΣ.

Par composition, la somme de ΜΞ et ΕΔ est à ΕΔ comme la somme de ΜΟ et ΣΕ est à ΕΣ.

Par permutation, ΣΕ est à ΕΔ comme la somme de ΜΟ et ΣΕ est à la somme de ΞΜ et ΕΔ. Mais le rectangle compris par la somme de ΜΟ et ΕΣ et par ΕΜ est au rectangle compris par la somme de ΜΞ et ΕΔ et par ΕΜ comme la somme de ΜΟ et ΕΣ est à la somme de ΜΞ et ΔΕ, et ΖΕ est à ΕΗ, c'est-à-dire ΛΜ est à ΜΡ, c'est-à-dire le carré sur ΛΜ est au rectangle ΛΜ,ΜΡ, comme ΣΕ est à ΕΔ ; le carré sur ΛΜ est donc au rectangle ΛΜ,ΜΡ comme le rectangle compris par la somme de ΜΟ et ΕΣ et par ΜΕ est au rectangle compris par la somme de ΜΞ et ΕΔ et par ΕΜ.

[229] *Éléments*, VI.4.
[230] **V** reproduit la figure du cercle au lieu de la figure de l'ellipse attendue.
[231] Voir Note complémentaire [92].
[232] Voir Note complémentaire [93].

Καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΜΟ, ΕΣ καὶ τῆς ΜΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΛ, οὕτω τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΜΞ, ΕΔ καὶ τῆς ΜΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΜΡ· ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ ΛΜΡ τῷ ὑπὸ τῆς ΜΕ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΜΞ, ΕΔ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΛΜ τῷ ὑπὸ ΕΜ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΜΟ, ΕΣ. Καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΣΕ τῇ ΣΘ ἴση, ἡ δὲ ΣΘ τῇ ΟΠ.

Ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΛΜ τῷ ὑπὸ ΕΜΠ.

– *να*ʹ – Ἐὰν ὁποτερασοῦν τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ μὲν τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἐκβληθῇ τις εὐθεῖα ἕως τῆς ἑτέρας τομῆς, ἀπὸ δὲ τῆς κορυφῆς εὐθεῖα ἀναχθῇ παρὰ τεταγμένως κατηγμένην καὶ συμπίπτῃ τῇ διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένῃ εὐθείᾳ, καὶ γενηθῇ ὡς τὸ τμῆμα τῆς ἐφαπτομένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀνηγμένης καὶ τῆς ἁφῆς πρὸς τὸ τμῆμα τῆς ἠγμένης διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου τὸ μεταξὺ τῆς ἁφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης, εὐθεῖά τις πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ἐφαπτομένης, ἥτις ἂν ἐν τῇ ἑτέρᾳ τῶν τομῶν ἀχθῇ ἐπὶ τὴν διὰ τῆς ἁφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένην εὐθεῖαν παράλληλος τῇ ἐφαπτομένῃ, δυνήσεται τὸ παρακείμενον ὀρθογώνιον παρὰ τὴν προπορισθεῖσαν, πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ᾽ αὐτῆς πρὸς τῇ ἁφῇ, ὑπερβάλλον εἴδει ὁμοίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς μεταξὺ τῶν ἀντικειμένων καὶ τῆς προπορισθείσης εὐθείας.

Ἔστωσαν ἀντικείμεναι ὧν διάμετρος ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ ἤχθω τῆς Β τομῆς ἐφαπτομένη ἡ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΕ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἤχθω τεταγμένως ἡ ΒΛΗ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΛΓ πρὸς ΓΗ, εὐθεῖά τις ἡ Κ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΓΔ.

Ὅτι μὲν οὖν αἱ ἐν τῇ ΒΓ τομῇ παράλληλοι τῇ ΓΔ ἐπὶ τὴν ἐπ᾽ εὐθείας τῇ ΕΓ δύνανται τὰ παρὰ τὴν Κ παρακείμενα χωρία, πλάτη ἔχοντα τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ᾽ αὐτῶν πρὸς τῇ ἁφῇ, ὑπερβάλλοντα εἴδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ ΓΖ, Κ, φανερόν· διπλασία γάρ ἐστιν ἡ ΖΓ τῆς ΓΕ.

2 ἀπὸ Ψ : ὑπὸ V ‖ 8 *να*ʹ Ψ : om. V ‖ 11 κατηγμένην Ψ : -μένη V ‖ 21 προπορισθείσης v : προσ- V.

Par permutation, le rectangle compris par la somme de ΜΞ et ΕΔ et par ΜΕ est au rectangle ΛΜ,ΜΡ comme le rectangle compris par la somme de ΜΟ et ΕΣ et par ΜΕ est au carré sur ΜΛ ; or le rectangle ΛΜ,ΜΡ est égal au rectangle compris par ΜΕ et par la somme de ΜΞ et ΕΔ ; le carré sur ΛΜ est donc aussi égal au rectangle compris par ΕΜ et par la somme de ΜΟ et ΕΣ ; d'autre part, ΣΕ est égale à ΣΘ et ΣΘ est égale à ΟΠ.

Le carré sur ΛΜ est donc égal au rectangle ΕΜ,ΜΠ.

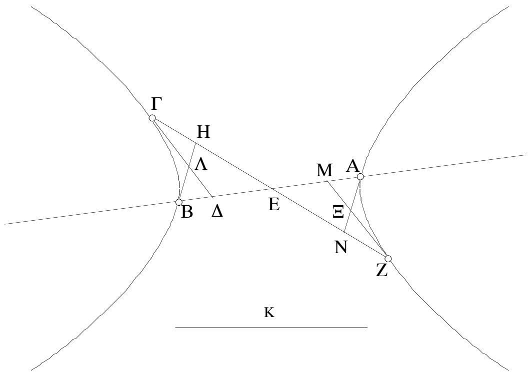
– 51 – *Si une droite tangente à l'une quelconque de deux opposées rencontre le diamètre, qu'une certaine droite passant par le point de contact et le centre est prolongée jusqu'à l'autre section, que, du sommet, est élevée une parallèle à une droite abaissée de manière ordonnée et qu'elle rencontre la droite passant par le point de contact et le centre, et qu'il est fait en sorte qu'une certaine droite soit au double de la tangente comme le segment de la tangente découpé entre la droite élevée et le point de contact est au segment de la droite passant par le point de contact et le centre découpé entre le point de contact et la droite élevée, le carré d'une parallèle quelconque à la tangente, menée dans l'autre section jusqu'à la droite passant par le point de contact et le centre, sera équivalent à un rectangle appliqué à la droite qu'on s'est donnée*[233]*, qui aura pour largeur la droite découpée par la parallèle à la tangente du côté du point de contact et qui sera en excès d'une figure semblable au rectangle compris par la droite découpée entre les opposées et par la droite qu'on s'est donnée.*

Soient des opposées, de diamètre ΑΒ et de centre Ε ; que soit menée une tangente ΓΔ à la section Β ; que soit menée une droite de jonction ΓΕ et qu'elle soit prolongée ; que soit menée une droite ΒΛΗ de manière ordonnée, et qu'il soit fait en sorte qu'une certaine droite Κ soit au double de ΓΔ comme ΛΓ est à ΓΗ.

Il est évident que le carré sur les parallèles à ΓΔ menées dans la section ΒΓ jusqu'au prolongement en ligne droite de ΕΓ est équivalent au rectangle appliqué à Κ, qui a pour largeur la droite découpée par ces parallèles du côté du point de contact et qui est en excès d'une figure semblable au rectangle ΓΖ,Κ ; en effet, ΖΓ est le double de ΓΕ.

[233] Le verbe attendu est le verbe πορίζεσθαι. Les deux formes composées transmises par **V** dans l'énoncé, προπορίζεσθαι, ici, et, plus bas, προσπορίζεσθαι, sont des *hapax* chez Apollonios ; une seule, la première, peut avoir un sens dans le contexte ; voir M. Federspiel, *REG*, 107, p. 215.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐν τῇ ΖΑ τομῇ τὸ αὐτὸ συμβήσεται.



Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Ζ ἐφαπτομένη τῆς ΑΖ τομῆς ἡ ΜΖ, καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ ΑΞΝ.

Καὶ ἐπεὶ ἀντικείμεναί εἰσιν αἱ ΒΓ, ΑΖ, ἐφαπτόμεναι δὲ αὐτῶν αἱ ΓΔ, ΜΖ, ἴση ἄρα καὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΔ τῇ ΜΖ. Ἴση δὲ καὶ ἡ ΓΕ τῇ ΕΖ· καὶ ἡ ΕΔ ἄρα τῆς ΕΜ ἐστιν ἴση.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΛΓ πρὸς ΓΗ, ἡ Κ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΓΔ, τουτέστι τῆς ΜΖ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΞΖ πρὸς ΖΝ, ἡ Κ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΜΖ.

Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ ΑΖ ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ, ἐφαπτομένη δὲ ἡ ΜΖ, καὶ τεταγμένως ἦκται ἡ ΑΝ, καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΞΖ πρὸς ΖΝ, ἡ Κ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΖΜ, ὅσαι ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς παράλληλοι τῇ ΖΜ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν ἐπ᾽ εὐθείας τῇ ΕΖ, δυνήσονται τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῆς Κ εὐθείας καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτῶν πρὸς τῷ Ζ σημείῳ ὑπερβάλλον εἴδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ ΓΖ,Κ.

* *
*

Δεδειγμένων δὲ τούτων συμφανὲς ὅτι ἐν μὲν τῇ παραβολῇ ἑκάστη τῶν παρὰ τὴν ἐκ τῆς γενέσεως διάμετρον ἀπαγομένων εὐθειῶν διάμετρός ἐστιν, ἐν δὲ τῇ ὑπερβολῇ καὶ τῇ ἐλλείψει καὶ ταῖς ἀντικειμέναις ἑκάστη τῶν διὰ τοῦ κέντρου ἀγομένων εὐθειῶν, καὶ διότι ἐν μὲν τῇ παραβολῇ αἱ καταγόμεναι ἐφ᾽ ἑκάστην τῶν διαμέτρων παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τὰ παρὰ τὴν αὐτὴν

TEST. : 17 τὴν — διάμετρον] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 274, 2).

3 ΑΞΝ Ψ : ΑΝΞ V *ΑΝ* Ar. || 5-6 alt. ἴση — ἴση V Ar. : fort. delendum || 7 ἡ Κ Ψ Ar. : ΗΚ V || 11 quart. ἡ e corr. V[1] || 15 ὑπερβάλλον edd. : ὑπερβάλλοντα V || ΓΖ,Κ Ψ Ar. : ΓΚΖ V.

Je dis maintenant que, de plus, on constate la même chose dans la section ΖΑ.

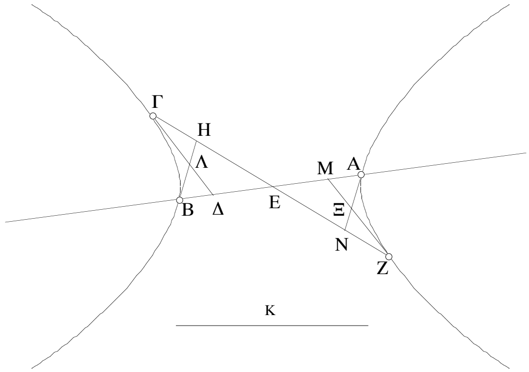


Fig. 51

Que soit menée par Ζ une tangente ΜΖ à la section ΑΖ, et que soit élevée une droite ΑΞΝ de manière ordonnée.

Puisque les sections ΒΓ et ΑΖ sont des opposées et que ΓΔ et ΜΖ sont des tangentes aux sections, alors ΓΔ est aussi égale et parallèle à ΜΖ. Or ΓΕ est aussi égale à ΕΖ ; ΕΔ est donc aussi égale à ΕΜ.

Puisque Κ est au double de ΓΔ, c'est-à-dire de ΜΖ, comme ΛΓ est à ΓΗ, alors Κ est aussi au double de ΜΖ comme ΞΖ est à ΖΝ.

Dès lors, puisque ΑΖ est une hyperbole, de diamètre ΑΒ et de tangente ΜΖ, qu'est menée une droite ΑΝ de manière ordonnée, et que Κ est au double de ΖΜ comme ΞΖ est à ΖΝ, le carré sur les parallèles à ΖΜ menées de la section jusqu'au prolongement de ΕΖ sera équivalent au rectangle compris par la droite Κ et par la droite découpée par ces parallèles du côté du point Ζ, et en excès d'une figure semblable au rectangle ΓΖ,Κ.

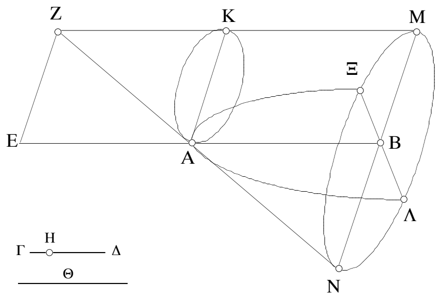
* *
*

En vertu de ces démonstrations, il est évident que, dans la parabole, chacune des droites menées parallèlement au diamètre originel est un diamètre, et que, dans l'hyperbole, l'ellipse et les opposées, chacune des droites passant par le centre est un diamètre. Il est évident aussi que, dans la parabole, le carré sur les parallèles aux tangentes, abaissées sur chacun des diamètres, sera équivalent au rectangle appliqué à la même droite, que, dans l'hyperbole et des opposées, le carré sur ces parallèles sera παρακείμενα ὀρθογώνια δυνήσονται, ἐν δὲ τῇ ὑπερβολῇ καὶ ταῖς ἀντικειμέναις τὰ παρὰ τὴν αὐτὴν παρακείμενα χωρία καὶ ὑπερβάλλοντα τῷ αὐτῷ εἴδει, ἐν δὲ τῇ ἐλλείψει τὰ παρὰ τὴν αὐτὴν παρακείμενα καὶ ἐλλείποντα τῷ αὐτῷ εἴδει, καὶ διότι πάντα ὅσα προδέδεικται περὶ τὰς τομὰς συμβαίνοντα συμπαραβαλλομένων τῶν ἀρχικῶν διαμέτρων, καὶ τῶν ἄλλων διαμέτρων παραλαμβανομένων τὰ αὐτὰ συμβήσεται.

– νβʹ – Εὐθείας δοθείσης ἐν ἐπιπέδῳ καθʼ ἓν σημεῖον πεπερασμένης εὑρεῖν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ κώνου τομὴν τὴν καλουμένην παραβολὴν ἧς διάμετρος ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, κορυφὴ δὲ τὸ πέρας τῆς εὐθείας, ἥτις δὲ ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς καταχθῇ ἐπὶ τὴν διάμετρον ἐν δοθείσῃ γωνίᾳ δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπό τε τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπʼ αὐτῆς πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς καὶ ἑτέρας τινὸς δοθείσης εὐθείας.

Ἔστω θέσει δεδομένη εὐθεῖα ἡ ΑΒ πεπερασμένη κατὰ τὸ Α, ἑτέρα δὲ ἡ ΓΔ τῷ μεγέθει· ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω πρότερον ὀρθή.

Δεῖ δὴ εὑρεῖν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ παραβολὴν ἧς διάμετρος μὲν ἡ ΑΒ, κορυφὴ δὲ τὸ Α, ὀρθία δὲ ἡ ΓΔ, αἱ δὲ καταγόμεναι τεταγμένως ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθήσονται, τουτέστιν ἵνα ἄξων ᾖ ἡ ΑΒ.



Ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΒ ἐπὶ τὸ Ε, καὶ εἰλήφθω τῆς ΓΔ τέταρτον μέρος ἡ ΓΗ, τῆς δὲ ΓΗ μείζων ἔστω ἡ ΕΑ, καὶ τῶν ΓΔ, ΕΑ μέση ἀνάλογον εἰλήφθω ἡ Θ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΕΑ, τὸ ἀπὸ Θ πρὸς τὸ ἀπὸ

TEST. 4-7 καὶ — συμβήσεται] cf. EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 274, 4-9).

8 νβʹ Ψ : om. V ‖ 13 αὐτῆς V[1] : αὐτῇ V.

équivalent à une aire appliquée à la même droite et en excès de la même[234] figure, tandis que, dans le cas de l'ellipse, le carré sur ces parallèles sera équivalent à une aire appliquée à la même droite et en défaut de la même figure. D'autre part, il est évident que toutes les propriétés relatives aux sections et démontrées jusqu'ici en adoptant[235] les diamètres principaux[236] seront vérifiées si l'on prend aussi les autres diamètres.

– 52 – *Une droite bornée en un point étant donnée dans un plan, trouver dans le plan une section de cône appelée parabole, ayant pour diamètre la droite donnée, pour sommet l'extrémité de la droite, et telle que le carré d'une droite quelconque abaissée de la section sur le diamètre sous un angle donné soit équivalent au rectangle compris par la droite découpée du côté du sommet de la section par la droite abaissée et par une autre droite donnée.*

Soient une droite ΑΒ donnée en position et bornée en Α et une autre droite ΓΔ donnée en grandeur, et que l'angle donné soit d'abord droit.

Il faut trouver dans le plan une parabole, de diamètre ΑΒ, de sommet Α, de côté droit ΓΔ, et telle que les droites abaissées de manière ordonnée le seront sous un angle droit, c'est-à-dire de sorte que ΑΒ soit l'axe.

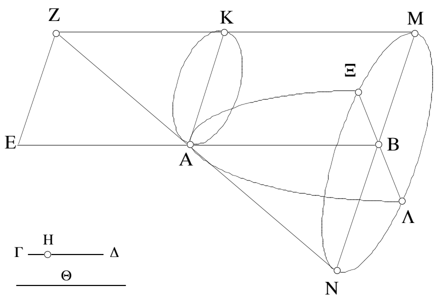


fig. 52

Que ΑΒ soit prolongée jusqu'en un point Ε ; que soit prise une droite ΓΗ faisant le quart de la droite ΓΔ ; que ΕΑ soit plus grande que ΓΗ, et que soit prise une droite Θ

[234] Voir Note complémentaire [94].

[235] Voir Note complémentaire [95].

[236] Il s'agit des diamètres premiers. L'adjectif ἀρχικός « principal » ne se rencontre qu'ici avec ce sens technique. Mais on le trouve chez Archimède, *Équil. des figures planes*, II.19 et chez Eutocius, dans son commentaire à la proposition I.14. M. F.

ΕΑ· ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΕΑ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τετραπλασία· καὶ τὸ ἀπὸ Θ ἄρα τοῦ ἀπὸ ΕΑ ἔλαττόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον· ἡ Θ ἄρα τῆς ΕΑ ἐλάττων ἐστὶν ἢ διπλῆ, ὥστε δύο αἱ ΕΑ τῆς Θ μείζονές εἰσιν. Δυνατὸν ἄρα ἐστὶν ἐκ τῆς Θ καὶ δύο τῶν ΕΑ τρίγωνον συστήσασθαι.

Συνεστάτω τοίνυν ἐπὶ τῆς ΕΑ τρίγωνον τὸ ΕΑΖ ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΕΑ τῇ ΑΖ, τὴν δὲ Θ τῇ ΖΕ, καὶ ἤχθω τῇ μὲν ΖΕ παράλληλος ἡ ΑΚ, τῇ δὲ ΕΑ ἡ ΖΚ.

Καὶ νοείσθω κῶνος οὗ κορυφὴ τὸ Ζ σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΑ κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὸ διὰ τῶν ΑΖΚ ἐπίπεδον· ἔσται δὴ ὀρθὸς ὁ κῶνος· ἴση γὰρ ἡ ΑΖ τῇ ΖΚ.

Τετμήσθω δὴ ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ ΚΑ κύκλῳ καὶ ποιείτω τομὴν τὸν ΜΝΞ κύκλον, ὀρθὸν δηλονότι πρὸς τὸ διὰ τῶν ΜΖΝ ἐπίπεδον· καὶ ἔστω τοῦ ΜΝΞ κύκλου καὶ τοῦ ΜΖΝ τριγώνου κοινὴ τομὴ ἡ ΜΝ· διάμετρος ἄρα ἐστὶ τοῦ κύκλου. Ἔστω δὲ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου καὶ τοῦ κύκλου κοινὴ τομὴ ἡ ΞΛ.

Ἐπεὶ οὖν ὁ ΜΝΞ κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸ ΜΖΝ τρίγωνον, ὀρθὸν δέ ἐστι καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον πρὸς τὸ ΜΖΝ τρίγωνον, ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν τομὴ ἡ ΞΛ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ΜΖΝ τρίγωνον, τουτέστι τὸ ΚΖΑ· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τριγώνῳ ὀρθή ἐστιν, ὥστε καὶ πρὸς ἑκατέραν τῶν ΜΝ, ΑΒ.

Πάλιν ἐπεὶ κῶνος οὗ βάσις μὲν ὁ ΜΝΞ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ζ σημεῖον, τέτμηται ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸ ΜΖΝ τρίγωνον, καὶ ποιεῖ τομὴν τὸν ΜΝΞ κύκλον, τέτμηται δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τῷ ὑποκειμένῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΞΛ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ ΜΝ, ἥ κοινή ἐστι τομὴ τοῦ τε ΜΝΞ κύκλου καὶ τοῦ ΜΖΝ τριγώνου, ἡ δὲ κοινὴ τομὴ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου καὶ τοῦ ΜΖΝ τριγώνου ἡ ΑΒ παράλληλός ἐστι τῇ ΖΚΜ πλευρᾷ τοῦ κώνου, ἡ ἄρα γινομένη ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ τομὴ τοῦ κώνου παραβολή ἐστι, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΑΒ, αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν ΑΒ τεταγμένως ἐν ὀρθῇ καταχθήσονται γωνίᾳ· παράλληλοι γάρ εἰσι τῇ ΞΛ πρὸς ὀρθὰς οὔσῃ τῇ ΑΒ.

1 ἢ V[pc] Ψ : ἡ V[ac] ‖ 1-2 Θ ἄρα Ψ Ar. : ΘΑ V ‖ 2 ἔλαττόν Ψ : ἐλάττων V ‖ ἢ Ψ : ἡ V ‖ 3 ἢ Ψ : ἡ V ‖ 12 δὴ V : δὲ edd. ‖ 17 τὸ ΜΖΝ τρίγωνον Canon. vide adn. : τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον V ‖ 18 ὀρθὸν Canon. : ὀρθὸς V ‖ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον Canon. : om. V ‖ 24 τὸ ΜΖΝ τρίγωνον post τομὴν transp. Federspiel[1] ‖ 25 τὸν ΜΝΞ κύκλον post πρὸς [l. 24] transp. Federspiel[1] ‖ 27 ἥ Canon. : ἡ V ‖ 32 γωνίᾳ Ψ : γωνίαι V.

comme moyenne proportionnelle des droites ΓΔ et EA ; le carré sur Θ est donc à celui sur EA comme ΓΔ est à EA ; or ΓΔ est plus petite que le quadruple de EA ; le carré sur Θ est donc aussi plus petit que le quadruple du carré sur EA ; Θ est donc plus petite que le double de EA, de sorte que la somme de deux fois EA est plus grande que Θ. Il est donc possible de construire un triangle au moyen de Θ et de deux fois EA.

Que soit construit sur EA un triangle EAZ faisant un angle droit avec le plan et tel que EA soit égale à AZ et Θ égale à ZE, et que soit menée une parallèle AK à ZE et une parallèle ZK à EA.

Imaginons un cône ayant pour sommet le point Z, pour base le cercle décrit autour du diamètre KA, et faisant un angle droit avec le plan mené par les droites AZ et ZK ; le cône sera alors droit, puisque AZ est égale à ZK.

Que le cône soit coupé par un plan parallèle au cercle KA et que ce plan détermine une section qui est le cercle MNΞ, faisant évidemment un angle droit avec le plan mené par les droites MZ et ZN, et soit MN l'intersection du cercle MNΞ et du triangle MZN ; MN est donc un diamètre du cercle. Soit ΞΛ l'intersection du plan considéré et du cercle.

Dès lors, puisque le cercle MNΞ fait un angle droit avec le triangle MZN, et que le plan considéré fait aussi un angle droit avec le triangle MZN[237], alors l'intersection ΞΛ de ces plans fait un angle droit avec le triangle MZN[238], c'est-à-dire le triangle KZA ; elle fait donc aussi un angle droit avec toutes les droites qui la rencontrent et qui sont dans le plan du triangle, notamment chacune des droites MN et AB.

De même, puisqu'un cône ayant pour base le cercle MNΞ et pour sommet le point Z est coupé par un plan faisant un angle droit avec le triangle MZN, et que ce plan détermine une section qui est le cercle MNΞ, qu'il est aussi coupé par un autre plan, le plan considéré, coupant la base du cône selon une droite ΞΛ à angles droits avec MN, c'est-à-dire avec l'intersection du cercle MNΞ et du triangle MZN, et que l'intersection AB du plan considéré et du triangle MZN est parallèle au côté ZKM du cône, alors la section de cône obtenue dans le plan considéré est une parabole, de diamètre AB[239], et telle que les droites abaissées de la section sur AB de manière ordonnée le seront sous une angle droit, puisqu'elles sont parallèles à la droite ΞΛ, elle-même à angles droits avec AB.

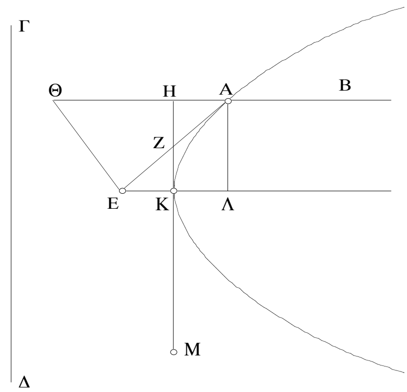
[237] Le syllogisme a été altéré dans le texte transmis par **V**. Voir ma note complémentaire [96].

[238] *Éléments*, XI.19.

[239] Prop. 11.

Καὶ ἐπεὶ αἱ τρεῖς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΓΔ, Θ, ΕΑ, ἴση δὲ ἡ μὲν ΕΑ τῇ ΑΖ καὶ τῇ ΖΚ, ἡ δὲ Θ τῇ ΕΖ καὶ τῇ ΑΚ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΑΚ, ἡ ΑΚ πρὸς ΑΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΑΖ, τὸ ἀπὸ ΑΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΖ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΑΖΚ. Ὀρθία ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς τομῆς· τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ ια′ θεωρήματι.

– *νγ′* – Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, μὴ ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία ὀρθή, καὶ κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΘΑΕ, καὶ τῆς ΓΔ ἔστω ἡμίσεια ἡ ΑΘ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὴν ΑΕ κάθετος ἤχθω ἡ ΘΕ, καὶ διὰ τοῦ Ε τῇ ΒΘ παράλληλος ἡ ΕΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΕΛ κάθετος ἤχθω ἡ ΑΛ, καὶ τετμήσθω ἡ ΕΛ δίχα κατὰ τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ τῇ ΕΛ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΚΜ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ Ζ, Η, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΛ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ ΛΚΜ.



Καὶ δύο δοθείσων εὐθειῶν τῶν ΛΚ, ΚΜ, τῆς μὲν ΚΛ θέσει πεπερασμένης κατὰ τὸ Κ, τῆς δὲ ΚΜ μεγέθει, καὶ γωνίας ὀρθῆς γεγράφθω παραβολὴ ἧς διάμετρος ἡ ΚΛ, κορυφὴ δὲ τὸ Κ, ὀρθία δὲ ἡ ΚΜ, ὡς προδέδεικται· ἥξει δὴ διὰ τοῦ Α διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ ΑΛ τῷ ὑπὸ ΛΚΜ, καὶ ἐφάψεται τῆς τομῆς ἡ ΕΑ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΕΚ τῇ ΚΛ· καὶ ἔστιν ἡ ΘΑ τῇ ΕΚΛ παράλληλος· ἡ ΘΑΒ διάμετρος ἄρα ἐστὶ τῆς τομῆς, αἱ δὲ ἐπ᾽ αὐτὴν ἀπὸ τῆς τομῆς καταγόμεναι παράλληλοι τῇ ΑΕ δίχα τμηθήσονται ὑπὸ τῆς ΑΒ· καταχθήσονται δὲ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΘΑΕ.

5 ια′ Ψ Ar. : ᾱ ῑ V ‖ 6 *νγ′* Ψ : om. V ‖ 16 δὴ Decorps-F. (prop. Heiberg) : δὲ V ‖ 18 ΕΚ Ψ Ar. : ΕΚΤ V ‖ 21 ΘΑΕ Ψ : iter. V.

Puisque les trois droites ΓΔ, Θ et EA sont en proportion, que EA est égale à AZ et à ZK et que Θ est égale à EZ et à AK, alors AK est à AZ comme ΓΔ est à AK ; le carré sur AK est donc aussi à celui sur AZ, c'est-à-dire au rectangle AZ,ZK, comme ΓΔ est à AZ. La droite ΓΔ est donc le côté droit de la section, comme cela a été démontré à la proposition 11.

– 53 – Les mêmes hypothèses étant conservées, que l'angle donné ne soit pas droit. Que soit placé un angle ΘAE égal à l'angle donné ; que AΘ soit la moitié de ΓΔ ; que, de Θ, soit menée une perpendiculaire ΘE à EA ; que, par E, soit menée une parallèle EΛ à BΘ ; que, de A, soit menée une perpendiculaire AΛ à EΛ ; que EΛ soit coupée en deux parties égales en un point K ; que, de K, soit menée une droite KM à angles droits avec EΛ et qu'elle soit prolongée jusqu'en des points Z et H ; que le rectangle ΛK,KM soit égal au carré sur AΛ.

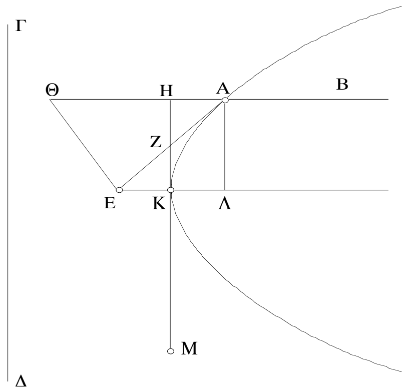


Fig. 53

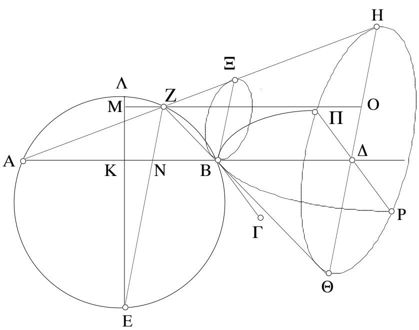
Deux droites ΛK et KM étant données, la première, ΛK, donnée en position et limitée en K, la seconde, KM, donnée en grandeur, et un angle droit étant donné, que soit décrite une parabole, de diamètre KΛ, de sommet K et de côté droit KM, sur le modèle précédent ; cette parabole passera alors par A en vertu de l'égalité du carré sur AΛ et du rectangle ΛK,KM, et EA sera tangente à la section en vertu de l'égalité de EK et de KΛ ; d'autre part, ΘA est parallèle à EKΛ ; ΘAB est donc un diamètre de la section, et les parallèles à AE abaissées de la section sur AB seront coupées en deux parties égales par AB et seront abaissées sous un angle ΘAE.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΗΖ, κοινὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Α, ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΘΕ τρίγωνον τῷ ΑΗΖ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΕΑ, ἡ ΖΑ πρὸς ΑΗ· ὡς ἄρα ἡ διπλασία τῆς ΑΘ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΕ, ἡ ΖΑ πρὸς ΑΗ· ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΘΑ διπλῆ· ὡς ἄρα ἡ ΖΑ πρὸς ΑΗ, ἡ ΓΔ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΕ. Διὰ δὴ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ μθʹ θεωρήματι ὀρθία ἐστὶν ἡ ΓΔ.

– *νδʹ* – Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῆς ἑτέρας ἐκβαλλομένης ἐπὶ ταὐτὰ τῇ ὀρθῇ γωνίᾳ εὑρεῖν ἐπὶ τῆς προσεκβληθείσης κώνου τομὴν τὴν καλουμένην ὑπερβολὴν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ταῖς εὐθείαις, ὅπως ἡ μὲν προσεκβληθεῖσα διάμετρος εἴη τῆς τομῆς, κορυφὴ δὲ τὸ πρὸς τῇ γωνίᾳ σημεῖον, ἥτις δὲ ἂν καταχθῇ ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν διάμετρον γωνίαν ποιοῦσα ἴσην τῇ δοθείσῃ δυνήσεται <τὸ> παρακείμενον ὀρθογώνιον παρὰ τὴν ἑτέραν εὐθεῖαν, πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῇ κορυφῇ ὑπερβάλλον εἴδει ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πεπερασμέναι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΒ, ΒΓ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΒ ἐπὶ τὸ Δ.

Δεῖ δὴ εὑρεῖν ἐν τῷ διὰ τῶν ΑΒΓ ἐπιπέδῳ ὑπερβολὴν ἧς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ ΑΒΔ, κορυφὴ δὲ τὸ Β, ὀρθία δὲ ἡ ΒΓ, αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν ΒΔ ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν ΒΓ παρακείμενα, πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ᾽ αὐτῶν πρὸς τῷ Β, ὑπερβάλλοντα εἴδει ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ.



1 καὶ — alt. ὑπὸ Ψ : iter. V ‖ 7 *νδʹ* Ψ : om. V ‖ 8 ταὐτὰ Ψ : ταῦτα V ‖ 13 τὸ add. Decorps-F. ‖ 16 τῷ Ψ : om. V‖ 21 τῇ]ς V[1] in ras. ‖ 23 τῷ Ψ : τὸ V.

Puisque l'angle ΑΕΘ est égal à l'angle ΑΗΖ et que l'angle en Α est commun, alors le triangle ΑΘΕ est semblable au triangle ΑΗΖ ; ΖΑ est donc à ΑΗ comme ΘΑ est à ΕΑ ; ΖΑ est donc à ΑΗ comme le double de ΑΘ est au double de ΑΕ ; or ΓΔ est le double de ΘΑ ; ΓΔ est donc au double de ΑΕ comme ΖΑ est à ΑΗ. ΓΔ est donc le côté droit en vertu de ce qui a été démontré au théorème 49.

– 54 – *Deux droites limitées et à angles droits entre elles étant données, dont l'une est prolongée du côté de l'angle droit, trouver sur la droite prolongée une section de cône appelée hyperbole, située dans le plan mené par les droites et telle que la droite prolongée soit un diamètre de la section, que le point au sommet de l'angle*[240] *soit le sommet de la section, et que le carré d'une droite quelconque abaissée de la section sur le diamètre et faisant une angle égal à un angle donné soit équivalent à un rectangle appliqué à l'autre droite, qui aura pour largeur la droite découpée du côté du sommet par la droite abaissée et qui sera en excès d'une figure semblable et disposée semblablement au rectangle compris par les droites du début.*

Soient deux droites données ΑΒ et ΒΓ limitées et à angles droits entre elles, et que ΑΒ soit prolongée jusqu'en un point Δ.

Il faut trouver dans le plan mené par les droites ΑΒ et ΒΓ une hyperbole, de diamètre ΑΒΔ, de sommet Β, de côté droit ΒΓ, et telle que le carré sur les droites abaissées de la section sur ΒΔ sous un angle donné soit équivalent à un rectangle appliqué à ΒΓ, qui aura pour largeur la droite découpée du côté de Β par les droites abaissées et qui sera en excès d'une figure semblable et disposée semblablement au rectangle ΑΒ, ΒΓ.

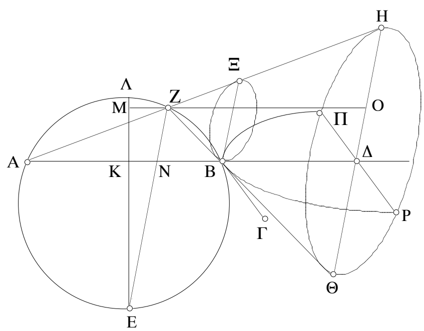


Fig. 54

[240] Voir Note complémentaire [97].

Ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία πρότερον ὀρθή, καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, καὶ ἐν αὐτῷ περὶ τὴν ΑΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΕΒΖ, ὥστε τὸ τμῆμα τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου τὸ ἐν τῷ ΑΕΒ τμήματι πρὸς τὸ τμῆμα τῆς διαμέτρου τὸ ἐν τῷ ΑΖΒ μὴ μείζονα λόγον ἔχειν τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΕΒ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος ἡ ΕΚ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Λ· διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΛ.

Εἰ μὲν οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΛ, τῷ Λ ἂν ἐχρησάμεθα, εἰ δὲ μή, γινέσθω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἡ ΕΚ πρὸς ἐλάσσονα τῆς ΚΛ τὴν ΚΜ, καὶ διὰ τοῦ Μ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΜΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΕΖ, ΖΒ, καὶ διὰ τοῦ Β τῇ ΖΕ παράλληλος ἡ ΒΞ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΒ, ἀλλ᾽ ἡ μὲν ὑπὸ ΑΖΕ τῇ ὑπὸ ΑΞΒ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΕΖΒ τῇ ὑπὸ ΞΒΖ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΞΒΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΞΒ ἐστιν ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΖΒ τῇ ΖΞ.

Νοείσθω κῶνος οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Ζ σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΞ κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὸ ΒΖΞ τρίγωνον· ἔσται δὴ ὁ κῶνος ὀρθός· ἴση γὰρ ἡ ΖΒ τῇ ΖΞ.

Ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ ΒΖ, ΖΞ, ΜΖ, καὶ τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ ΒΞ κύκλῳ· ἔσται δὴ ἡ τομὴ κύκλος· ἔστω ὁ ΗΠΡ· ὥστε διάμετρος ἔσται τοῦ κύκλου ἡ ΗΘ.

Κοινὴ δὲ τομὴ τοῦ ΗΘ κύκλου καὶ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου ἔστω ἡ ΠΔΡ· ἔσται δὴ ἡ ΠΔΡ πρὸς ἑκατέραν τῶν ΗΘ, ΔΒ ὀρθή· ἑκάτερος γὰρ τῶν ΞΒ, ΘΗ κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸ ΖΗΘ τρίγωνον, ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ ΖΗΘ, καὶ ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν τομὴ ἡ ΠΔΡ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ΖΗΘ· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιεῖ γωνίας.

TEST. 1-5 καὶ — ΒΓ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 274, 11-17).

5 μείζονα λόγον v[1] Ψ : μεῖζονα λόγον v μεῖζον ἀνάλογον V || 11 ΜΖ V : *ΜΖΟ* Ar. || 16 νοείσθω V : καὶ νοείσθω Federspiel[1] || 17 τὴν ΒΞ huc transp. Decorps-F. : post περὶ habet V || 18 Ζ]Β e corr. V[1] || Ζ]Ξ e corr. V[1] || 24 ἑκάτερος γὰρ τῶν ΞΒ, ΘΗ V Ar. : ἐπεὶ γὰρ ὁ ΘΗ Federspiel[1].

Que l'angle donné soit d'abord droit.

Que soit élevé sur AB un plan faisant un angle droit avec le plan considéré, et que, dans ce plan, soit décrit un cercle AEBZ autour de la droite AB, tel que le rapport du segment de diamètre du cercle, situé dans le segment de cercle AEB, au segment de diamètre situé dans le cercle AZB, ne soit pas plus grand que le rapport des droites AB et BΓ[241] ; que l'arc AEB soit coupé en deux parties égales en un point E ; que soit menée de E une perpendiculaire EK à AB et qu'elle soit prolongée jusqu'en un point Λ ; EΛ est donc un diamètre.

Si donc EK est à KΛ comme AB est à BΓ, nous opérerons avec le point Λ. Sinon, que EK soit à KM, qui est plus petite que KΛ, comme AB est à BΓ ; que, par M, soit menée une parallèle MZ à AB ; que soient menées des droites de jonction AZ, EZ et ZB, et que, par B, soit menée une parallèle BΞ à ZE.

Dès lors, puisque l'angle AZE est égal à l'angle EZB, que, d'autre part, l'angle AZE est égal à l'angle AΞB et que l'angle EZB est égal à l'angle ΞBZ, alors l'angle ΞBZ est aussi égal à l'angle ZΞB ; ZB est donc aussi égale à ZΞ.

Imaginons un cône ayant pour sommet le point Z et pour base le cercle décrit autour du diamètre BΞ et faisant un angle droit avec le triangle BZΞ ; le cône sera alors droit, puisque ZB est égale à ZΞ.

Que soient prolongées les droites BZ, ZΞ et MZ, et que le cône soit coupé par un plan parallèle au cercle BΞ ; la section sera alors un cercle, soit HΠP, de sorte que HΘ sera un diamètre du cercle.

Soit l'intersection ΠΔP du cercle HΘ et du plan considéré ; ΠΔP fera alors un angle droit avec chacune des droites HΘ et ΔB. En effet, chacun des cercles ΞB, ΘH fait un angle droit avec le triangle ZHΘ et le plan considéré fait lui aussi un angle droit avec le triangle ZHΘ ; alors l'intersection ΠΔP de ces plans fait elle aussi un angle droit avec le plan ZHΘ et donc avec toutes les droites qui la rencontrent et qui sont dans le même plan.

[241] L'obtention de cette relation fait l'objet d'un *lemme* très développé chez Eutocius (éd. Heiberg, p. 274, 11-278, 4), et qui est résumé par Ver Eecke dans sa traduction des *Coniques*, p. 101-102.

Καὶ ἐπεὶ κῶνος οὗ βάσις μὲν ὁ ΗΘ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ζ, τέτμηται <ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιεῖ τομὴν τὸ ΖΗΘ τρίγωνον, τέτμηται> δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τῷ ὑποκειμένῳ κατ' εὐθεῖαν τὴν ΠΔΡ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΗΔΘ, ἡ δὲ κοινὴ τομὴ τοῦ τε ὑποκειμένου ἐπιπέδου καὶ τοῦ ΗΖΘ, τουτέστιν ἡ ΔΒ, ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ Β συμπίπτει τῇ ΗΖ κατὰ τὸ Α, ὑπερβολὴ ἄρα ἔσται ἡ τομὴ διὰ τὰ προδεδειγμένα ἡ ΠΒΡ ἧς κορυφὴ μέν ἐστι τὸ Β σημεῖον, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν ΒΔ τεταγμένως ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθήσονται· παράλληλοι γάρ εἰσι τῇ ΠΔΡ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΜ, ὡς δὲ ἡ ΕΚ πρὸς ΚΜ, ἡ ΕΝ πρὸς ΝΖ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΕΝΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΖ, ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, τὸ ὑπὸ ΕΝΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΖ· ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ ΕΝΖ τῷ ὑπὸ ΑΝΒ· ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΓΒ, τὸ ὑπὸ ΑΝΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΖ· τὸ δὲ ὑπὸ ΑΝΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΖ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς ΑΝ πρὸς ΝΖ καὶ τῆς ΒΝ πρὸς ΝΖ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΝ πρὸς ΝΖ, ἡ ΑΔ πρὸς ΔΗ καὶ ἡ ΖΟ πρὸς ΟΗ, ὡς δὲ ἡ ΒΝ πρὸς ΝΖ, ἡ ΖΟ πρὸς ΟΘ· ἡ ἄρα ΑΒ πρὸς ΒΓ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΖΟ πρὸς ΟΗ καὶ ἡ ΖΟ πρὸς ΟΘ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΖΟ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΟΘ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, τὸ ἀπὸ ΖΟ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΟΘ· καὶ ἔστι παράλληλος ἡ ΖΟ τῇ ΑΔ· πλαγία μὲν ἄρα πλευρά ἐστιν ἡ ΑΒ, ὀρθία δὲ ἡ ΒΓ· ταῦτα γὰρ ἐν τῷ ιβ΄ θεωρήματι δέδεικται.

– νε΄ – Μὴ ἔστω δὴ ἡ δεδομένη γωνία ὀρθή, καὶ ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΑΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω ἴση τῇ ὑπὸ τῶν ΒΑΘ.

Δεῖ δὴ γράψαι ὑπερβολὴν ἧς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ ΑΒ, ὀρθία δὲ ἡ ΑΓ, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐν τῇ ὑπὸ ΘΑΒ γωνίᾳ καταχθήσονται.

2-3 ἐπιπέδῳ — τέτμηται add. Decorps-F. e prop. 56 (vide Ar.) ‖ 21 ιβ΄ Ψ Ar. : β΄ V ‖ 22 νε΄ Ψ : om. V ‖ 23 αἱ Ψ : om. V.

Puisqu'un cône ayant pour base le cercle HΘ et pour sommet le point Z est coupé <par un plan passant par l'axe, et que ce plan détermine une section qui est le triangle ZHΘ , qu'il est aussi coupé> par un autre plan, le plan considéré, coupant la base du cône selon une droite ΠΔΡ à angles droits avec la droite HΔΘ, que le prolongement vers B de l'intersection du plan considéré et du triangle HZΘ, c'est-à-dire de la droite ΔB, rencontre HZ en un point A, alors la section, en vertu de ce qui a été montré plus haut, sera une hyperbole ΠBΡ, ayant pour sommet le point B et telle que les droites abaissées sur le diamètre BΔ de manière ordonnée le seront sous un angle droit, puisqu'elles sont parallèles à ΠΔΡ.

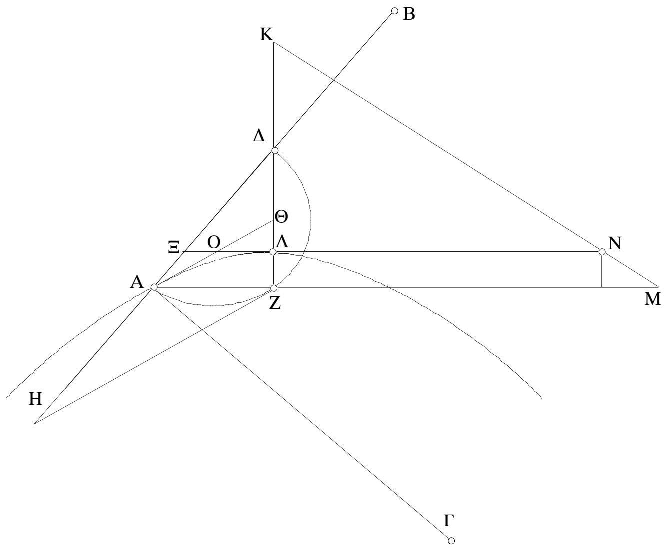
Puisque EK est à KM comme AB est à BΓ, et que EN est à NZ, c'est-à-dire le rectangle EN,NZ est au carré sur NZ, comme EK est à KM, alors le rectangle EN,NZ est au carré sur NZ comme AB est à BΓ ; or le rectangle EN,NZ est égal au rectangle AN,NB ; le rectangle AN,NB est donc au carré sur NZ comme AB est à ΓB ; d'autre part, le rectangle AN,NB a avec le carré sur NZ un rapport composé des rapports de AN à NZ et de BN à NZ. Or AΔ est à ΔH et ZO est à OH comme AN est à NZ, et ZO est à OΘ comme BN est à NZ ; AB a donc avec BΓ un rapport composé des rapports que ZO a avec OH et que ZO a avec OΘ, c'est-à-dire qu'il est identique au rapport du carré sur ZO au rectangle HO,OΘ ; le carré sur ZO est donc au rectangle HO,OΘ comme AB est à BΓ[242] ; d'autre part, ZO est parallèle à AΔ ; AB est donc le côté transverse et BΓ est le côté droit, comme cela a été démontré à la proposition 12.

– 55 – Que l'angle donné ne soit maintenant pas droit.

Soient des droites données AB et AΓ et que l'angle donné soit égal à un angle BAΘ.

Il faut décrire une hyperbole, de diamètre AB, de côté droit AΓ et telle que les droites qui seront abaissées le seront sous l'angle ΘAB.

[242] Voir Note complémentaire [98].



Τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Δ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΔ γεγράφθω ἡμικύκλιον τὸ ΑΖΔ, καὶ ἤχθω τις εἰς τὸ ἡμικύκλιον παράλληλος τῇ ΑΘ ἡ ΖΗ ποιοῦσα τὸν τοῦ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΗΑ λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΑΓ πρὸς ΑΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΘΔ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ τῶν ΖΔΘ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ ΔΛ, καὶ κείσθω τῇ ΛΔ ἴση ἡ ΔΚ, τῷ δὲ ἀπὸ ΑΖ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ ΛΖΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΜ, καὶ διὰ τοῦ Λ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω τῇ ΚΖ ἡ ΛΝ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ξ.

Καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῶν ΚΛ, ΛΝ γεγράφθω ὑπερβολὴ ἧς πλαγία μὲν πλευρὰ ἔσται ἡ ΚΛ, ὀρθία δὲ ἡ ΛΝ, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν διάμετρον ἀπὸ τῆς τομῆς ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθήσονται <καὶ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν ΛΝ παρακείμενα ὀρθογώνια>, πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ᾿ αὐτῶν πρὸς τῷ Λ, ὑπερβάλλοντα εἴδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ ΚΛΝ. ἥξει δὴ ἡ τομὴ διὰ τοῦ Α· ἴσον γάρ ἐστι τὸ ἀπὸ ΑΖ τῷ ὑπὸ ΛΖΜ· καὶ ἐφάψεται αὐτῆς ἡ ΑΘ· τὸ γὰρ ὑπὸ ΖΔΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΔΛ· ὥστε ἡ ΑΒ διάμετρός ἐστι τῆς τομῆς.

TEST. 1-4 καὶ — ΑΒ] EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 278, 6-10).

2 ΑΖ]Δ e corr. V^{1} ‖ 4 ΑΒ V Ar. : τὴν διπλασίαν τῆς ΑΔ EUT. (W) ‖ ἐκβεβλήσθω Canon. vide adn. : ἐκβεβλήσθω ἴση ἡ Δ V ‖ 5 ἴση V^{1} : ἤση V ‖ 6 ΑΖ Ψ : *ΖΑ* Ar. om. V ‖ ἴσον Ψ : ἴσων V ‖ 11-12 καὶ – ὀρθογώνια add. Mont. ‖ 12 ἔχοντα Mont. : ἔχουσαι V ‖ 14 δὴ Ψ : δὲ V ut vid.

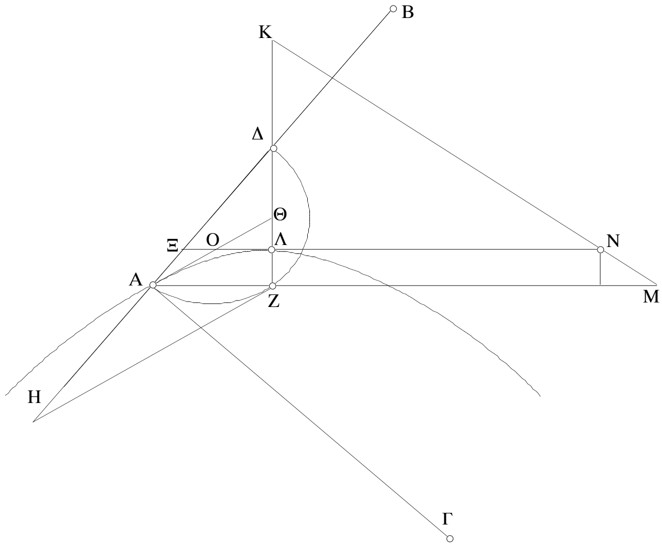


Fig. 55

Que ΑΒ soit coupée en deux parties égales en un point Δ ; que, sur ΑΔ, soit décrit un demi-cercle ΑΖΔ ; que soit menée jusqu'au demi-cercle une certaine droite ΖΗ parallèle à ΑΘ, telle que le rapport du carré sur ΖΗ au rectangle ΔΗ,ΗΑ soit identique au rapport de ΑΓ à ΑΒ[243] ; que soit menée une droite de jonction ΖΘΔ et qu'elle soit prolongée[244] ; que ΔΛ soit la moyenne proportionnelle des droites ΖΔ et ΔΘ ; que soit placée une droite ΔΚ égale à ΛΔ ; que le rectangle ΛΖ,ΖΜ soit égal au carré sur ΑΖ ; que soit menée une droite de jonction ΚΜ ; que, par Λ, soit menée une droite ΛΝ à angles droits avec ΚΖ et qu'elle soit prolongée jusqu'en un point Ξ.

Deux droites ΚΛ et ΛΝ limitées et à angles droits entre elles étant données, que soit décrite une hyperbole, de côté transverse ΚΛ, de côté droit ΛΝ, et telle que les droites abaissées de la section sur le diamètre le seront sous un angle droit <et que le carré sur ces droites abaissées sera équivalent à un rectangle appliqué à ΛΝ>, qui aura pour largeur la droite découpée du côté de Λ par les droites abaissées et qui sera en excès d'une figure semblable au rectangle ΚΛ,ΛΝ. La section passera alors par Α, puisque le carré sur ΑΖ est égal au rectangle ΛΖ,ΖΜ[245] ; d'autre part, ΑΘ sera tangente à la section, puisque le rectangle ΖΔ,ΔΘ est égal au carré sur ΔΛ, de sorte que ΑΒ est un diamètre de la section.

[243] Voir Note complémentaire [99].
[244] Voir Note complémentaire [100].
[245] Prop. 12.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΔ, τουτέστι τὴν ΑΒ, τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΗΑ, ἡ δὲ ΓΑ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΔ τὸ συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΘ καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ διπλασία τῆς ΑΘ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΔΑ, τουτέστιν ἡ ΘΑ πρὸς ΑΔ, τουτέστιν ἡ ΖΗ πρὸς ΗΔ, ἡ ΓΑ ἄρα πρὸς ΑΒ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΑ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΘ καὶ τοῦ τῆς ΖΗ πρὸς ΗΔ· ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΗΑ τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΖΗ πρὸς ΗΔ καὶ ἡ ΖΗ πρὸς ΗΑ· ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς ΓΑ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΘ καὶ τοῦ τῆς ΖΗ πρὸς ΗΔ ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς ΖΗ πρὸς ΗΑ καὶ τοῦ τῆς ΖΗ πρὸς ΗΔ.

Κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ τῆς ΖΗ πρὸς ΗΔ λόγος· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΘ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΑ· ὡς δὲ ἡ ΖΗ πρὸς ΗΑ, ἡ ΟΑ πρὸς ΑΞ· ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΘ, ἡ ΟΑ πρὸς ΑΞ. Ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, παρ' ἣν δύνανταί ἐστιν ἡ ΑΓ· τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ *ν*ʹ θεωρήματι.

– *νς*ʹ – Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις εὑρεῖν περὶ διάμετρον τὴν ἑτέραν αὐτῶν κώνου τομὴν τὴν καλουμένην ἔλλειψιν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ταῖς εὐθείαις, ἧς κορυφὴ ἔσται τὸ πρὸς τῇ ὀρθῇ γωνίᾳ σημεῖον, αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν διάμετρον ἐν γωνίᾳ δοθείσῃ δυνήσονται τὰ παρακείμενα ὀρθογώνια παρὰ τὴν ἑτέραν εὐθεῖαν, πλάτος ἔχοντα τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς, ἐλλείποντα εἴδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν περιεχομένῳ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν μείζων ἡ ΑΒ.

Δεῖ δὴ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ γράψαι ἔλλειψιν ἧς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ ΑΒ, κορυφὴ δὲ τὸ Α, ὀρθία δὲ ἡ ΑΓ, αἱ δὲ καταγόμεναι καταχθήσονται ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν ΑΒ ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ καὶ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν ΑΓ παρακείμενα, πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ Α, ἐλλείποντα εἴδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ.

2 ἡ δὲ Decorps-F. : ἀλλ' ἡ μὲν V ‖ 4 ἐκ τοῦ Mont. : ἐξ οὗ V ‖ 18 *νς*ʹ Ψ : om. V ‖ 19 εὑρεῖν Ψ : εὕρῃ V ‖ 33 τῷ V[1] : τὸ V.

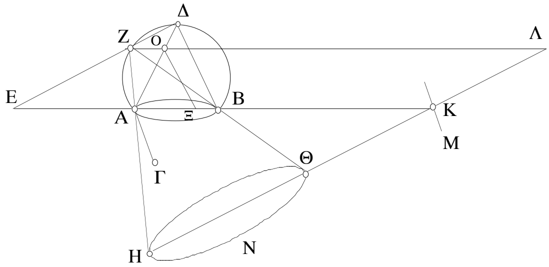
Puisque le carré sur ZH est au rectangle ΔH,HA comme ΓA est au double de AΔ, c'est-à-dire à AB, que, d'autre part, ΓA a avec le double de AΔ un rapport composé des rapports que ΓA a avec le double de AΘ et que le double de AΘ a avec le double de ΔA, c'est-à-dire que ΘA a avec AΔ, c'est-à-dire que ZH a avec HΔ, alors ΓA a avec AB un rapport composé des rapports de ΓA au double de AΘ et de ZH à HΔ ; or le carré sur ZH a avec le rectangle ΔH,HA un rapport composé des rapports que ZH a avec HΔ et que ZH a avec HA ; le rapport composé des rapports de ΓA au double de AΘ et de ZH à HΔ est donc identique au rapport composé des rapports de ZH à HA et de ZH à HΔ.

Que soit retranché le rapport commun de ZH à HΔ ; ZH est donc à HA comme ΓA est au double de AΘ ; or OA est à AΞ comme ZH est à HA ; OA est donc à AΞ comme ΓA est au double de AΘ. Dans ces conditions, AΓ est la droite à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré, comme cela a été démontré à la proposition 50.

– 56 – *Deux droites limitées et à angles droits entre elles étant données, trouver dans le même plan que les droites une section de cône appelée ellipse, décrite autour de l'une de ces droites comme diamètre, ayant pour sommet le point appliqué au sommet de l'angle droit, et telle que le carré sur les droites abaissées de la section sur le diamètre sous un angle donné soit équivalent à un rectangle appliqué à l'autre droite, qui aura pour largeur la droite découpée du côté du sommet de la section par les droites abaissées et qui sera déficient d'une figure semblable et disposée semblablement au rectangle compris par les droites données.*

Soient deux droites données AB et AΓ à angles droits entre elles, la plus grande étant AB.

Il faut décrire dans le plan considéré une ellipse, de diamètre AB, de sommet A, de côté droit AΓ, et telle que les droites abaissées de la section sur AB le seront sous un angle donné, et que le carré sur ces droites abaissées sera équivalent à un rectangle appliqué à AΓ, qui aura pour largeur la droite découpée du côté de A par les droites abaissées et qui sera déficient d'une figure semblable et disposée semblablement au rectangle BA,AΓ.



Ἔστω δὴ ἡ δοθεῖσα γωνία πρότερον ὀρθή.

Καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον, καὶ ἐν αὐτῷ ἐπὶ τῆς ΑΒ τμῆμα κύκλου γεγράφθω τὸ ΑΔΒ οὗ διχοτομία ἔστω τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΔΒ, καὶ κείσθω τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΑΞ, καὶ διὰ τοῦ Ξ τῇ ΔΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΞΟ, διὰ δὲ τοῦ Ο τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΟΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΖ καὶ συμπιπτέτω τῇ ΑΒ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Ε· ἔσται δὴ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΑΓ, ἡ ΒΑ πρὸς ΑΞ, τουτέστιν ἡ ΔΑ πρὸς ΑΟ, τουτέστιν ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ.

Καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΖΒ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΖΑ τυχὸν σημεῖον τὸ Η, καὶ δι' αὐτοῦ τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΛ καὶ συμπιπτέτω τῇ ΑΒ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Κ· ἐκβεβλήσθω δὴ ἡ ΖΟ καὶ συμπιπτέτω τῇ ΗΚ κατὰ τὸ Λ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ περιφέρεια τῇ ΔΒ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΒ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΕΖΑ γωνία δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΖΔΑ, ΖΑΔ ἐστιν ἴση, ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ ΖΑΔ τῇ ὑπὸ ΖΒΔ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΖΔΑ τῇ ὑπὸ ΖΒΑ, καὶ ἡ ὑπὸ ΕΖΑ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΒΑ ἐστιν ἴση, τουτέστι τῇ ὑπὸ ΒΖΔ· ἔστι δὲ καὶ παράλληλος ἡ ΔΕ τῇ ΛΗ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΖΑ τῇ ὑπὸ ΖΗΘ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΖΒ τῇ ὑπὸ ΖΘΗ, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΖΗΘ τῇ ὑπὸ ΖΘΗ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΖΘ ἐστιν ἴση.

Γεγράφθω δὴ περὶ <διάμετρον> τὴν ΘΗ κύκλος ὁ ΗΘΝ ὀρθὸς πρὸς τὸ ΘΗΖ τρίγωνον, καὶ νοείσθω κῶνος οὗ βάσις μὲν ὁ ΗΘΝ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ζ σημεῖον· ἔσται δὴ ὁ κῶνος ὀρθὸς διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΗΖ τῇ ΖΘ.

1 δὴ Decorps-F. (prop. Heiberg) : δὲ V ‖ δοθεῖσα V^1 : δοδεῖσα V ‖ 16 ΖΔΑ, ΖΑΔ Mont. Ar. : ΞΑΔ V ‖ 17 ΖΑΔ Ψ Ar. : ΖΔΑ V ‖ Ζ]Β[Δ e corr. V^1 ‖ 18 Ζ]Β[Α e corr. V^1 ‖ 20 ΖΘ]Η e corr. V^1 ‖ 21 ΖΘ]Η e corr. V^1 ‖ 22 διάμετρον add. Decorps-F. sec. Ar. ‖ 23 ΗΘ]Ν Ψ Ar. : Κ V.

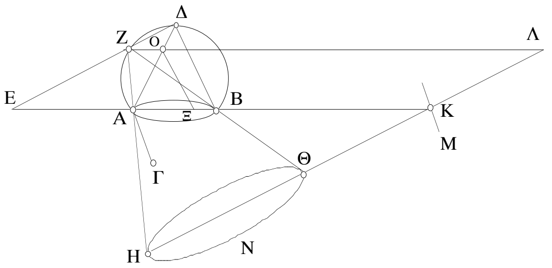


Fig. 56

Que l'angle donné soit d'abord droit.

Que soit élevé sur AB un plan faisant un angle droit avec le plan considéré ; que, dans ce plan et sur AB, soit décrit un segment de cercle AΔB, de milieu Δ[246] ; que soient menées des droites de jonction ΔA et ΔB ; que soit placée une droite AΞ égale à AΓ ; que, par Ξ, soit menée une parallèle ΞO à ΔB et, par O, une parallèle OZ à AB ; que soit menée une droite de jonction ΔZ et qu'elle rencontre le prolongement de AB en un point E ; BA sera alors à AΞ, c'est-à-dire ΔA sera à AO, c'est-à-dire ΔE sera à EZ, comme AB est à AΓ.

Que soient menées des droites de jonction AZ et ZB et qu'elles soient prolongées ; que soit pris sur ZA un point quelconque H ; que, par ce point, soit menée une parallèle HΛ à ΔE et qu'elle rencontre le prolongement de AB en un point K ; que ZO soit prolongée et rencontre HK en un point Λ.

Dès lors, puisque l'arc AΔ est égal à l'arc ΔB, l'angle ABΔ est égal à l'angle ΔZB[247].

Puisque l'angle EZA est égal à la somme des angles ZΔA et ZAΔ, que, d'autre part, l'angle ZAΔ est égal à l'angle ZBΔ, et que l'angle ZΔA est égal à l'angle ZBA, alors l'angle EZA est aussi égal à l'angle ΔBA, c'est-à-dire à l'angle BZΔ ; or ΔE est aussi parallèle à ΛH ; l'angle EZA est donc égal à l'angle ZHΘ, et l'angle ΔZB est égal à l'angle ZΘH, de sorte que l'angle ZHΘ est aussi égal à l'angle ZΘH, et que ZH est égale à ZΘ.

Que soit décrit autour du <diamètre> ΘH un cercle HΘN faisant un angle droit avec le triangle ΘHZ, et imaginons un cône ayant pour base le cercle HΘN et pour sommet le point Z ; alors le cône sera droit, puisque HZ est égale à ZΘ.

[246] Voir Note complémentaire [101].

[247] *Éléments*, III.27.

Καὶ ἐπεὶ ὁ ΗΘΝ κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸ ΘΗΖ ἐπίπεδον, ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ διὰ τῶν ΗΘΖ ἐπίπεδον, καὶ ἡ κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἄρα πρὸς τὸ διὰ τῶν ΗΘΖ ἐπίπεδον ὀρθὴ ἔσται· ἔστω δὴ ἡ κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἡ ΚΜ· ἡ ΚΜ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς ἑκατέραν τῶν ΑΚ, ΚΗ.

Καὶ ἐπεὶ κῶνος οὗ βάσις μὲν ὁ ΗΘΝ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ζ σημεῖον τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ποιεῖ τομὴν τὸ ΗΘΖ τρίγωνον, τέτμηται δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τῷ διὰ τῶν ΑΚ, ΚΜ, ὅ ἐστι τὸ ὑποκείμενον, κατ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΚΜ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ ΗΚ, καὶ τὸ ἐπίπεδον συμπίπτει ταῖς ΖΗ, ΖΘ πλευραῖς τοῦ κώνου, ἡ ἄρα γινομένη τομὴ ἔλλειψίς ἐστιν ἧς διάμετρός ἐστιν ἡ ΑΒ, αἱ δὲ καταγόμεναι καταχθήσονται ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ· παράλληλοι γάρ εἰσι τῇ ΚΜ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ, τὸ ὑπὸ ΔΕΖ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΒΕΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΖ, τὸ δὲ ὑπὸ ΒΕΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΖ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς ΒΕ πρὸς ΕΖ καὶ τοῦ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΖ, ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΒΕ πρὸς ΕΖ, ἡ ΒΚ πρὸς ΚΘ, τουτέστιν ἡ ΖΛ πρὸς ΛΘ, ὡς δὲ ἡ ΑΕ πρὸς ΕΖ, ἡ ΑΚ πρὸς ΚΗ, τουτέστιν ἡ ΖΛ πρὸς ΛΗ, ἡ ΒΑ ἄρα πρὸς ΑΓ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς ΖΛ πρὸς ΛΗ καὶ τοῦ τῆς ΖΛ πρὸς ΛΘ, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΖΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΛΘ· ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, τὸ ἀπὸ ΖΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΛΘ. Ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, ὀρθία τοῦ εἴδους πλευρά ἐστιν ἡ ΑΓ, ὡς δέδεικται ἐν τῷ ιγʹ θεωρήματι.

– *νζʹ* – Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ ΑΒ ἐλάσσων τῆς ΑΓ, καὶ δέον ἔστω περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ γράψαι ἔλλειψιν, ὥστε ὀρθίαν εἶναι τὴν ΑΓ.

Τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΕΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΒΑΓ ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ ΖΕ, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ΖΔ τῇ ΔΕ, καὶ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΗ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΑΒ, ἡ ΕΖ πρὸς ΖΗ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΕΖ τῆς ΖΗ.

17-18 τουτέστιν — ΛΘ Canon. Ar. : om. V ‖ 23 ιγʹ Ψ Ar. : γʹ V ‖ 24 *νζʹ* Ψ : om. V.

Puisque le cercle ΗΘΝ fait un angle droit avec le plan ΘΗΖ, et que le plan considéré fait aussi un angle droit avec le plan ΘΗΖ, alors l'intersection de ces plans sera aussi perpendiculaire au plan ΗΘΖ ; soit ΚΜ cette intersection ; ΚΜ fait donc un angle droit avec chacune des droites ΑΚ et ΚΗ.

Puisqu'un cône ayant pour base le cercle ΗΘΝ et pour sommet le point Ζ est coupé par un plan passant par l'axe, et que ce plan détermine une section qui est le triangle ΗΘΖ, qu'il est aussi coupé par un autre plan passant par les droites ΑΚ et ΚΜ, c'est-à-dire le plan considéré, selon une droite ΚΜ à angles droits avec ΗΚ, et que ce plan rencontre les côtés ΖΗ et ΖΘ du cône, alors la section obtenue est une ellipse, de diamètre ΑΒ et telle que les droites abaissées de manière ordonnée le seront sous une angle droit, puisqu'elles sont parallèles à ΚΜ.

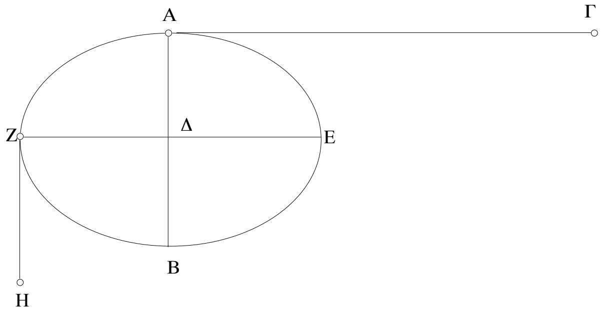
Puisque le rectangle ΔΕ,ΕΖ, c'est-à-dire le rectangle ΒΕ,ΕΑ, est au carré sur ΕΖ comme ΔΕ est à ΕΖ, et que le rectangle ΒΕ,ΕΑ a avec le carré sur ΕΖ un rapport composé des rapports de ΒΕ à ΕΖ et de ΑΕ à ΕΖ, que, d'autre part, ΒΚ est à ΚΘ, c'est-à-dire ΖΛ est à ΛΘ, comme ΒΕ est à ΕΖ, et que ΑΚ est à ΚΗ, c'est-à-dire ΖΛ est à ΛΗ, comme ΑΕ est à ΕΖ, alors ΒΑ a avec ΑΓ un rapport composé des rapports que ΖΛ a avec ΛΗ et que ΖΛ a avec ΛΘ, qui est identique au rapport du carré sur ΖΛ au rectangle ΗΛ,ΛΘ ; le carré sur ΖΛ est donc au rectangle ΗΛ,ΛΘ comme ΒΑ est à ΑΓ. Dans ces conditions, ΑΓ est le côté droit de la figure, comme cela a été démontré à la proposition 13[248].

– 57[249] – Les mêmes hypothèses étant conservées, que ΑΒ soit plus petite que ΑΓ, et qu'il faille décrire autour du diamètre ΑΒ une ellipse, telle que ΑΓ soit le côté droit.

Que ΑΒ soit coupée en deux parties égales en un point Δ ; que, de Δ, soit menée une droite ΕΔΖ à angles droits avec ΑΒ ; que le carré sur ΖΕ soit égal au rectangle ΒΑ,ΑΓ, de sorte que ΖΔ soit égale à ΔΕ ; que soit menée une parallèle ΖΗ à ΑΒ, et qu'il soit fait en sorte que ΕΖ soit à ΖΗ comme ΑΓ est à ΑΒ ; ΕΖ est donc aussi plus grande que ΖΗ.

[248] Il faut noter ici que la proposition 56 est illustrée dans **V** par deux figures, qui ne se distinguent que par la représentation des deux droites ΑΓ et ΚΜ.

[249] La proposition 57 est illustrée par deux figures dans **V**, dont seule l'orientation diffère. J'édite ici la seconde.



Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΓΑΒ τῷ ἀπὸ ΕΖ, ἔστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, τὸ ἀπὸ ΖΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ καὶ τὸ ἀπὸ ΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ· ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, ἡ ΕΖ πρὸς ΖΗ· ὡς ἄρα ἡ ΕΖ πρὸς ΖΗ, τὸ ἀπὸ ΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ· τὸ δὲ ἀπὸ ΖΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΖΔΕ· ὡς ἄρα ἡ ΕΖ πρὸς ΖΗ, τὸ ὑπὸ ΕΔΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ.

Δύο οὖν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις κειμένων <τῶν ΕΖ, ΖΗ> καὶ μείζονος οὔσης τῆς ΕΖ γεγράφθω ἔλλειψις ἧς διάμετρος μὲν ἡ ΕΖ, ὀρθία δὲ ἡ ΖΗ· ἥξει δὴ ἡ τομὴ διὰ τοῦ Α διὰ τὸ εἶναι ὡς τὸ ὑπὸ ΖΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, τὴν ΕΖ πρὸς ΖΗ. Καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ· ἐλεύσεται οὖν καὶ διὰ τοῦ Β. Γέγραπται οὖν ἔλλειψις περὶ τὴν ΑΒ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, τὸ ἀπὸ ΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, τὸ δὲ ἀπὸ ΔΑ ἴσον τῷ ὑπὸ ΑΔΒ, ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, τὸ ἀπὸ ΔΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΔΒ, ὥστε ὀρθία ἐστὶν ἡ ΑΓ.

– νη′ – Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία ὀρθή, καὶ ἔστω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΔ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΕ γεγράφθω ἡμικύκλιον τὸ ΑΖΕ, καὶ ἐν αὐτῷ τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΗ ποιοῦσα τὸν τοῦ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΕ λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΓΑ πρὸς τὴν ΑΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΕΖ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ εἰλήφθω τῶν ΔΕΖ μέση ἀνάλογον ἡ ΕΘ, καὶ τῇ ΕΘ ἴση κείσθω ἡ ΕΚ, καὶ πεποιήσθω τῷ ἀπὸ ΑΖ ἴσον τὸ ὑπὸ ΘΖΛ,

TEST. 16-19 alt. καὶ — ΑΒ EUT., *Comm. in Con.* (ed. Heiberg 280, 13-17).

1 ἀπὸ c v Ψ : / πὸ V ‖ 7 τῶν ΕΖ, ΖΗ add. Mont. (vide Ar.) ‖ 9 τὴν Decorps-F. (prop. Heiberg) : ἡ V ‖ 15 νη′ Ψ : om. V.

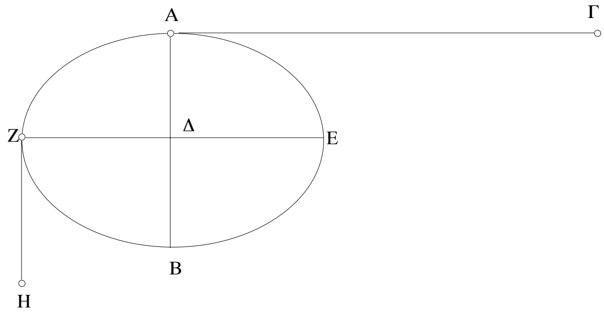


Fig. 57

Puisque le rectangle ΓA,AB est égal au carré sur EZ, le carré sur ZE est à celui sur AB et le carré sur ΔZ est à celui sur ΔA comme ΓA est à AB ; or EZ est à ZH comme ΓA est à AB ; le carré sur ZΔ est donc à celui sur ΔA comme EZ est à ZH ; or le carré sur ZΔ est égal au rectangle ZΔ,ΔE ; le rectangle EΔ,ΔZ est donc au carré sur AΔ comme EZ est à ZH.

Deux droites limitées <EZ et ZH> étant placées à angles droits entre elles, et la plus grande étant EZ, que soit décrite une ellipse, de diamètre EZ et de côté droit ZH ; la section passera alors par A, puisque EZ est à ZH comme le rectangle ZΔ,ΔE est au carré sur ΔA ; d'autre part, AΔ est égale à ΔB ; la section passera donc aussi par B ; une ellipse est donc décrite autour de AB.

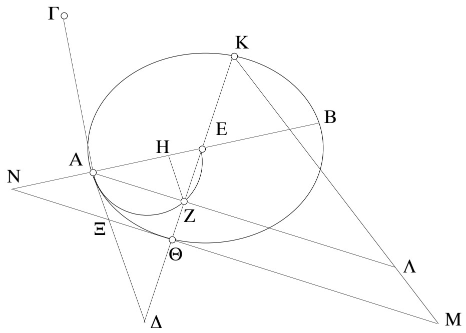
Puisque le carré sur ZΔ est à celui sur ΔA comme ΓA est à AB, et que le carré sur ΔA est égal au rectangle AΔ,ΔB, alors le carré sur ΔZ est au rectangle AΔ,ΔB comme ΓA est à AB, de sorte que AΓ est le côté droit.

– 58 – Que l'angle donné ne soit maintenant pas droit.

Que l'angle BAΔ soit égal à l'angle donné ; que la droite AB soit coupée en deux parties égales en un point E ; que, sur AE, soit décrit un demi-cercle AZE, et que, dans le demi-cercle, soit menée une parallèle ZH à AΔ, telle que le rapport du carré sur ZH au rectangle AH,HE soit identique au rapport de ΓA à AB[250] ; que soient menées des droites de jonction AZ et EZ et qu'elles soient prolongées ; que soit prise une droite EΘ comme moyenne proportionnelle des droites ΔE et EZ ; que soit placée une droite EK égale à EΘ ; qu'il soit fait en sorte que le rectangle ΘZ,ZΛ soit égal au carré sur AZ ;

[250] Cette construction est l'objet d'un *lemme* dans le commentaire d'Eutocius.

καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ τῇ ΘΖ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΘΜ παράλληλος γινομένη τῇ ΑΖΛ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Ζ.



Καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῶν ΚΘ, ΘΜ γεγράφθω ἔλλειψις ἧς διάμετρος πλαγία ἡ ΚΘ, ὀρθία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ ΘΜ, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν ΘΚ ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθήσονται· ἥξει δὴ ἡ τομὴ διὰ τοῦ Α διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ ΖΑ τῷ ὑπὸ ΘΖΛ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΘΕ τῇ ΕΚ, ἡ δὲ ΑΕ τῇ ΕΒ, ἥξει καὶ διὰ τοῦ Β ἡ τομή, καὶ ἔσται κέντρον μὲν τὸ Ε, διάμετρος δὲ ἡ ΑΕΒ. Καὶ ἐφάψεται τῆς τομῆς ἡ ΔΑ διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ ΔΕΖ τῷ ἀπὸ ΕΘ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΕ, ἀλλ' ἡ μὲν ΓΑ πρὸς ΑΒ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς ΓΑ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΔΑ καὶ τοῦ τῆς διπλασίας τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΑΒ, τουτέστι τῆς ΔΑ πρὸς ΑΕ, τὸ δὲ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΗΕ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς ΖΗ πρὸς ΗΕ καὶ τοῦ τῆς ΖΗ πρὸς ΗΑ, ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς ΓΑ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΔ καὶ τοῦ τῆς ΔΑ πρὸς ΑΕ ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς ΖΗ πρὸς ΗΕ καὶ τοῦ τῆς ΖΗ πρὸς ΗΑ· ἀλλ' ὡς ἡ ΔΑ πρὸς ΑΕ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ· κοινοῦ <ἄρα> ἀφαιρεθέντος τούτου τοῦ λόγου ἔσται ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΔ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΑ, τουτέστιν ἡ ΞΑ πρὸς ΑΝ. Ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, ὀρθία τοῦ εἴδους πλευρά ἐστιν ἡ ΑΓ.

1 ΘΜ Decorps-F. (prop. Heiberg) : ΘΜΞ V Ar. || 18 pr. ΖΗ V[1] : ΗΖΗ V || 19 ἄρα add. Halley (*ergo* jam Comm.).

que soit menée une droite de jonction ΚΛ ; que, de Θ, soit menée une droite ΘΜ à angles droits avec ΘΖ et parallèle à ΑΖΛ, puisque l'angle en Ζ est droit.

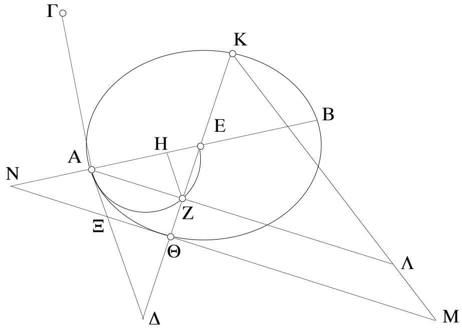


Fig. 58[251]

Deux droites ΚΘ et ΘΜ limitées et à angles droits entre elles étant données, que soit décrite une ellipse, de diamètre transverse ΚΘ et de côté droit de la figure ΘΜ, et telle que les droites abaissées sur ΘΚ de manière ordonnée le seront sous une angle droit ; la section passera alors par Α en vertu de l'égalité du carré sur ΖΑ et du rectangle ΘΖ,ΖΛ[252].

Puisque ΘΕ est égale à ΕΚ et que ΑΕ est égale à ΕΒ, la section passera aussi par Β ; son centre sera le point Ε et son diamètre la droite ΑΕΒ ; d'autre part, ΔΑ sera tangente à la section en vertu de l'égalité du rectangle ΔΕ,ΕΖ et du carré sur ΕΘ.

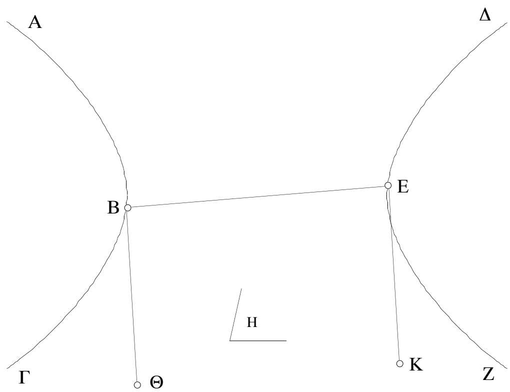
Puisque le carré sur ΖΗ est au rectangle ΑΗ,ΗΕ comme ΓΑ est à ΑΒ, que, d'autre part, ΓΑ a avec ΑΒ un rapport composé des rapports de ΓΑ au double de ΔΑ et du double de ΑΔ à ΑΒ, c'est-à-dire de ΔΑ à ΑΕ, et que le carré sur ΖΗ a avec le rectangle ΑΗ,ΗΕ un rapport composé des rapports de ΖΗ à ΗΕ et de ΖΗ à ΗΑ, alors le rapport composé des rappports de ΓΑ au double de ΑΔ et de ΔΑ à ΑΕ est identique au rapport composé des rappports de ΖΗ à ΗΕ et de ΖΗ à ΗΑ. Or ΖΗ est à ΗΕ comme ΔΑ est à ΑΕ ; si donc est retranché ce dernier rapport, qui est commun, ΖΗ sera à ΗΑ, c'est-à-dire ΞΑ sera à ΑΝ comme ΓΑ est au double de ΑΔ. Dans ces conditions, ΑΓ est le côté droit de la figure.

[251] Dans la figure de **V**, il manque le côté ΑΔ de l'angle donné.
[252] Prop. 13.

– νθʹ – Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις πεπερασμένων εὑρεῖν ἀντικειμένας ὧν διάμετρός ἐστι μία τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, κορυφαὶ δὲ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐν ἑκατέρᾳ τῶν τομῶν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν ἑτέραν παρακείμενα καὶ ὑπερβάλλοντα <εἴδει> ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν περιεχομένῳ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις πεπερασμέναι αἱ ΒΕ, ΒΘ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω ἡ Η.

Δεῖ δὴ γράψαι ἀντικειμένας περὶ μίαν τῶν ΒΕ, ΒΘ, ὥστε τὰς καταγομένας κατάγεσθαι ἐν γωνίᾳ τῇ Η.



Καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΒΕ, ΒΘ γεγράφθω ὑπερβολὴ ἧς διάμετρος ἔσται πλαγία ἡ ΒΕ, ὀρθία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ ΘΒ, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν ἐπ᾽ εὐθείας τῇ ΒΕ καταχθήσονται ἐν γωνίᾳ τῇ Η, καὶ ἔστω ἡ ΑΒΓ· τοῦτο γὰρ ὡς δεῖ γενέσθαι, προγέγραπται.

Ἤχθω δὴ διὰ τοῦ Ε τῇ ΒΕ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ ἴση οὖσα τῇ ΒΘ, καὶ γεγράφθω ὁμοίως ἄλλη ὑπερβολὴ ἡ ΔΕΖ ἧς διάμετρος μὲν ἡ ΒΕ, ὀρθία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ ΕΚ, αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς τεταγμένως καταχθήσονται ἐν τῇ [ἐφεξῆς] γωνίᾳ τῇ Η.

Φανερὸν δὴ ὅτι αἱ Β, Ε εἰσιν ἀντικείμεναι, διάμετρος δὲ αὐτῶν μία ἐστί, καὶ αἱ ὀρθίαι ἴσαι.

1 νθʹ Ψ : om. V ‖ 3 κορυφαὶ Ψ : κορυφὴ V ‖ 6 εἴδει add. Halley ‖ 9 δὴ c Ψ : δεῖ V ‖ 18 ἐφεξῆς del. Mont. ‖ 19 δὴ edd. : δὲ e corr. V[1] ‖ 20 αἱ ὀρθίαι Ψ : διορθιαι V.

– 59 – *Deux droites limitées et à angles droits entre elles étant données, trouver des opposées, ayant pour diamètre l'une des droites données, pour sommets les extrémités de cette droite, et telles que le carré sur les droites abaissées dans chacune des sections sous un angle donné sera équivalent à un rectangle appliqué à l'autre droite, en excès d'une <figure> semblable au rectangle compris par les droites données.*

Soient deux droites données ΒΕ et ΒΘ limitées et à angles droits entre elles, et soit un angle donné Η.

Il faut décrire des opposées autour de l'une des droites ΒΕ et ΒΘ, de sorte que les droites abaissées le soient sous l'angle Η.

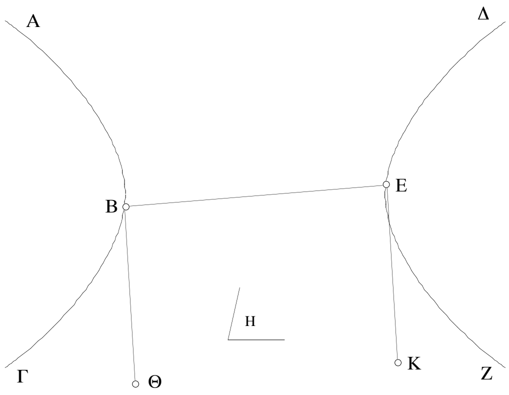


Fig. 59

Deux droites ΒΕ et ΒΘ étant données, que soit décrite une hyperbole, de diamètre transverse ΒΕ, de côté droit de la figure ΘΒ, et telle que les droites abaissés sur le prolongement en ligne droite de ΒΕ le seront sous l'angle Η ; soit ΑΒΓ cette hyperbole ; il a été montré précédemment comment l'obtenir[253].

Que soit menée par Ε une droite ΕΚ à angles droits avec ΒΕ, égale à ΒΘ, et que soit décrite pareillement une autre hyperbole ΔΕΖ, de diamètre ΒΕ, de côté droit de la figure ΕΚ, et telle que les droites abaissées de la section de manière ordonnée le seront sous l'angle Η [qui fait suite à la figure].

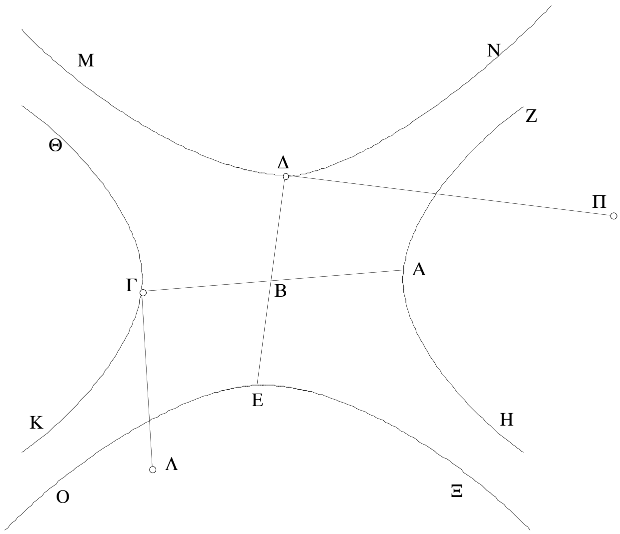
Il est évident que les sections Β et Ε sont des opposées ayant un seul diamètre et dont les côtés droits sont égaux.

[253] Prop. 55.

– ξʹ – Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δίχα τεμνουσῶν ἀλλήλας γράψαι περὶ ἑκατέραν αὐτῶν ἀντικειμένας τομάς, ὥστε εἶναι αὐτῶν συζυγεῖς διαμέτρους τὰς εὐθείας, καὶ τὴν τῶν δύο ἀντικειμένων διάμετρον τὸ τῶν ἑτέρων ἀντικειμένων δύνασθαι εἶδος, ὁμοίως δὲ καὶ τὴν τῶν ἑτέρων ἀντικειμένων διάμετρον τὸ τῶν ἑτέρων ἀντικειμένων δύνασθαι εἶδος.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι δίχα τέμνουσαι ἀλλήλας αἱ ΑΓ, ΔΕ.

Δεῖ δὴ περὶ ἑκατέραν αὐτῶν διάμετρον γράψαι ἀντικειμένας, ἵνα ὦσιν αἱ ΑΓ, ΔΕ συζυγεῖς ἐν αὐταῖς, καὶ ἡ μὲν ΔΕ τὸ τῶν περὶ τὴν ΑΓ εἶδος δύνηται, ἡ δὲ ΑΓ τὸ τῶν περὶ τὴν ΔΕ.



Ἔστω τῷ ἀπὸ ΔΕ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΓΛ, πρὸς ὀρθὰς δὲ ἔστω ἡ ΛΓ τῇ ΓΑ.

Καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῶν ΑΓ, ΓΛ γεγράφθωσαν ἀντικείμεναι αἱ ΖΑΗ, ΘΓΚ ὧν διάμετρος μὲν ἔσται πλαγία ἡ ΓΑ, ὀρθία δὲ ἡ ΓΛ, αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῶν τομῶν ἐπὶ τὴν ΓΑ καταχθήσονται ἐν τῇ γωνίᾳ τῇ δοθείσῃ. Ἔσται δὴ ἡ ΔΕ δευτέρα διάμετρος τῶν ἀντικειμένων· μέσον τε γὰρ λόγον ἔχει τῶν τοῦ εἴδους πλευρῶν καὶ παρὰ τεταγμένως κατηγμένην οὖσα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Β.

1 ξʹ Ψ : om. V ‖ 10 ΑΓ Ψ Ar. : ΑΒ V ‖ 12 ΛΓ edd. (jam Comm.) : ΓΛ Canon. ΑΓ V Ar. ‖ 13 ΓΑ V : ΓΛ Ar. ‖ 16 ΓΑ Ψ Ar. : ΓΔ V ‖ 17 δὴ edd. : δὲ V ‖ 19 κατηγμένην Heiberg : κατηγμένη V.

– 60 – *Deux droites se coupant l'une l'autre en deux parties égales étant données, décrire autour de chacune d'elles des opposées telles que les droites soient leurs diamètres conjugués, que le carré sur le diamètre des deux opposées soit équivalent à la figure des autres opposées, et, pareillement, que le carré sur le diamètre des autres opposées soit aussi équivalent à la figure des premières opposées.*

Soient deux droites données ΑΓ et ΔΕ se coupant l'une l'autre en deux parties égales.

Il faut décrire des opposées autour de chacune d'elles comme diamètre, de telle sorte que ΑΓ et ΔΕ soient conjuguées dans ces sections, que le carré sur ΔΕ soit équivalent à la figure des sections décrites autour de ΑΓ, et que le carré sur ΑΓ soit équivalent à la figure des sections décrites autour de ΔΕ.

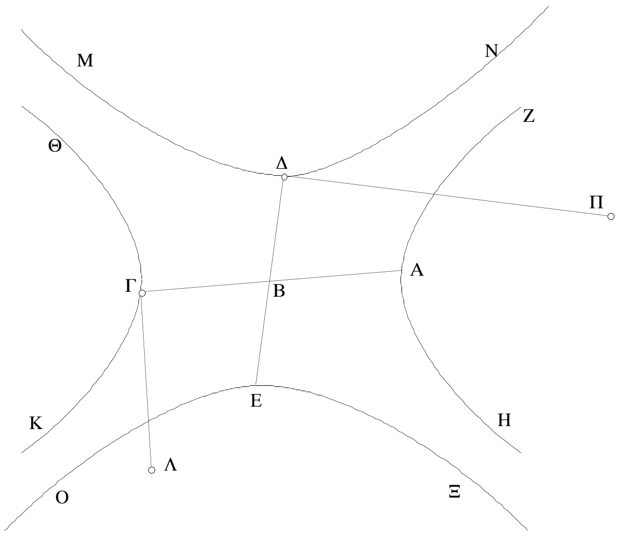


Fig. 60

Que le rectangle ΑΓ,ΓΛ soit égal au carré sur ΔΕ, et que ΛΓ soit à angles droits avec ΓΑ[254].

Deux droites ΑΓ et ΓΛ à angles droits entre elles étant données, que soit décrites des opposées ΖΑΗ et ΘΓΚ, de diamètre transverse ΓΑ, de côté droit ΓΛ, et telles que les droites abaissées des sections sur ΓΑ le seront sous l'angle donné[255]. La droite ΔΕ sera alors le second diamètre des opposées, car elle est moyenne proportionnelle des côtés de la figure et, étant parallèle à une droite abaissée de manière ordonnée, elle est coupée en deux parties égales en un point Β.

[254] Voir Note complémentaire [102].
[255] Prop. 59.

Ἔστω δὴ πάλιν τῷ ἀπὸ ΑΓ ἴσον τὸ ὑπὸ ΕΔΠ, πρὸς ὀρθὰς δὲ ἔστω ἡ ΔΠ τῇ ΔΕ.

Καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις κειμένων τῶν ΕΔ, ΔΠ, γεγράφθωσαν ἀντικείμεναι αἱ ΜΔΝ, ΟΕΞ ὧν διάμετρος μὲν πλαγία ἡ ΔΕ, ὀρθία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ ΔΠ, αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῶν τομῶν καταχθήσονται ἐπὶ τὴν ΔΕ ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ· ἔσται δὴ καὶ τῶν ΜΔΝ, ΞΕΟ δευτέρα διάμετρος ἡ ΑΓ, ὥστε ἡ μὲν ΑΓ τὰς τῇ ΔΕ παραλλήλους μεταξὺ τῶν ΜΔΝ, ΟΕΞ τομῶν δίχα τέμνει, ἡ δὲ ΔΕ τὰς τῇ ΑΓ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Καλείσθωσαν δὲ αὗται αἱ τομαὶ συζυγεῖς.

De même, que le rectangle ΕΔ,ΔΠ[256] soit égal au carré sur ΑΓ, et que ΔΠ soit à angles droits avec ΔΕ.

Deux droites ΕΔ et ΔΠ étant placées à angles droits entre elles, que soient décrites des opposées ΜΔΝ et ΟΕΞ, ayant pour diamètre transverse la droite ΔΕ, pour côté droit de la figure la droite ΔΠ, et telles que les droites abaissées des sections sur ΔΕ le seront sous l'angle donné ; ΑΓ sera alors aussi le second diamètre des sections ΜΔΝ et ΞΕΟ, de sorte que ΑΓ coupe en deux parties égales les parallèles à ΔΕ, découpées entre les sections ΜΔΝ et ΟΕΞ, et que ΔΕ coupe en deux parties égales les parallèles à ΑΓ. Ce qu'il fallait faire.

Appelons ces sections des *sections conjuguées*.

[256] Ce côté droit est désigné dans **V** (figure et texte) par les lettres Δ et Ζ, alors que la lettre Ζ a déjà été utilisée pour la section ΖΑΗ ; j'ai restitué ici la lettre Π, pour respecter l'ordre alphabétique suivi dans la figure pour la désignation des points.

NOTES COMPLÉMENTAIRES

(Les notes des auteurs sont suivies de leurs initiales)

[1] L'activité philologique et éditoriale développée par les érudits du Musée d'Alexandrie a contribué au respect par les auteurs hellénistiques d'un certain nombre de règles à suivre pour la mise en circulation de leurs ouvrages (πρὸς ἔκδοσιν), dont l'existence d'un titre, qui donne aussi leur nom, le respect dans les traités volumineux de divisions en Livres, dont les limites s'accordent avec la longueur moyenne d'un rouleau de papyrus, la rédaction d'une lettre d'envoi, qui vaut préface, adressée à un destinataire, qui devient dédicataire ; sur ces pratiques de l'édition antique, voir, entre autres, J. Irigoin, *La tradition des textes grecs*, p. 147-158. La lettre d'envoi du Livre I, qui est aussi une préface générale pour l'ouvrage entier, donne la preuve à la fois par son existence et son contenu, qu'Apollonios livre ici une édition autorisée de son traité des *Coniques*, une édition revue et contrôlée par ses soins (διόρθωσις), seule habilitée à être mise à la disposition du public. La lettre d'Apollonios est conforme à la pratique des mathématiciens hellénistiques. Elle est à la fois le lieu d'un échange personnel avec le destinataire, l'occasion de déterminer les circonstances de la composition de l'ouvrage, de préciser où réside sa nouveauté en situant l'intervention du mathématicien dans le contexte des recherches antérieures et contemporaines, le moyen de donner au lecteur une vue d'ensemble sur le contenu et d'éclairer le but recherché par l'auteur. Sur cette tradition, voir D. Aujac, « La lettre à teneur scientifique à l'époque alexandrine », *Bulletin de la Société toulousaine d'études classiques de l'Université de Toulouse Le Mirail*, n° 179-180, 1979-1980, 79-102. M. D-F.

[2] Heiberg rend le verbe σχολάζειν par le latin *degere* « passer le temps » (*nobiscum degeret*). Cette traduction a peut-être inspiré Ver Eecke, qui traduit par « être l'hôte de ». Même traduction chez Stamatis (διέμενε μεταξύ μας). Ces significations du verbe σχολάζειν sont étymologiques et fréquentes dans les textes littéraires. Mais elles sont inexactes ici, car elles ne tiennent pas compte de la construction syntaxique et du contexte. En effet, il s'agit d'un emploi technique fréquent qu'on trouve dans des textes spéciaux : lorsqu'il est question de philosophes ou de savants, le verbe σχολάζειν signifie presque toujours « être l'élève de, suivre l'enseignement de » (rarement et très tardivement : « être le maître de »). Son régime est soit le datif seul, soit παρά + datif, soit μετά + génitif. En voici deux exemples :

– Xénocrate (*Senocrate-Ermodoro. Frammenti,* éd. M. Isnardi Parente, Naples, 1982, fr. 1, p. 53) καὶ παραγενόμενος Ἀθ[ήνα]ζε πρῶτον μὲν Ξενοκράτους ἤκουεν, ὕστερον δὲ μετὰ Πολέμωνος ἐσχόλαζεν « [Crantor] se rendit à Athènes et fut d'abord l'auditeur de Xénocrate, ensuite, il suivit l'enseignement de Polémon ». J'ai pris cet exemple d'abord à cause de l'équivalence sémantique entre les deux verbes ἀκούειν et σχολάζειν, ensuite à cause de la mention du voyage de Crantor à Athènes, où l'on trouve le même verbe παραγίγνεσθαι que dans notre passage.

– A propos d'Isocrate (*Fragments*, éd. G. Mathieu-E. Brémond, C.U.F., tome IV, p. 235, fragment 16) : Ἰσοκράτης ὁ ῥήτωρ, ... Καρέωνος ὄντος λάλου καὶ σχολάζειν παρ᾽ αὐτῷ βουλομένου, διττοὺς ᾔτησε μισθούς, *κτλ.* « L'orateur Isocrate fixa un double tarif à Caréon, qui était bavard et voulait être son élève, *etc.* ». M. F.

[3] Sur ce que R. Devreesse a nommé le « commerce d'amitié » et qui explique la circulation « officieuse » d'une première rédaction de l'ouvrage non revue par l'auteur en vue de la publication, voir son étude, *Introduction à l'étude des manuscrits grecs*, Paris, 1954, p. 76-79. M. D-F.

[4] Dans son commentaire, c'est ici qu'Eutocius commence l'exégèse proprement dite de la préface d'Apollonios, dont il dit explicitement qu'il s'agit d'une lettre d'envoi (éd. Heiberg, p. 176, 23) : φησὶ τοίνυν ἐν τῇ ἐπιστολῇ *κτλ.* « Dans sa lettre, il dit *etc.* » . Pour éclairer les propos d'Apollonios sur le contenu des Livres I-III, il explicite la notion de « propriétés fondamentales », de « diorisme » (avec le rappel des deux sens en usage), et de « lieux solides ». Il définit ces derniers comme des lieux géométriques demandant pour leur construction l'intervention des « lignes… engendrées par la section des solides, comme les sections coniques et d'autres encore » (*ibid.*, p. 184,21-26), non sans avoir consacré auparavant un long excursus à la construction des « lieux plans ». Pour le contenu des Livres IV-VIII, il renvoie au texte d'Apollonios, en se contentant de mettre en relation le Livre V avec les recherches parallèles d'Euclide sur le cercle (*cf. Éléments*, III.8). M. D-F.

[5] Ici commence l'extrait de la préface reproduit par Pappus dans le sommaire du Livre VII de la *Collection Mathématique* qu'il consacre au traité des *Coniques* (VII 30-42). La préface est désignée comme le « préambule du premier <Livre> » (ἐν τῷ προοιμίῳ τοῦ πρώτου). Pappus garde même la forme verbale εἰδήσεις (« tu apprendras »), qui, dans la lettre d'envoi transmise par **V**, était à l'adresse d'Eudème. L'extrait de Pappus, tel qu'il a été transmis, présente une rédaction affaiblie par rapport au texte de **V** ; voir *infra*, note 8. M. D-F.

[6] Cette critique d'Euclide n'a pas laissé indifférents les commentateurs grecs. Eutocius se fait l'écho de ces discussions pour en récuser le fondement ; il critique ainsi les commentateurs (dont Pappus, souligne-t-il) qui pensent qu'Apollonios reproche à Euclide « le fait de n'avoir pas trouvé les deux moyennes proportionnelles » (éd. Heiberg, p. 186, 1-3). Eutocius préfère supposer qu'Apollonios se réfère ici à un ouvrage perdu d'Euclide sur les lieux (*ibid.*, l. 8-10). La mention de Pappus dans le contexte des interprétations évoquées par Eutocius, montre que celui-ci utilisait une source corrompue, puisqu'on ne retrouve rien de cela dans le long développement que Pappus consacre au lieu à trois ou à quatre droites pour éclairer ce passage d'Apollonios (*Coll. Math.* VII 33-40). En revanche, la critique d'Euclide a visiblement choqué Pappus, puisqu'il refuse à Apollonios le droit de reprocher au mathématicien son traitement incomplet du lieu, compte tenu de l'état des connaissances sur les coniques à son époque. M. D-F.

[7] Ce passage, tel qu'il nous est parvenu, pose des problèmes d'interprétation. Voici le texte édité par Heiberg : Τὸ δὲ τέταρτον ποσαχῶς αἱ τῶν κώνων τομαὶ

ἀλλήλαις τε καὶ τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ συμβάλλουσι, καὶ ἄλλα ἐκ περισσοῦ, ὧν οὐδέτερον ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν γέγραπται, κώνου τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια κατὰ πόσα σημεῖα συμβάλλουσι (*Coniques*, I, p. 4, 17-22). Ainsi édité, ce texte n'est pas satisfaisant. Il n'est compréhensible que si l'on tient compte de la proposition faite dans la traduction et en apparat, à savoir l'addition de la séquence ταῖς ἀντικειμέναις comme complément au datif de la forme verbale συμβάλλουσι, addition venue de la préface du Livre IV. On obtient alors le sens suivant : *Le quatrième <Livre> traite des différentes manières dont les sections se rencontrent entre elles et rencontrent la circonférence du cercle, et de bien d'autres points encore, dont deux ne se trouvent pas chez mes prédécesseurs : la question du nombre de points où la section de cône ou la circonférence de cercle rencontrent <les sections opposées>.* Cette lecture suppose évidemment que les sections opposées ne soient pas incluses dans la séquence désignant plus haut la rencontre des sections de cône entre elles. D'autre part, dans le texte édité par Heiberg, le pronom neutre οὐδέτερον « aucun des deux points », qui appelle la mention de deux innovations d'Apollonios (le pronom est également présent dans l'extrait de Pappus ; voir *supra*, note 5), ne peut que renvoyer à la détermination du nombre de points de rencontre entre la section de cône et les sections opposées, d'une part, et à la détermination du nombre de points de rencontre entre entre la circonférence du cercle et les sections opposées, d'autre part.

Je n'ai pas suivi l'interprétation de l'éditeur Heiberg pour plusieurs raisons. La préface du Livre IV n'est pas assez claire en elle-même pour autoriser l'addition de ταῖς ἀντικειμέναις après συμβάλλουσι ; d'autre part, comme aucune addition n'est neutre dans un passage où sont en jeu les apports originaux d'Apollonios à l'étude des sections coniques, il est préférable de faire preuve de la plus grande prudence. Il est étrange, enfin, qu'Apollonios revendique la paternité d'une découverte qui ne fait l'objet d'aucune proposition spécifique dans le Livre IV, à savoir la détermination du nombre de points de rencontre entre le cercle et les opposées. Il m'a donc paru plus sage de garder autant que possible le texte transmis par **V**.

Ne pas ajouter de complément au datif à συμβάλλουσι demande qu'on donne un sens intransitif à la forme verbale ; *cf. Coniques*, IV, prop. 26 (éd. Heiberg, II, p. 42, 7), 31, 46, 52, 56 ; voir aussi les emplois parallèles de la variante συμπίπτειν). Il s'agit donc ici de la rencontre entre la section de cône et la circonférence du cercle. Pour que le texte retrouve une cohérence minimale sans l'addition proposée par Heiberg, j'ai introduit une ponctuation forte avant le relatif ὧν (p. 4, 13) ; le pronom ἄλλα n'est donc plus l'antécédent du relatif, comme dans le texte de Heiberg. On élimine ainsi la contradiction interne qui aurait conduit à faire de la détermination du nombre de points de rencontre (points de contact ou points d'intersection) entre la section de cône et la circonférence du cercle (l. 12-13) l'une des deux questions principales du Livre IV (l'autre étant la rencontre des sections de cône entre elles), alors que la même question est dite ensuite relever des « autres » points traités dans le Livre (καὶ ἄλλα ἐκ περισσοῦ ὧν…). Avec la ponctuation adoptée ici, le relatif ὧν renvoie à l'ensemble des points traités dans le Livre IV. Dans ces conditions, évidemment, le pronom οὐδέτερον ne peut plus accepter l'interprétation de Heiberg et reste donc en suspens, puisqu'il demande à sa suite la mention de deux innovations, alors qu'une seule est citée. C'est pourquoi une lacune a été présumée.

Si on laisse le texte transmis tel qu'il est, et en changeant seulement ἤ en καί (cette confusion, qui n'est pas rare dans nos manuscrits, suppose l'abréviation de καί), on peut supposer que la seconde découverte revendiquée par Apollonios (la première étant la détermination du nombre de points de rencontre entre la section de cône et le cercle) était la détermination du nombre de points de rencontre entre la section de cône ou la circonférence du cercle et les sections opposées. Cette question fait, en effet, l'objet dans le Livre IV, tel que nous l'a transmis **V**, des propositions 36-51 et 53-54. C'est vers cette hypothèse que nous oriente la préface d'Apollonios du Livre IV des *Coniques*, à la condition de ne pas adopter l'interprétation de Heiberg (voir *Coniques*, II, p. 3, note), et de bien identifier la « troisième question », dont Apollonios n'a pas trouvé mention ailleurs, à la détermination du « nombre maximum de points où la section de cône et la circonférence du cercle rencontrent les sections opposées » (la « première » étant la question de la rencontre des sections entre elles et la « seconde » la question de la rencontre de la section de cône et de la circonférence du cercle). Un saut du même au même a pu faire disparaître ce membre de phrase dans la préface du Livre I (συμβάλλουσι <καὶ κώνου τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια ἀντικειμέναις κατὰ πόσα σημεῖα συμβάλλουσι>), telle qu'elle nous est transmise en grec.

Une seconde découverte est bien formulée dans l'extrait de Pappus (la première étant, comme dans le texte de **V**, la rencontre de la section de cône et de la circonférence du cercle), qui justifie ainsi la présence du pronom οὐδέτερον : « et en combien de points les sections opposées rencontrent les sections opposées » ; mais on ne comprend pas qu'Apollonius mette ici en valeur ce point particulier, quand la préface du Livre IV, telle qu'elle nous a été transmise en tout cas, n'en fait pas une mention spécifique. Sur ce sujet, voir mon article « Sur les rencontres entre sections dans les *Coniques* d'Apollonius de Perge : remarques sur le texte grec de la préface du Livre I » dans R. Morelon et A. Hasnaoui (éd.), *De Zénon à Poincaré. Recueil d'études en hommage à Roshdi Rashed*, Louvain-Paris, 2004, p. 427-435. M. D-F.

[8] Ici s'achève l'extrait de Pappus. Voici les résultats de la comparaison (je ne cite ici que les leçons les plus significatives) :

A) accord de **V** et de Pappus contre la traduction arabe

1. p. 4, 6 τῶν στερεῶν τόπων V PAPP. EUT. : om. Ar.
2. p. 4, 9 οὐχ εὐτυχῶς V PAPP. EUT. : om. Ar.
3. p. 4, 14 οὐδέτερον ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν γέγραπται V PAPP. : *nullus ex prioribus ostendit* Ar.

B) accord de **V** et de la traduction arabe contre Pappus

1. p. 4, 1-2 τῶν τομῶν V EUT. Ar : τῶν τομῶν καὶ τῶν ἀντικειμένων PAPP.
2. p. 4, 5 παράδοξα θεωρήματα V Ar. : παντοῖα PAPP.
3. p. 4, 7 ὧν τὰ πλεῖστα καὶ κάλλιστα ξένα· ἃ καὶ κατανοήσαντες V Ar. : ὧν τὰ πλείονα καὶ καλὰ καὶ ξένα κατανοήσαντες PAPP.
4. p. 4, 10 ἄνευ τῶν προσευρημένων ἡμῖν V Ar. : ἄνευ τῶν προειρημένων PAPP.
5. p. 4, 14-5 κώνου τομὴ καὶ [ἡ V] κύκλου περιφέρεια κατὰ πόσα σημεῖα συμβάλλουσι V Ar. : κώνου τομὴ κύκλου περιφερείᾳ κατὰ πόσα σημεῖα συμβάλλει καὶ ἀντικείμεναι ἀντικειμέναις κατὰ πόσα σημεῖα συμβάλλουσιν PAPP.

C) accord de Pappus et de la traduction arabe contre **V**

1. p. 4, 16 τὰ δὲ λοιπά ἐστι V : τὰ δὲ λοιπὰ δ′ PAPP. Ar.

On voit immédiatement que, lorsque **V** s'oppose à la version arabe, Pappus est du côté de la tradition transmise par **V** (C.1 n'a pas de réelle valeur discriminante). Si l'on se place du point de vue du contenu, les leçons divergentes de Pappus par rapport au texte transmis par **V** ne donnent pas le sentiment de procurer un texte plus authentique. Cette impression est renforcée par l'accord que **V**, dans ces exemples, retrouve avec la version arabe. Si maintenant, on prend comme base de la comparaison la tradition grecque directe et indirecte (**V** et l'extrait de Pappus), certaines divergences entre le texte grec et le texte arabe ne semblent pas fortuites : A.3 fait ainsi disparaître une remarque qui pouvait paraître désobligeante pour la figure emblématique d'Euclide. A.4 relève d'une autre cohérence. M. D-F.

[9] Dans l'Antiquité déjà, l'appel au jugement du lecteur était un *topos* rhétorique des *Introductions* à certains ouvrages savants. Par exemple, on trouve une expression du même genre, avec un vocabulaire identique, au début de la *Dioptre* de Héron d'Alexandrie (éd. H. Schöne, *Heronis Alexandrini Opera quae sunt omnia*, III, Leipzig, 1903, p. 188, 12-13) : ἐξέσται γὰρ τοῖς βουλομένοις ἐντυγχάνουσιν κρίνειν τὴν διαφοράν « libre au lecteur qui le voudra de juger de ce qui fait la différence ». M. F.

[10] Les *définitions* 1-3 d'Apollonios sont reprises pour le cylindre de manière analogique dans le traité de Sérénus, *Sur la section du cylindre* (éd. Heiberg, p. 4, 12-6, 5). Elles sont commentées par Eutocius (éd. Heiberg, p. 186, 22-198, 25), qui note le caractère génétique de la définition de la *surface conique* (*définition.* 1) et donne une figure pour illustrer la construction d'Apollonios. Son témoignage confirme, entre autres, la rédaction des *définitions* 1 et 2 transmise par **V**. Dans la *définition* 1, le concept de *surface conique* est défini comme la réunion des deux nappes engendrées par la rotation de la génératrice ; dans la définition du cône (*définition* 2), qui n'est plus une définition génétique, il est également appliqué à l'une et à l'autre des deux composantes de l'ensemble. La *définition* 1 est également commentée par Pappus, mais partiellement, au début de ses *Lemmes aux Coniques* (VII 236). M. D-F.

[11] Dans la plupart des emplois du verbe ἐπιζευγνύναι « joindre », sa traduction embarrasse tous les traducteurs des textes mathématiques grecs, à cause de la différence stylistico-syntaxique de la construction de ce verbe en grec et dans les langues indo-européennes modernes. Dans les cas de ce genre, j'ai emprunté à P. Ver Eecke la traduction purement conventionnelle « mener une droite de jonction ». Cela ne veut pas dire qu'il existerait dans les mathématiques grecques une « droite de jonction » qui serait un objet définissable en tant que tel, comme un diamètre ou une parallèle. Le complément « de jonction » est un indice de la fonction de cette droite, repérable dans les constructions grammaticales du grec où elle entre ; il est la transformée nominale du syntagme verbal « qui joint », lequel n'est pas assez souple pour s'adapter à tous les emplois. M. F.

[12] Au cours de son commentaire de la *définition* 3, Eutocius fait un très long développement (éd. Heiberg, p. 190, 4-198, 25) sur l'existence d'un côté *minimum* et

d'un côté *maximum* dans le cône oblique, qui se présente comme une démonstration (ἀποδείκνυται δὲ τοῦτο οὕτως·, *ibid.*, p. 190, 4). Sa verbosité et son formalisme, très éloignés du style d'Eutocius, montrent que cette démonstration a été empruntée à une tradition scolaire ; et cela, d'autant plus qu'il en existe deux autres versions. On en trouve une chez Sérénus, dans son étude des sections triangulaires du cône oblique (*Section du cône*, prop. 16) ; l'autre figure chez Pappus VII 233-235 (= Heiberg, *lemmes* 1-3), sous la forme d'un *lemme* à son commentaire de la *définition* 1 des *Coniques* ; pour une comparaison brève de ces trois textes, voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 142-144. M. D-F.

[13] Dans le Livre VIII de sa *Collection Mathématique* (éd. Hultsch, III, p. 1076, 18), tel qu'il nous a été transmis en grec, Pappus renvoie à la « dixième définition » des *Coniques* pour le diamètre de l'ellipse. Quelle que soit l'origine de cette mention, elle trouve un parallèle ici, où le diamètre de la conique est défini en dixième position (voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 101, note 6). La définition 4 est commentée par Eutocius (éd. Heiberg, p. 198, 26-200, 9) ; elle est reprise, toujours de manière analogique, par Sérénus (éd. Heiberg, p. 6, 7-13). Les deux témoignages sont en parfait accord avec la rédaction transmise par **V**. M. D-F.

[14] Littéralement : « j'appelle chacune des parallèles *être abaissée sur le diamètre de manière ordonnée* ». Cette syntaxe du verbe n'est pas rare en grec, mais, en français, il faut changer de verbe. On trouve dans cette définition trois occurrences de l'imposition du nom au moyen du verbe καλεῖν « appeler », classique en ce sens chez Euclide, Archimède ou Apollonios ; que le verbe soit à l'actif (comme ici) ou au passif, la dénomination proprement dite est toujours un attribut, qui est normalement un substantif ; ici, dans la troisième dénomination, on a un tour inusité, mais structuralement identique à celui comportant le verbe λέγεται « est dit » complété par un infinitif (*cf.* par exemple *Élém.*, III, *déf.* 2 : « Est dite *être tangente à un cercle* la droite qui, *etc.* »). On voit que la proposition infinitive qui complète le verbe καλεῖν est la transformée à l'infinitif du tour ordinaire usité pour le tracé de l'ordonnée : κατήχθω ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως ἡ ΑΒ « que soit abaissée sur le diamètre une droite AB de manière ordonnée ». M. F.

[15] La sixième définition est utilisée par Sérénus (éd. Heiberg, p. 6, 14-16). Eutocius, quant à lui, accorde un seul traitement au groupe des définitions 5-8 dans son commentaire (éd. Heiberg, p. 200, 10-202, 3) et confirme le texte de **V** pour le nom *diamètre transverse* donné à la droite qui, dans chacune des deux lignes, coupe en deux moitiés les cordes parallèles à une direction donnée (dans le texte grec, la notion du segment borné par les deux points d'intersection de la droite avec la courbe, à savoir le *côté transverse*, apparaît dans les propositions 12-14). M. D-F.

[16] La relative ἧς κορυφὴ τὸ Α σημεῖον est intraduisible littéralement. Ce type de relative est fréquent, surtout dans les *ecthèses* ; il présente l'une des plus graves difficultés de l'élocution mathématique grecque et ne peut être traduit en français que par un tour conventionnel.

Dans l'*ecthèse* et les endroits où l'expression est identique à celle de l'*ecthèse*, chaque fois que le premier verbe de la phrase est à la troisième personne de *l'impératif* du verbe « être », pris au sens existentiel, le tour dont je parle est la *transformée* relative d'une expression fréquente, dont la première occurrence en mathématiques se trouve dans les *Éléments* d'Euclide, I.34, éd. Heiberg-Stamatis, I, p. 47, 1 : Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ, *διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ* « Soient une aire parallélogramme ΑΓΔΒ *et sa diagonale ΒΓ* ». Dans les *Coniques*, la première occurrence est dans l'*ecthèse* de I.30.

Dans cet exemple des *Éléments*, la deuxième proposition grammaticale, coordonnée par δέ, a forcément la même structure syntaxique que la première. D'abord, le substantif διάμετρος est dépourvu d'article pour la même raison que le substantif παραλληλόγραμμον (voir mon article « Sur l'opposition *défini/indéfini…*», p. 266-269). Ensuite, il faut sous-entendre le verbe ἔστω, qui n'aura pas de sens copulatif, mais le même sens existentiel qu'au début de la phrase. Enfin, le syntagme ἡ ΒΓ est en apposition au deuxième substantif et par là obligatoirement articulé ; le substantif διάμετρος étant de genre féminin, on ne sait pas s'il faut sous-entendre ou non le substantif εὐθεῖα « droite » après ΒΓ, c'est-à-dire si, dans ce membre de phrase, il y a un seul signifié {διάμετρος} ou deux {διάμετρος *et* εὐθεῖα} ; parfois, et en tout cas chaque fois qu'il y a changement de genre grammatical entre le sujet et l'apposition, il y a deux signifiés, comme on voit dans notre proposition *Con.* I.1 {le sommet et le point}, quoiqu'il n'y ait qu'un seul référent {le point} ; lorsqu'il y a expressément deux signifiés, l'apposition ne donne le nom du substantif que par l'intermédiaire du nom du deuxième signifié, c'est-à-dire par métonymie : dans la suite de la proposition, le nom du second signifié est transféré au premier, tout en gardant la possibilité de rester attaché au second.

La transformation du tour du type de celui qu'on trouve dans *Éléments* I.34 en une subordonnée relative (on obtiendrait dans ce cas le syntagme classique *οὗ διάμετρος ἡ ΒΓ) modifie uniquement le pronom (il n'y a pas à compter la suppression obligatoire de la particule δέ), qui devient un relatif. Les autres éléments restent intacts dans la transformation.

Il suit de là que, dans le résultat de la transformation, il est linguistiquement impossible de faire du syntagme pourvu d'un article le sujet, donner au verbe *être* sous-entendu ou exprimé un sens copulatif, faire du substantif inarticulé un attribut du sujet, ou encore du relatif un complément de ce prétendu attribut. On prendra garde notamment que le verbe sous-entendu dans la relative doit être à l'impératif ἔστω. Une preuve de la justesse de cette analyse se trouve chez l'astronome Autolycos de Pitane, un peu antérieur à Euclide, *La sphère en mouvement*, *ecthèse* de la proposition 1 (éd. G. Aujac, *Autolycos de Pitane*, C.U.F., Paris, 1979, p. 43, 4) : Ἔστω σφαῖρα ἧς ἄξων *ἔστω* ἡ ΑΒ εὐθεῖα « Soit une sphère, ayant pour axe la droite ΑΒ ».

Dans les cas les plus simples, du type ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ, c'est-à-dire dans les cas où l'article de l'apposition est du même genre grammatical que le premier substantif et où il semble qu'il n'y ait qu'un signifié, le signifié {diamètre}, la traduction conventionnelle que j'ai adoptée, c'est-à-dire « de diamètre ΑΒ », me paraît assez proche de l'original grec. Mais, dans le cas où il y a très clairement deux signifiés, par exemple les signifiés {sommet} et {point} (ainsi en *Con.* I.1), j'ai dû adopter une variante qui s'écarte notablement de l'original, puisqu'elle fait du mot « sommet » un attribut du complément d'objet : « ayant pour sommet le point Α ». Il existe encore d'autres situations délicates, comme dans l'*ecthèse* de I.2, où j'ai dû créer une traduction *ad hoc*.

On constate que les auteurs – ou les copistes – respectent presque toujours le schéma théorique que je viens de tracer. Les écarts par rapport à la norme sont rares. Par exemple, en *Con.*, I.55, au lieu de l'impératif existentiel ἔστω, on trouve l'indicatif futur du verbe *être* pris au sens *copulatif* : γεγράφθω ὑπερβολὴ ἧς πλαγία μὲν πλευρὰ *ἔσται* ἡ ΚΛ. Deuxième exemple : en *Éléments*, XII.8 (*ecthèse*), on a l'indicatif présent copulatif au lieu de ἔστωσαν existentiel attendu ou sous-entendu : Ἔστωσαν... πυραμίδες ὧν βάσεις μέν *εἰσι* τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τρίγωνα « Soient… des pyramides dont les bases sont les triangles ΑΒΓ et ΔΕΖ ». Troisième exemple : au début de l'*ecthèse* de I.39, on a une succession des deux tours, bizarre pour nous, mais parfaitement accordée au sentiment linguistique des locuteurs de langue grecque et qui prouve la totale équivalence des deux expressions : Ἔστω ὑπερβολή, κτλ., *ἧς* διάμετρος ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ *αὐτῆς* τὸ Ζ.

Enfin, et ce que je dis là donne une des clefs de la langue mathématique grecque, une fois le tour constitué comme on a vu et avec le verbe *être* sous-entendu, il a pu être employé tel quel dans d'autres contextes, notamment lorsque le verbe sous-entendu n'est plus à l'impératif, mais à l'indicatif. En voici un premier exemple simple, dans la *construction* de la proposition *Con.*, I.11 : τὸ ἄρα διὰ τῶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδον κύκλος ἐστίν *οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ* « le plan mené par les droites ΚΛ et ΜΝ est donc un cercle, *de diamètre ΜΝ* ». M. F.

[17] Dans les textes mathématiques grecs, le sujet mathématicien est effacé. Le corollaire linguistique de cet effacement est l'emploi constant du parfait, notamment à l'impératif passif. Une traduction approchée de ce parfait, dont la valeur est purement *aspectuelle*, réclamerait chaque fois des circonlocutions insupportables. Aussi la version que j'adopte : « que soit pris un point ΑΒ », est-elle purement conventionnelle. Je prie le lecteur de considérer les formes composées de ce genre, non comme des passifs présents (et donc *inaccomplis*), mais comme des passifs *accomplis* et dépourvus de toute valeur temporelle. – On consultera avec fruit L. Isebaert, « L'aspect grec à la lumière des recherches récentes. Le cas du parfait », dans M. Biraud (éd.), *Etudes de syntaxe du grec classique*, Publications de la Faculté des Lettres de Nice, 1992, p. 99-112. M. F.

[18] On a ici la forme abrégée courante pour dire que deux points Α et Β ont été joints par une droite ΑΒ. La forme pleine, c'est-à-dire ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β τις εὐθεῖα ἡ ΑΒ (*cf.* Euclide, *Élém.*, I.2, éd. Heiberg-Stamatis, I, p. 8, 16-17), qui désigne chaque extrémité sous la forme d'un complément prépositionnel, se trouve dans la *conclusion*, où elle répond à la formulation adoptée dans l'énoncé. M.D-F.

[19] C'est ici la seconde mention de la droite ΑΓΒ dans une même partie spécifique de la proposition (sur ce concept, voir l'article de M. Federspiel, « Sur l'opposition *défini/indéfini*… », p. 253), en l'occurrence, le groupe *ecthèse-diorisme*. L'expression est définie. Le nom de la droite (ΑΓΒ) ne constitue plus une apposition (normalement pourvue de l'article), comme dans l'*ecthèse* (τις εὐθεῖα ἡ ΑΓΒ), mais se trouve en

position épithétique, et donc enclavé entre le substantif (εὐθεῖα) et son article (ἡ), selon les règles syntaxiques du grec. M. D-F.

[20] Il n'y a aucune raison de penser que le verbe ἔστω n'ait pas ici son sens existentiel, comme dans l'*ecthèse*. Malgré la présence de l'article dans les deux syntagmes sujets (ἡ γεγραφυῖα... εὐθεῖα et ὁ δὲ κύκλος), le signifié est indéfini dans les *deux* cas. On retrouve la même structure de phrase et la même valeur indéfinie du signifié dans le cas de l'*ecthèse* de *Con.*, I.2 (ὁ κύκλος, κτλ.), dont l'expression linguistique est le résultat d'une transformation relative. L'article qui accompagne le premier syntagme substantivé (ἡ γεγραφυῖα... εὐθεῖα) s'explique par des raisons syntaxiques. Ensuite (ὁ δὲ κύκλος, κτλ.), bien qu'un substantif *non articulé* puisse être déterminé par une relative, on constate que, même dans la langue commune, l'article est extrêmement plus fréquent dans ce cas. On voit qu'en ces matières, pour la détermination du sens et pour la traduction, on n'a pas à tenir compte des contraintes syntaxico-stylistiques du grec, qui ne sont pas celles du français. – Ici et dans la seconde occurrence de ce genre dans le Livre I (début de la *construction* de la proposition 14), malgré l'effet d'étrangeté qui pourrait en résulter, j'ai donc employé l'article indéfini, seul correct. M. F.

[21] La séquence est figée dans la langue mathématique classique ; voir à titre d'exemple *Élém.* XI.3, éd. Heiberg-Stamatis, IV, p. 6, 11-12 (ἔσται δὴ δύο εὐθειῶν τῶν ΔΕΒ, ΔΖΒ τὰ αὐτὰ πέρατα). M. D-F.

[22] C'est la première occurrence, dans le texte d'Apollonios, de l'emploi de la séquence abrégée correspondant à l'expression indéfinie τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ, où ἡ ΔΕ est une apposition (donc obligatoirement articulée) et donne le nom de la droite (voir *supra*, note 19). Il faut donc lire, p. 12, 4, καὶ ἐπιζευχθεῖσα <εὐθεῖα> ἡ ΔΕ μὴ νευέτω. En revanche, dans le *diorisme* qui suit, l'expression est définie. Il faut lire ἡ ΔΕ <εὐθεῖα> (l. 5). Le système d'abréviation fonctionne dans les mêmes conditions pour le mot σημεῖον. M. D-F.

[23] Seule cette figure correspond au texte de la *construction*, non seulement en raison de la prolongation des droites de jonction ΑΕ et ΑΔ qu'elle suppose (ce qui est aussi le cas de la figure 2.1), mais également en raison de la position respective des points Β, Γ, Δ, Ε qu'elle illustre. Dans le texte transmis par **V**, les droites ΑΕ et ΑΔ prolongées « tombent sur » le cercle de base respectivement en des points Β et Γ (p. 12, 7-8), ce que ne respectent pas les figures 2.1 et 2.3, où les droites ΑΕ et ΑΔ sont prolongées respectivement en Γ et Β. J'ai laissé en l'état le témoignage de **V** et n'ai donc pas apporté de modification au texte de la *construction* ni aux trois figures pour rétablir la correspondance.

Dans son commentaire, Eutocius décrit les trois cas déterminés par la position des points Δ et Ε sur la surface conique (« les points… sont sur la surface opposée par le sommet, ou sur la surface inférieure, et cela de deux manières, ou bien en-deçà du cercle, ou bien au-delà », éd. Heiberg, p. 202, 27-204, 2). M. D-F.

[24] Dans cet emploi, et uniquement dans cet emploi, j'ai adopté pour ἄρα la traduction conventionnelle « alors », comme pour la particule conclusive faible δή (voir la note *infra* sur δή). M. F.

[25] C'est la première occurrence dans le texte des *Coniques* d'un second *diorisme*, mais ici **V** ne transmet pas la forme complète du tour, dont M. Federspiel a montré le caractère canonique, à savoir λέγω δὴ ὅτι καί (voir *REG*, 112, p. 415-417 ; pour la traduction de l'expression, voir *ibid.*, p. 416). J'ajoute à ses observations que les mêmes éléments entrent dans le tour euclidien ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι καί (et dans sa variante ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι οὐδέ), dont la première occurrence dans les *Coniques* se trouve dans cette même proposition. J'ai pris le parti ici, comme dans les propositions 6, 7, 14, 27, 35, 36, de ne pas restituer la forme complète du tour, quand il manque un élément attendu, pour le cas où cette absence serait due à une négligence de rédaction et non à une omission accidentelle. M. D-F.

[26] Dans les *Coniques,* la particule δή a trois emplois, qui se distinguent partiellement de ceux des *Éléments* d'Euclide (par exemple, dans les *Coniques*, δή n'introduit pas la principale qui suit une subordonnée causale introduite par ἐπεί, fonction qui est réservée à ἄρα) :

– Seule ou précédée de l'adverbe/particule ἀλλά, un emploi dit « progressif » ; c'est notamment le cas après le premier mot (λέγω) d'un deuxième *diorisme*, comme dans l'occurrence qui est l'objet de cette note ; cet emploi, assez rare dans la langue non mathématique, mérite par là une traduction spéciale ; par convention, je traduirai δή dans cette fonction par l'adverbe français « maintenant ». Comme ἀλλὰ δή a toujours la même fonction que le simple δή, et que, sauf raisons fortes, c'est la fonction – qui donne le sens – qui oriente la traduction, ἀλλά n'a pas à être traduit séparément dans le syntagme ἀλλὰ δή.

– En tête de phrase, un emploi traditionnel après un impératif, un démonstratif, ou des mots comme δεῖ, φανερόν, ὁμοίως, *etc.* ; il s'agit probablement de l'emploi progressif ci-dessus, mais atténué, et devenu un emploi figé. Comme il s'agit d'un degré zéro d'expression, ou peu s'en faut, je ne la traduirai jamais dans cette fonction.

– Enfin, un emploi assez fréquent et obéissant à des contraintes linguistiques précises, qui sont les suivantes : δή est directement précédé d'un verbe au futur (parfois au présent chez le commentateur Eutocius), lui-même placé en début de proposition, elle-même précédée d'une proposition dont le verbe principal est à l'impératif. Dans cette fonction, δή a un sens conclusif, variante faible de la particule ἄρα. Il serait sans doute loisible de ne pas la traduire dans cette fonction, puisque le lexème zéro convient ici en français ; mais les conditions d'emploi sont si particulières que, par convention, je la traduirai par « alors ». M. F.

[27] Dans son commentaire de la proposition (éd. Heiberg, p. 204, 2-5), Eutocius signale que « certains manuscrits » présentent la proposition « démontrée tout entière au moyen de la réduction à l'absurde ». M. D-F.

[28] Autant les lettres Θ et Κ sont d'un usage constant dans les textes grecs conservés des mathématiciens classiques, autant la lettre intermédiaire Ι (iôta) est très peu employée. Dans le texte grec des *Coniques*, on la trouve dans la dernière

proposition du Livre II (II.53), dans les premières propositions du Livre III (2-3 ; 6-10 ; 15, 17, 19, 21, 23, 24) et en IV.46. M. D-F.

[29] Dans le tour τομὰς τάς + substantif (ou τομὴν τήν), qui est très fréquent dans les *Coniques*, le substantif τομὰς est le complément du verbe ποιείτω et pas l'attribut du syntagme τὰς ΑΒ, ΑΓ γραμμάς, contrairement à ce que croit tacitement Ver Eecke, qui traduit faussement par « détermine, comme sections, les droites, *etc.* » Taliaferro commet la même erreur dans sa traduction anglaise ; Czwalina, dans sa traduction allemande, ne traduit pas, mais paraphrase. La preuve formelle de ce que j'avance se trouve dans les premières lignes des protases des propositions 52, 54 et 56 du Livre I, où l'on trouve trois occurrences d'un même tour dont je ne donne que la première (I.52) : εὑρεῖν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ κώνου τομὴν τὴν καλουμένην παραβολήν « trouver dans le plan une section de cône qui est ce qu'on appelle une parabole ». Dans tous les cas de ce genre, j'ai rendu l'apposition grecque par une proposition relative. M. F.

[30] Cette nouvelle conclusion, qui reprend les termes de l'énoncé, figure dans le deux traditions grecque et arabe. C'est la raison pour laquelle je ne l'ai pas athétisée (voir M. Federspiel, *REG*, 107, p. 207). M. D-F.

[31] Il est rare que l'adverbe/préposition μεταξύ s'emploie avec un seul complément au singulier. Le dictionnaire Liddell-Scott-Jones cite encore Soranus, *Maladies des femmes*, II, 50, 8 : μεταξὺ θύρας « entre <les montants d'> une porte ». Mais sa présence se justifie probablement ici par analogie avec les formulations courantes dans le reste du traité et comportant le participe exprimé ou sous-entendu du verbe ἀπολαμβάνω et la préposition μεταξύ. M. F.

[32] Cette dernière phrase anticipe sur ce qui suit, puisque le concept de triangle axial n'est introduit qu'à la proposition 5. La forme verbale συναποδέδεικται « il est démontré en même temps » se retrouve à la fin de la proposition III.11. M. F.

[33] Le concept de « plan passant par l'axe » ne fait pas l'objet d'une définition dans les textes mathématiques. Ce plan joue pourtant un rôle fondamental, puisqu'il est le premier plan considéré qui coupe le cône, et qu'il produit par là le triangle ΑΒΓ des premières propositions du Livre I. Ici, où l'on a affaire à un syntagme *verbal*, c'est le verbe *couper* qui est déterminé par le complément prépositionnel. Mais, dès la fin de l'énoncé de la proposition I.7, on rencontre la transformée *nominale* associée, c'est-à-dire le syntagme comportant le déterminant prépositionnel en position épithétique, τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον, littéralement « le plan <mené> par l'axe ». Il existe trois autres variantes linguistiques du même référent, l'une, qui apparaît dès la *construction* de I.5, τὸ διὰ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπίπεδον « le plan mené par le triangle ΑΒΓ », la deuxième, dès le *diorisme* de I.6, τὸ *ἐπίπεδον* τοῦ ΑΒΓ τριγώνου « le plan du triangle ΑΒΓ », la troisième, dès l'énoncé de I.5, τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον « le triangle axial ». M. F.

[34] Dans son commentaire de la proposition, Eutocius procure une variante de démonstration, qui, selon ses propres termes, démontre ce point « sans faire appel à la similitude des triangles » (éd. Heiberg, p. 206,22-208,6). M. D-F.

[35] Je développerai ailleurs la question controversée du sens du verbe δύνασθαι dans les mathématiques grecques. Voici un résumé de mon interprétation.

Le verbe δύνασθαι a deux sens fondamentaux en grec : « pouvoir » et « valoir ». C’est avec le second sens, celui de « valoir », parfaitement attesté dès le V^{e} siècle dans la langue générale (Hérodote, Thucydide, Aristophane), que le verbe δύνασθαι a pris une extension toute particulière dans la langue scientifique et technique. Seul ou accompagné des adjectifs adverbiaux ταὐτόν ou ἴσον (ce dernier se retrouve aussi dans la variante ἰσοδυναμεῖν, employée surtout par les grammairiens grecs), il a le sens de « valoir, être *équi*valent à » en métrologie (*équi*valence de capacités, de poids, de mesures, de monnaies), musique théorique, grammaire, arithmétique pythagoricienne et géométrie, c’est-à-dire partout où il est question de mesurer et de comparer des grandeurs. En simplifiant beaucoup et sans entrer dans le détail des emplois, on peut dire qu’il s’utilise en géométrie (toujours avec ἴσον exprimé ou sous-entendu) pour exprimer l’*équi*valence de certaines aires rectilignes (assurée par l’égalité de la mesure), et notamment pour dire que le carré élevé sur un segment de droite est équivalent à un rectangle donné. M. F.

[36] Dans le texte transmis par **V**, contrairement au texte de la traduction arabe, on observe une différence entre la rédaction de l’énoncé, qui adopte, comme c’est l’usage dans les protases, une formulation synthétique, et la rédaction de l’*ecthèse* (p. 24, 20-25), qui privilégie un ordre de réalisation (tracé de la perpendiculaire ΜΝ, qui est dans le plan du cercle, puis, tracé de la parallèle ΔΕ). La rédaction de l’énoncé, transmise par **V**, est confirmée par Eutocius, dans son commentaire, et par Sérénus, dans la proposition 11 de son traité de la *Section du cylindre*, où il adapte la proposition 6 des *Coniques* au cas du cylindre :

	V	*Section du cylindre* de Sérénus, prop. 11	Commentaire d’Eutocius
1.	Si… sur la surface du cône est pris un point…	Si… sur la surface du cylindre est pris un point…	<ce n’est pas sans raison que dans l’énoncé il est précisé que>
2.	si, de ce point, est menée une parallèle	si, de ce point, est menée une parallèle	la parallèle menée du point situé dans la surface
3.	à une droite quelconque	à une droite quelconque	<est menée parallèlement> à l’une des droites
4.	menée perpendiculairement de la circonférence du cercle à la base du triangle…	située dans le même plan que la base du cylindre, perpendiculaire à la base du parallélogramme passant par l’axe…	situées dans la base, droite perpendiculaire à la base du triangle passant par l’axe…

On voit aussi que seule la présentation synthétique des tracés de ΜΝ et ΔΕ a pu autoriser la rédaction du point 4 observée dans les deux textes de la tradition indirecte grecque ; la droite ΜΝ est, en effet, désignée comme appartenant au cercle de base sans qu'il soit dit explicitement que son extrémité Μ est sur la circonférence. La rédaction de **V** sur ce point précis diverge nettement ; il est vraisemblable qu'elle relève d'une intervention postérieure à l'édition d'Eutocius. M. D-F.

[37] Cette figure (6.3) est la seule qui corresponde au texte de la *construction* et de la *démonstration*. Eutocius n'a sans doute édité qu'une seule figure pour cette proposition : en effet, dans son commentaire qu'il consacre à la nécessité pour ΜΝ d'être perpendiculaire à ΒΓ, il engage ses lecteurs à se reporter à « *la figure* du texte » pour suivre sa démonstration : ὅπερ ἐστὶ φανερὸν ἐκ *τῆς* ἐν τῷ ῥητῷ *καταγραφῆς* « ce qui est évident si l'on se reporte à *la figure* du texte », éd. Heiberg, p. 212, 21. Sa conclusion confirme cette hypothèse, puisqu'on lit : « on peut démontrer la même chose au dessous du cercle et sur la surface opposée par le sommet » (*ibid.*, l. 27-28). On voit bien ici que, pour Eutocius, il n'y a aucune incertitude quant à la figure à laquelle ses lecteurs devaient se reporter au début de sa démonstration, à savoir la figure 6.3 (avec ΔΕ au-dessus du cercle de base). S'il avait édité aussi les figures 6.1 et 6.2, il aurait sans doute adopté une autre présentation. Les trois figures de **V** sont dans la version arabe. M. D-F.

[38] Il est sans autre exemple, dans les *Coniques*, que le deuxième *diorisme* reprenne la seconde partie du premier. La raison en est que le premier *diorisme* contient précisément plus de choses qu'il ne devrait. M. F.

[39] Cette deuxième partie de la proposition 8 (p. 38, 4-11) est écrite dans un style cursif et qui déroge en plusieurs endroits aux règles de l'écriture mathématique classique, en particulier avec l'usage de la première personne du pluriel (θῶμεν et ἀγάγωμεν et l'emploi du présent de l'indicatif au lieu du parfait (ἄγεται au lieu de ἦκται) ; le texte canonique attendu aux lignes 6-9 a été restitué par M. Federspiel (voir *REG* 107, p. 208). Le passage offre également la seule occurrence dans le Livre I du verbe composé ἀποδεικνύναι (l. 8) ; c'est le verbe simple (δεικνύναι) qui est utilisé dans les *Coniques*. Autre anomalie : la présence de la séquence καὶ φανερόν pour introduire l'objet cherché de la deuxième partie de la proposition, là où on attend la formule canonique du second *diorisme*. A cela s'ajoutent des négligences, sans doute d'origine diverse, mais qu'il faut signaler : on attend, aux lignes 4-5, après ἀπολήψεταί τις (l. 4), la séquence εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς παρὰ τὴν ΔΕ, ou tout au moins le substantif εὐθεῖα ; on attend également ΖΗ pour le nom du diamètre, au lieu de ΖΘ. La traduction arabe ne permet pas de saisir les écarts stylistiques que j'ai signalés ; mais le contenu du passage est le même, à ceci près que la version arabe donne son nom à la parallèle à ΔΕ (ΣΞΡ). – La proposition I.8 était l'une des propositions susceptibles d'avoir été dédoublées dans les éditions antérieures à celle d'Eutocius, d'après les hypothèses émises dans mon étude de l'ordre préeutocien des propositions 1-35 du Livre I (*Recherches sur les* Coniques…, p. 102-106). La cursivité du texte grec dans cette partie de la proposition doit de toute façon faire supposer une rédaction en deux temps. M. D-F.

[40] L'expression dans laquelle entre le verbe ἀπολαμβάνειν est canonique pour désigner un objet découpé par un autre, en particulier un segment de droite : le segment ΖΛ sera ainsi *découpé sur* le diamètre ΖΗ (ἀπό + génitif) *par* la parallèle ΚΛ (ὑπό + génitif) *du côté du* point Ζ (πρός + datif) ; voir l'article ἀπολαμβάνειν du dictionnaire de Mugler et les compléments apportés par M. Federspiel, *REG*, 115, p. 124-125. Dans la traduction arabe des *Coniques*, on trouve le plus souvent, comme c'est le cas ici, une séquence qui détermine explicitement les deux extrémités du segment obtenu. M. D-F.

[41] L'emploi du mot γωνία (au sens de « sommet d'un angle ») pour désigner le sommet du cône est un hapax dans les *Coniques*. L'exemple est relevé par Mugler dans son dictionnaire, p. 110. M. D-F.

[42] L'obtention de cette relation est l'objet d'un *lemme* chez Eutocius (éd. Heiberg, p. 216, 14-25) ; voir la note que lui consacre Ver Eecke dans sa traduction des *Coniques*, p. 22, note 1. M. D-F.

[43] C'est ici la première occurrence de l'expression de l'ordonnée dans les *Coniques* ; elle s'y montre sous sa forme complète, dont les éléments sont : le verbe au participe, le complément prépositionnel du verbe (le diamètre) et l'adverbe τεταγμένως. Avant Apollonios, on en trouve déjà trois occurrences chez Archimède, dans *De l'équilibre des figures planes*, II.10 (éd. Mugler, II, p. 122, 8), puis dans *La méthode* (éd. Mugler, III, p. 87, 7 et 97, 20 ; formes abrégées classiques, sans la mention du diamètre). Après Apollonios, on rencontre de très nombreuses occurrences du tour dans le traité *De la section du cylindre* de Sérénus et dans le commentaire d'Eutocius aux *Coniques* ; enfin, il y en a deux dans la *Collection* de Pappus, aux Livres IV (éd. Hultsch, I, p. 280, 2) et VI (*ibid.*, II, p. 588, 22). Quant à la première expression du *tracé* de l'ordonnée, elle apparaît dans l'*ecthèse* de la proposition I.15. M. F.

[44] Il faut sous-entendre après ὀρθία (littéralement « qui se dresse ») le mot πλευρά. Dans cette seconde expression, le segment ΖΘ est désigné comme *côté* du rectangle construit sur l'abscisse, équivalent au carré construit sur l'ordonnée. M. D-F.

[45] La langue grecque, c'est-à-dire l'usage qu'en font les locuteurs, est souvent imprécise, en général et dans les mathématiques en particulier (mais pas plus qu'ailleurs). Pourtant, ici et dans la protase de la proposition suivante, ce caractère est si prononcé que je me demande si le texte est bon. En effet, la parallèle dont il est question n'est pas celle qui est mentionnée juste au-dessus, comme devrait le faire croire l'emploi du simple pronom de rappel αὐτῆς, mais la parallèle à l'intersection du plan sécant et de la base du cône, c'est-à-dire ce que nous appelons l'« ordonnée ». On attendrait évidemment *ἐκείνης. M. F.

[46] Comme dans la proposition précédente, il faut sous-entendre πλευρά après ὀρθία, et de même après πλαγία. Sur le *côté droit* et le *côté transverse* comme côtés de « la figure de la section » (τὸ εἶδος τῆς τομῆς ; *cf.* I. 41) dans les sections centrées, voir *infra*, note 48. M. D-F.

[47] **V** a le mot εὐθείαις, qui ne peut être gardé en l'état. Pierre de Montdoré, en marge du *Parisinus gr.* 2356, a corrigé εὐθείαις en πλευραῖς, qui est le terme attendu pour désigner les deux droites ΑΒ et ΑΓ. J'ai rétabli ici la leçon γωνίαις (le terme est à interpréter au sens de «sommets des angles») qu'on devait lire en marge de **V**, et dont témoignent encore les apographes byzantins (le mot εὐθείαις est surmonté de deux points dans **V** (f. 14^{v}, l. 6). On attend néammoins la mention explicite de la droite découpée par la parallèle ΑΚ pour que toute ambiguïté soit levée quant à la désignation des extrémités des segments découpés. On trouve un deuxième exemple de la confusion entre les deux mots εὐθεῖα et γωνία dans le texte de la *Section du Cylindre* de Sérénus, au folio 178^{r} (= éd. Heiberg, p. 64, 13) : **V** a εὐθείας surmonté d'un trait horizontal entre deux points (÷), et, en marge, de première main, l'abréviation Γω (= γωνίας), accompagnée de γρ(άφεται), qui représente la correction attendue. Il est donc très possible qu'il y ait eu en marge du folio 14v° la même abréviation. Il faut alors supposer que, dans le modèle de **V** ou dans un modèle antérieur (si le copiste de **V** n'est pas celui qui commet la confusion et se corrige), les deux mots γωνία et εὐθεῖα avaient une abréviation assez proche pour être ainsi deux fois confondus. Il s'ensuit une conséquence importante pour l'histoire du texte : les traités de Sérénus accompagnaient déjà les *Coniques* dans le modèle de **V**. M. D-F.

[48] Le concept spécifique de « figure » apparaît ici pour la première fois sans avoir fait l'objet de la moindre définition dans le texte qui nous a été transmis. Il se dit en grec εἶδος et ne doit pas être confondu ni avec le concept général de « figure », tel qu'on le trouve par exemple à la fin des protases des propositions 12 et 13 du Livre I, ni avec celui de σχῆμα, qui désigne la figure illustrant la proposition. Dans la théorie grecque des coniques, l'*eidos* au sens spécifique est le rectangle ayant pour côtés ce qu'Apollonios a appelé plus haut le *côté transverse* et le *côté droit*, dénominations qui présupposaient d'ailleurs à leur tour le concept de figure rectangulaire. – Ce concept d'εἶδος est en rapport étroit avec la théorie des diamètres conjugués, puisque, par définition (*cf. Secondes définitions*, 3), le carré du second diamètre est égal à la figure associée au premier diamètre. M. F.

[49] C'est le participe pluriel ἀντικείμεναι qui a été créé pour exprimer l'hyperbole à deux branches ; pour désigner l'une de ces branches, on ne peut pas employer le singulier tout seul, mais l'on doit dire soit quelque chose comme « l'une des opposées », expression qui revient souvent dans les *Coniques*, soit, comme dans le Livre IV, « son opposée » (en parlant de l'opposée d'une hyperbole). En outre, et très naturellement, il ne peut être substantivé en principe qu'au moyen de l'article. C'est pourquoi l'article est conservé même là où la mention conjointe d'une autre conique est dépourvue d'article et où l'on est obligé de traduire par « *des* opposées ». Mais il y a deux cas où l'article ne s'emploie pas, et cela pour des raisons purement grammaticales : d'une part, lorsque le mot est attribut, comme ici ; d'autre part, lorsque, dans les *ecthèses*, le participe est sujet du verbe *être* pris au sens existentiel, par exemple ἔστωσαν ἀντικείμεναι ὧν διάμετρος ἡ AB « soient des opposées, de diamètre ΑΒ, ou encore ἀντικείμεναι αἱ ΑΒ, ΓΔ « soient *des* opposées ΑΒ et ΓΔ ». M. F.

[50] L'expression que j'ai employée montre bien les difficultés qu'il y a à traduire les mathématiques grecques en respectant le plus possible les traits de leur élocution, ici, le caractère indéfini du signifié et le sens existentiel du verbe sous-entendu. La relative παρ' ἣν... τεταγμένως est un syntagme substantivé, pourtant *dépourvu de l'article* puisqu'il a la même fonction syntaxique que διάμετρος, c'est-à-dire est sujet indéfini du verbe ἔστω existentiel sous-entendu et est accompagné de l'apposition ἡ ΘΡ qui, elle, est obligatoirement pourvue d'un article. On a affaire à des expressions stéréotypées en grec. J'avais déjà adopté le même type de traduction dans les *ecthèses* de I.2 et suivantes. Je garderai des tournures conventionnelles du même genre chaque fois qu'il le faudra. M. F.

[51] Sauf dans les cas où la syntaxe et la stylistique du grec réclament un signifiant indéfini, le mot διάμετρος, dans la théorie grecque des coniques, est toujours précédé d'un article, par imitation de l'expression en usage au Livre III des *Éléments*, consacré à la géométrie du cercle. J'ai essayé, sans y parvenir toujours, de respecter cette particularité. M. F.

[52] Cette égalité n'est pas utile à la démonstration. Comme elle également présente dans la tradition arabe, je ne l'ai pas athétisée. M. D-F.

[53] On attend ici la séquence τῆς ΔΘ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης « si la droite ΔΘ est prise comme hauteur commune ». L'opération est régulièrement mentionnée dans le texte grec des *Coniques*. Mais, comme cette absence n'est peut-être pas une erreur de copiste, mais une simple négligence dans la rédaction, il n'y a pas lieu de corriger, d'autant plus que le fait se reproduit dans la proposition 27 (même absence dans la version arabe) et dans la proposition 49. M. D-F.

[54] Ces définitions, relatives aux sections centrées, sont transmises par **V** sous le titre de *Secondes définitions*, alors que, dans la version arabe, elles figurent sans titre après la proposition 16. Le commentaire d'Eutocius confirme cette place dans la tradition antique en écrivant : « après la proposition 16, il expose des définitions » (μετὰ τὸ ἑκκαιδέκατον θεώρημα ὅρους ἐκτίθεται, éd. Heiberg, p. 224, 22), mais n'atteste rien quant à la distinction de **V** entre « premières » et « secondes » définitions . On retrouve le contenu des *Secondes définitions* 1 et 3 du texte grec des *Coniques* dans les définitions du traité sur la *Section du cylindre* de Sérénus qui font suite à la définition relative aux diamètres conjugués (éd. Heiberg, p. 6, 17-24). Eutocius, quant à lui, consacre un commentaire nourri au concept de *second diamètre*, en examinant successivement le cas de l'hyperbole et des sections opposées, puis celui de l'ellipse (éd. Heiberg, p. 224, 22-228, 26). M. D-F.

[55] M. Federspiel (*REG*, 107, p. 209) a proposé le déplacement de la séquence τῆς ὑπερβολῆς [καὶ] dans la seconde définition, après ὁμοίως δὲ pour lever la difficulté créée par la mention du milieu du diamètre de l'hyperbole, sans assimilation préalable de ce diamètre au *côté transverse*, comme cela est fait par exemple dans la proposition 16 ou dans la proposition 31 (pour d'autres occurrences, voir plus loin le Lexique des termes techniques). Mais la *droite menée du centre* (le demi-diamètre de la

conique) ne trouve plus de définition pour l'hyperbole, contrairement au témoignage d'Eutocius ; la présence du verbe καλεῖν (« appeler ») dans l'examen par le commentateur du cas de l'hyperbole atteste, en effet, la définition du concept (τὸ δὲ Ζ κέντρον καλεῖ, τὴν δὲ ΖΒ καὶ τὰς ὁμοίως αὐτῇ... φερομένας *ἐκ τοῦ κέντρου* éd. Heiberg, p. 226, 13-15). La présence incongrue dans le texte de **V** du mot ἑκατέρας, qui souligne que la définition s'applique bien à « l'une et l'autre » section, n'en reste pas moins troublante. On pourrait penser que cette interpolation garde la trace d'un remaniement et qu'un éditeur a réuni en une seule deux définitions indépendantes à l'origine. Mais, comme la version arabe confirme l'économie des deux premières définitions grecques, il vaut mieux accepter le texte tel qu'il est. Il se peut cependant qu'il y ait un lien entre cette interpolation et le caractère inadéquat du terme « diamètre » dans le cas de l'hyperbole. Je propose donc en apparat la séquence attendue τῆς πλαγίας πλευρᾶς en conservant le texte transmis, puisque toute corruption mécanique est exclue. L'ajout de l'épithète πλαγίας au mot διαμέτρου à partir de la traduction arabe n'est pas envisageable, puisqu'on introduirait une incohérence dans le texte grec, qui a donné une définition précise du concept de *diamètre transverse* dans les *Premières définitions* (*déf.* 5). M. D-F.

[56] Dans le texte grec transmis, la troisième définition relative au *second diamètre* s'inscrit dans la continuité de la première et vaut pour l'hyperbole et l'ellipse, la seconde définition ayant seulement ajouté à la précédente le cas particulier des sections opposées. La version arabe offre ici un texte nettement différent. M. D-F.

[57] La droite qui « rencontre » la section et dont le prolongement de part et d'autre est à l'extérieur de la section peut être une tangente ou une sécante. Or, la note finale d'Eutocius dans son commentaire de la proposition (« Il faut noter que la même démonstration vaudra aussi dans le cas où la droite ΑΖΒ coupe la section », éd. Heiberg, p. 230, 19-20) laisse penser qu'il avait édité une proposition relative à la seule tangente. La même note montre qu'il n'avait pas édité un texte où figurait, comme dans la version arabe, la mention finale du cas de la sécante, sinon sa remarque perdrait tout sens. M. D-F.

[58] Les propositions 20 et 21 font partie d'un ensemble de propositions auxquelles on se refère sous des numéros différents de ceux de l'édition d'Eutocius dans une partie de nos sources grecques et arabes. Outre nos deux propositions, citées sous les numéros respectifs 19 et 20, on trouve dans cet ensemble la proposition 11 (citée sous le numéro 12), le groupe des propositions 26, 30, 32 (citées sous les numéros respectifs 27, 31 et 33), le groupe 52, 54, 55 (citées sous les numéros 56, 58, 59) et les propositions 8, 11, 12 du Livre II (citées sous les numéros 6, 7, 8). Les sources grecques sont constituées par des scholies anciennes d'Archimède, les traités de Sérénus et les commentaires d'Eutocius sur Archimède, antérieurs à son édition commentée d'Apollonios ; les sources arabes sont constituées par le témoignage de mathématiciens contemporains (dernier tiers du X^{e} siècle) al-Qūhī, al-Sāghānī, Abū al-Jūd et par celui d'al-Khayyām (1048-1131) ; voir le tableau récapitulatif des références aux *Coniques* dans l'*Introduction* du tome I. L'accord constaté entre ces références montre qu'il existait avant l'édition d'Eutocius un arrangement plus ancien des propositions et que

les mathématiciens arabes continuaient à avoir accès à ces traditions préeutociennes. On trouvera dans mon ouvrage, *Recherches sur les* Coniques…, p. 99-111, une étude précise des décalages observés ainsi qu'un certain nombre d'hypothèses quant au type de modifications qui ont pu être apportées aux ordonnances antérieures (déplacement de propositions, réunion de deux propositions en une seule, dédoublements, statut officiel donné à des démonstrations complémentaires agrégées depuis plus ou moins longtemps au traité, *etc*.). M. D-F.

[59] En faisant remarquer dans son commentaire que les « deux diamètres » dont il est question « dans la protase » ne sont pas des « diamètres pris simplement au hasard », mais bien les « diamètres conjugués » des *Secondes Définitions*, (éd. Heiberg, p. 234, 12-16), Eutocius montre qu'il n'a pas édité le texte que nous lisons dans la version arabe, où l'on précise qu'il s'agit des deux diamètres conjugués. M. D-F.

[60] On attend ὡς <ὅλη> ἡ ΒΑ πρὸς <ὅλην τὴν> ΑΔ. Mais comme on ne peut savoir s'il s'agit d'une omission de copiste ou d'une liberté que s'accorde l'auteur, ici, comme dans la suite du traité, je n'ai pas normalisé le texte ; sur les différentes formes observées de ce tour chez Euclide, Archimède et Apollonios, voir les remarques de M. Federspiel, *REG*, 112, p. 432-433. M. D-F.

[61] Au départ du texte de **V** (πλαγία δὲ ἡ ΑΒ), il faut supposer l'omission de la séquence restituée entre crochets obliques, puis la substitution ultérieure de πλαγία à ὀρθία pour redonner une cohérence minimale au texte ; mais πλαγία (<côté> transverse) ne convient pas dans le cas de la parabole, qui n'est pas une section centrée. Le texte de Heiberg (πλαγία δὲ ἡ ΑΜ) est erroné ; il reprend la leçon fautive reproduite par Halley et déjà présente dans le *Parisinus gr*. 2357 (voir le stemma des manuscrits), où Μ est une mélecture de la lettre Β, écrite en minuscule dans **V**. M. D-F.

[62] Dans son commentaire, Eutocius expose une variante de la proposition 27 (éd. Heiberg, p. 236, 20 - 242, 15), trouvée dans ses manuscrits, et qu'il accompagne de deux *lemme*s. Les divergences avec le texte qu'il procure apparaissent dans la démonstration introduite par le second *diorisme* (*ibid*., p. 238, 16 - 240, 18). La longueur et la verbosité de cette partie montre que la variante appartient à la tradition scolaire. M. D-F.

[63] Dans les textes mathématiques, le verbe κεῖσθαι « être placé » est sans aucune exception le corrélatif du verbe τιθέναι « placer » et sert de parfait passif à ce verbe. Le tour du type de celui qu'on a ici, c'est-à-dire τῇ ΗΒ ἴση κείσθω ἡ ΑΘ « que soit placée une droite ΑΘ égale à la droite ΗΒ », est un tour canonique répandu, qui présente la particularité d'omettre presque toujours (mais voir par exemple la protase de I.33) la direction de la droite « placée ». Il faut donc faire appel à la figure ; c'est même le cas le plus régulier et le plus intéressant d'appel à la figure. Le tour est une anaphore de la protase du problème *Éléments*, I.2, qui s'énonce : « Placer en un point donné une droite égale à une droite donnée », et où, pour des raisons internes à cette proposition, la direction de la droite n'a pas besoin d'être précisée. Dans l'expression de l'anaphore, la seule liberté que se sont donnée les mathématiciens est l'omission générale de la

mention du point, ce qui n'entraîne aucune difficulté, puisque ce point est forcément l'une des extrémités de la droite « placée ». M. F.

[64] **V** a ΘΚ pour ΚΛ ; mais un trait horizontal entre deux points (÷) au-dessus de Θ signale que le terme doit être corrigé ; on devait trouver en marge la correction proposée, comme le montre l'accord des copies byzantines, qui ont ΚΛ. M. D-F.

[65] Le texte transmis par **V** présente ici (voir l'apparat) une omission par saut du même au même : ὀρθίαν [ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ ΑΖΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν] καὶ (p. 102, 4-5). Ce mécanisme montre que le copiste qui a commis la faute n'avait pas dans son modèle, après le premier ὀρθίαν, la référence explicite à la proposition 21 qu'on trouve dans la version arabe. M. D-F.

[66] A la position ambiguë qu'il occupe, le complément prépositionnel ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κέντρου peut déterminer aussi bien le subjonctif ἀχθῇ que le participe συμπίπτουσα. Sa position a été manifestement choisie à bon escient ; en effet, pour le sens de la subordonnée de la protase, il importe peu qu'il détermine l'un ou l'autre verbe, au contraire des compléments ἐν ἐλλείψει ἢ ἀντικειμέναις et τῇ τομῇ, qui doivent compléter respectivement ἀχθῇ et συμπίπτουσα ; en outre, la distribution des deux verbes et des trois compléments est parfaite d'un point de vue stylistique. Mais le traducteur doit choisir ; si j'ai fait de ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κέντρου le complément d'ἀχθῇ, c'est par analogie avec le début de la protase de I.26, où l'on voit que le verbe ἀχθῇ est flanqué devant et derrière de ses deux compléments. M. F.

[67] Le point de départ des calculs d'Eutocius est la proportion $AH \times HB : HE^2 = BZ \times ZA : Z\Delta^2$ (voir texte grec, p. 104, 3-4). Dans le cas de l'ellipse, sa chaîne aboutit à l'opération de *permutation* (= l. 9), dont il donne le résultat. Dans le cas des sections opposées, elle s'arrête à l'opération de *conversion*, dont il donne également le résultat, ce qui laisse supposer l'absence de l'opération finale d'*inversion* dans ses sources. Le commentaire qu'Eutocius consacre à cette chaîne de calculs, tout comme la séquence citée comme lemme (éd. Heiberg, p. 242, 23-244, 1), ainsi que l'ordre suivi dans le traitement des sections (le cas de l'ellipse est traité avant celui des opposées, conformément à l'énoncé et l'*ecthèse*) attestent que le texte transmis par **V** est bien celui qu'il a édité. On voit ici que le commentateur Eutocius ne dépend pas des éléments transmis par la tradition arabe des *Coniques* ; l'absence de correspondance entre le commentaire d'Eutocius et la traduction arabe permet également de vérifier que la version arabe ne représente pas une autre version que **V** de la recension d'Eutocius, qui aurait enrichi le texte primitivement édité par Eutocius d'éléments venus du commentaire. M. D-F.

[68] Dans son commentaire de la proposition, Eutocius justifie cette inégalité en développant le calcul correspondant, appuyé sur *Éléments* II.5 ; il vérifie ainsi la justesse de l'opération de division requise par Apollonios (ὥστε ὀρθῶς εἴρηται τὸ διέλοντι, éd. Heiberg, p. 246,2). La justification qui suit l'obtention de l'inégalité dans le texte arabe ne figurait pas dans le texte édité par Eutocius, puisqu'elle rend son commentaire inutile. M. D-F.

[69] A propos de la proposition 32, on lit dans le commentaire d'Eutocius un avertissement, dont le sens manque de clarté : πολυτρόπως δεδειγμένου τούτου τοῦ θεωρήματος ἐν διαφόροις ἐκδόσεσιν ἡμεῖς τὴν <ἀπόδειξιν> ἁπλουστέραν καὶ σαφεστέραν ἐποιήσαμεν, éd. Heiberg, p. 246, 15-17. Si l'on adopte l'addition de Heiberg du mot ἀπόδειξιν, on doit traduire ainsi : « Comme cette proposition est démontrée *de manière diverse* dans les différentes éditions, nous avons rendu la démonstration plus simple et plus claire ». La chose n'est pas neutre, puisqu'Eutocius nous donne ici la preuve qu'il est intervenu directement dans la rédaction de la proposition. Or, la version arabe offre un texte exactement semblable au texte transmis par **V**. Nous sommes en présence d'une réelle difficulté. Il y aurait un moyen de la résoudre, si l'on ne retenait pas l'addition de Heiberg. On pourrait alors supposer une confusion entre deux formes verbales voisines ἐποιήσαμεν/ἐπελέξαμεν (on trouve plus loin une occurrence de ἐπιλέγειν à la voix moyenne, *ibid.*, p. 292, 22). Voici le texte ainsi corrigé : πολυτρόπως δεδειγμένου τούτου τοῦ θεωρήματος ἐν διαφόροις ἐκδόσεσιν ἡμεῖς τὴν ἁπλουστέραν καὶ σαφεστέραν ἐπελέξαμεν « Comme cette proposition est démontrée de manière diverse dans les différentes éditions, nous avons fait choix de l'édition la plus simple et la plus claire » (Eutocius fournit d'autres exemples de l'emploi d'un comparatif au sens d'un superlatif ; ainsi, p. 176, 19). Si cette hypothèse est juste, on en déduit que les exigences de « clarté » du mathématicien Eutocius l'ont conduit vers le bon choix, en lui permettant d'éliminer des variantes sans doute issues de la tradition scolaire. M. D-F.

[70] La présence du participe καλουμένη ne se justifie pas ici, à proprement parler, car la section a reçu son nom à la proposition 11. On peut observer que le participe n'est pas utilisé plus loin, dans l'*ecthèse* relative aux sections centrées. La version arabe a le même texte que **V** dans les deux passages. L'expression se retrouve, pour qualifier une conique ou le *côté droit*, dans les *problèmes* de la fin du Livre I ainsi qu'en II.4 et III.13. Avec les problèmes I.52-60 et II.4, nous sommes à coup sûr renvoyés à une tradition préapollonienne, comme continue à en témoigner l'archaïsme de la langue utilisée. C'est la raison pour laquelle M. Federspiel (*REG*, 112, p. 420) a supposé que, dans ces propositions, la présence insolite du participe devant le nom de la section était la trace de la réfection, sans doute par Apollonios lui-même, d'une expression antérieure. La même explication vaut peut-être ici. M. D-F.

[71] Cette égalité fait l'objet du même *lemme* chez Pappus VII 238 (= Heiberg, *lemme* 5) et chez Eutocius (éd. Heiberg, p. 248, 22-250, 10) ; le même *lemme* vaut pour l'égalité qui suit ($\mathrm{BH} \times \mathrm{HA} : \mathrm{HE}^2 = \mathrm{MB} \times \mathrm{AO} : \Gamma\mathrm{E}^2$). Dans sa citation du texte d'Apollonios (*ibid.*, p. 248, 23-24), Eutocius ne reprend pas la justification qu'on trouve à la suite, dans les deux traditions grecque et arabe (« en raison de la similitude des triangles ΒΚΔ, ΕΓΔ, ΝΑΔ »), et sa démonstration, qui opère, comme celle de Pappus, à partir d'*Élém.* I.29 ne la prend pas pour point de départ. Si cette justification figurait bien dans les sources d'Eutocius, ce qui est sans doute le plus vraisemblable, c'est donc volontairement qu'il l'aura omise dans sa reprise du texte d'Apollonios. M. D-F.

[72] La séquence « le prolongement de ΑΖ rencontrera donc ΑΓ » est elliptique (voir M. Federspiel, *REG*, 107, p. 211). Il omet deux étapes intermédiaires : 1) la droite

de jonction ΑΖ est tangente à la section 2) prolongée, elle tombe à l'extérieur de la section. Les étapes 1 et 2 sont, en revanche, exprimées explicitement dans la deuxième partie de la proposition, à propos de la droite ΔΖ. Une rédaction plus elliptique en deuxième partie aurait été plus logique. On peut faire d'autres observations qui vont dans le même sens : le choix des lettres désignatrices n'est pas déterminé par la progression du texte, comme dans la plupart des propositions précédentes ; l'*ecthèse* ne répond pas directement à la protase ; le second *diorisme* n'a pas sa forme complète. Le fait que la proposition soit la réciproque de la proposition 33 a pu autoriser dès l'origine l'auteur à aller vite. M. D-F.

[73] Dans les protases de I.37 et 38, on a un emploi particulier de la préposition μετά, qui exprime que deux droites forment les côtés d'un rectangle. Plus bas, en revanche, dans l'opération « par composition », la préposition a son sens habituel en géométrie, qui est d'exprimer la somme de deux figures ; dans les *Coniques*, l'emploi relevé ici se retrouve une fois encore dans la première *ecthèse* du problème II.51. Dans son *Dictionnaire*, Mugler donne la référence de quelques occurrences dans le Livre X des *Éléments* euclidiens, mais en fait abusivement l'équivalent d'un symbole de multiplication ; cet emploi est surtout attesté dans le Livre X, mais on le trouve déjà dans *Élém.*, III.32 (éd. Heiberg-Stamatis, I, p. 139, 2) et VI.9 (éd. Heiberg-Stamatis, II, p. 57, 9), et on le retrouve dans les propositions XI.35 et 36. M. F.

[74] Dans ses *Prolegomena* (p. LIX), Heiberg a mis en doute l'authenticité de ces développements, car le *lemme* de Pappus VII 239 (= Heiberg, *lemme* 6), qui s'applique aux égalités de la proposition 37, perd toute utilité, s'il avait pour mission de suppléer des étapes omises par Apollonios. Il faudrait effectivement dans ce cas envisager l'hypothèse d'une réécriture de ces passages après Pappus, ou supposer que Pappus avait accès à une autre tradition textuelle ; mais on peut également interpréter le *lemme* de Pappus comme une schématisation des procédures utilisées par Apollonios, et cela d'autant plus que les procédés de démonstration de Pappus présentent de légères variantes par rapport à ceux du texte des *Coniques* ; voir *Recherches sur les* Coniques…, p. 243-249. Le fait que la version arabe offre rigoureusement le même texte que **V**, ajouté à l'absence de commentaire d'Eutocius, qui n'aurait pas manqué de développer les calculs manquants, doit nous faire supposer de toute façon que la démonstration transmise est bien celle qu'Eutocius a trouvée dans ses sources. M. D-F.

[75] Dans les tours de ce type (c'est-à-dire sans verbe « être ») comportant les adjectifs κοινός « commun », λοιπός « restant », ὅλος « entier » ou ἀφαιρεθείς « retranché », on constate que ces adjectifs sont presque toujours en position attributive antéposée dans les mathématiques grecques. Ce serait pourtant une erreur de les traduire par des tours appositionnels/attributifs, du genre : « le carré sur EZ, qui est commun », car la *position* prédicative de ces adjectifs est un degré zéro en stylistique grecque ; la *fonction* est purement épithétique. M. F.

[76] L'objet de la nouvelle démonstration qui vient s'insérer ici, avant le corollaire, n'a pas été formulé dans l'énoncé. D'autre part, **V** en transmet une rédaction peu satisfaisante (voir mon étude *Recherches sur les* Coniques…, p. 112-114, et les

remarques de M. Federspiel (*REG*, 107, p. 212). L'énoncé, qui vaut pour les trois sections, est très maladroit et semble avoir été ajouté après coup. Le résultat donné à la fin de la chaîne de calculs est exact dans le seul cas de l'hyperbole (le résultat pour l'ellipse, si l'on ajoute à la chaîne l'opération finale d'*inversion* (ἀνάπαλιν), pour se conformer à l'énoncé, est l'égalité ΘΔ : ΘΓ = ΖΔ : ΖΓ) ; enfin, dernière anomalie : la présence de la clausule ὅπερ ἔδει δεῖξαι, dont il n'existe que trois autres occurrences dans le texte grec des *Coniques* (la dernière proposition du Livre I et du Livre II, et la proposition IV.34). M. D-F.

[77] Heiberg (voir *Prolegomena*, p. LIX) a suspecté l'authenticité de cette justification de l'égalité ΗΓ × ΓΔ : ΑΕ × ΕΖ = parallélogramme ΔΗ : parallélogramme ΖΑ, car le *lemme* de Pappus VII 241 (= Heiberg, *lemme* 8), qui lui correspond, trouverait là toute son utilité. Le soupçon est autorisé, car il n'est pas dans l'usage des Livres grecs I-IV de reprendre ainsi explicitement le libellé de la propriété euclidienne utilisée (ici, *Éléments* VI.23) ; voir ma discussion dans *Recherches sur les* Coniques…, p. 251. La version arabe a le même texte. M. D-F.

[78] La désignation du parallélogramme ΗΖ comme « compris par la droite abaissée du point de contact et par la droite découpée du côté du sommet de la section par la parallèle à la droite abaissée » n'est pas satisfaisante. L'ordonnée menée du point de contact ne constitue pas le deuxième côté enveloppant de la figure. C'est la droite « découpante » menée du point Δ parallèlement à l'ordonnée qui est le deuxième côté du parallélogramme. M. D-F.

[79] Voici ce que note Eutocius dans son commentaire (éd. Heiberg, p. 252, 26-27) : « cette proposition a 11 cas, dont l'un est celui où le point Δ est pris en deçà de Γ ; il est clair que les parallèles tomberont alors aussi en deçà des droites ΑΓ, ΓΘ ». Il décrit ensuite successivement les dix « autres cas ». S'il dissocie ainsi le premier cas des autres, c'est parce que c'est celui de la figure qu'il édite, ce que confirme **V**. M. D-F.

[80] Dans son commentaire de la proposition, Eutocius reproduit une variante de démonstration trouvée dans ses manuscrits (éd. Heiberg, p. 254, 25-258, 3), qui déroule une longue chaîne de calculs à partir de la relation de la proposition I.37. Cette variante établit deux égalités intéressantes, absentes de la proposition transmise : celle du quadrilatère ΕΛΒΖ et du triangle ΕΔΖ, formé par la tangente et l'ordonnée menée du point de contact (1) — l'égalité a été démontrée pour la parabole dans la proposition 42 (triangle ΑΘΓ et parallélogramme ΒΓ) — et celle du triangle ΛΒΓ, construit sur la moitié du *côté transverse*, et du triangle ΕΓΔ, dont la base est la tangente et le sommet le centre de la section (2). Cette dernière égalité, formulée comme un simple résultat tiré d'une proportion (*ibid*., p. 256, 9), ne sert pas dans la suite de la démonstration, comme l'a remarqué Heiberg (*Prolegomena*, p. LVIII), puisque c'est la proportion dont on la tire qui est utilisée dans la suite des calculs (voir la note détaillée de P. Ver Eecke, *Les* Coniques *d'Apollonius de Perge*, p. 80-81). La difficulté vient de ce que l'égalité (2) est considérée comme connue dans les propositions I.50 et II.20, alors que seule la variante de la proposition 43 l'a établie ; elle n'est pas démontrée, en effet, dans le texte transmis du Livre I, ni dans **V**, ni dans la version arabe. D'autre part, alors qu'elle est utilisée

dans les Livres I et II, elle fait l'objet dans le texte grec, comme dans la traduction arabe, d'une démonstration en bonne et due forme dans la proposition 1 du Livre III (triangles ΑΗΓ et ΔΗΒ). Dernière observation enfin : comme cela a été relevé par Zeuthen (voir les *Prolegomena* de Heiberg, p. LX), l'égalité (2) n'est pas sans lien avec le *lemme* de Pappus VII 242 (= Heiberg, *lemme* 9), qui ne trouve pas de point d'application dans le Livre I transmis. Appliqué aux constructions de la proposition 43, le *lemme* permet, en effet, de déduire de la relation de la proposition I.37 le parallélisme des deux droites ΕΒ et ΛΔ. Par *Éléments* I.37, on obtient immédiatement l'égalité des triangles considérés (c'est le procédé utilisé par Eutocius dans son commentaire de la proposition III.1) ; voir mon étude *Recherches sur les* Coniques…, p. 114-123 et 260-261. Plusieurs hypothèses peuvent être avancées. Puisqu'il n'y a pas lieu de douter de l'authenticité de l'actuelle proposition 43, qui est fondée sur la reconnaissance des conditions d'application de la proposition 41, une hypothèse minimale serait d'admettre qu'Apollonios a utilisé l'égalité (2) dans les Livres I et II sans la démontrer ; on pourrait alors supposer que, dans certains manuscrits des *Coniques*, on associait à l'édition de la proposition 43 des variantes de démonstration dont l'un des résultats était l'obtention de l'égalité (2), moyen indirect de pallier ce qui pouvait être ressenti comme un manque chez Apollonios. Le *lemme* de Pappus serait en rapport avec l'une de ces variantes. M. D-F.

[81] Le texte transmis par **V** a été corrompu par une intervention malheureuse. La droite qui découpe <du côté du centre> le côté ΓΚ du triangle ΓΜΚ n'est pas « la droite qui passe par le centre et le point de contact », comme on le lit dans **V**, mais la droite menée du point Η parallèlement à l'ordonnée ΕΖ. J'adopte la proposition de correction de M. Federspiel (*REG*, 107, p. 212-213), dont la restitution prend appui sur le passage parallèle de la proposition 44 (triangle ΓΜΘ). M. D-F.

[82] Le commentaire d'Eutocius de la proposition apporte la preuve que les cas représentés dans la figure de l'hyperbole et de l'ellipse sont bien ceux qu'Eutocius avait illustrés dans son édition. Pour l'hyperbole, il renvoie aux cas dont il a traité dans son commentaire de la proposition 42 (voir *supra*, note 79) ; dans le cas de l'ellipse, il renvoie explicitement à la figure du texte (ὡς ἔχει ἐν τῷ ῥητῷ) pour le point Η « pris en deçà de Ε » et « les deux parallèles » qui tombent « entre Δ et Ζ » (éd. Heiberg, p. 258,24-260,1). M. D-F.

[83] On a ici la première occurrence dans le texte grec d'une référence explicite à une proposition antérieure sous son numéro propre. Ce numéro est bien celui de la proposition concernée dans l'édition d'Eutocius. Ces références sont très rares dans le texte grec des *Coniques*. Les propositions qui suivent (44-47) et les *problèmes* 52-56 offrent les seules autres occurrences du Livre I. On voit que ces références concernent chaque fois des groupes de propositions apparentées. Elles sont de deux types : les unes figurent à la fin de la proposition et ont une forme linguistique stéréotypée (propositions 44, 52-56) ; les autres sont insérées dans le tissu démonstratif (propositions 45-47) selon des formules variées qu'on trouve ailleurs dans le texte grec des *Coniques*, chaque fois qu'un renvoi explicite est fait à une démonstration antérieure (voir les relevés de M. Federspiel, *REG*, 107, p. 213-214). Ces quelques références

remontent au moins à l'édition d'Eutocius, puisqu'elles se trouvent exactement à la même place dans le texte arabe, avec chaque fois la même forme linguistique que dans le texte grec. – La version arabe présente un *corpus* de références numériques beaucoup plus important que celui de **V**, toutes conformes aux numéros d'ordre des propositions d'Apollonios dans l'édition d'Eutocius. Leur grand nombre empêche *a priori* qu'on puisse rapporter leur absence dans le texte grec à des omissions du copiste de **V**. Deux exemples au moins le confirment. On a vu, en effet, que, dans la proposition 29, la tradition dont **V** est le témoin n'avait pas la référence trouvée dans le texte arabe (voir *supra*, note 65). D'autre part, le commentaire d'Eutocius de la proposition 44 (voir *infra*) fournit la preuve que les références numériques données dans la version arabe de la proposition ne figuraient pas dans le texte qu'Eutocius avait édité. M. D-F.

[84] Le parallélisme des deux tangentes ΖΗ et ΔΕ est admis sans démonstration. Ce passage, tel qu'il est transmis par **V**, est confirmé par Eutocius, qui le cite comme lemme (éd. Heiberg, p. 264, 4-7) avant de le commenter (*ibid.*, p. 264, 7-21). Eutocius consacre une démonstration détaillée au parallélisme des deux droites à partir des propositions antérieures 37 et 30, dont il donne chaque fois le numéro, ce qui permet de vérifier la correspondance entre **V** et le texte édité par Eutocius pour ce qui est de l'ordre des propositions. Le parallélisme des deux tangentes sera également admis tacitement dans les propositions 48 et 51. Dans le texte arabe des propositions 44, 48 et 51, l'ellipse dans le raisonnement est comblée par un renvoi explicite, sous leur numéro propre, aux propositions antérieures 36 (*sic*) et 30. C'est une preuve parmi d'autres de l'incompatibilité du commentaire d'Eutocius avec la version arabe. M. D-F.

[85] Les trois sections (hyperbole, ellipse et cercle) sont représentées dans **V** par des figures, qui illustrent des positions différentes du point B. Au total huit figures (3 hyperboles, dont deux ont leur convexité tournée vers la gauche, 3 ellipses et 2 cercles) accompagnent la proposition ; elles témoignent par leur nombre de l'intérêt que celle-ci a suscitée. Eutocius consacre son commentaire à la description des cas, mais ne donne pas d'indication susceptible de révéler quelles figures il avait éditées. L'ordre dans lequel sont citées les lettres désignatrices de la tangente ΓΜΛ (p. 159, 9) montre que le raisonnement ne s'appuie pas sur les figures de l'ellipse et du cercle. Quant à la prolongation de la droite ΓΘ demandée dans l'*ecthèse*, elle ne correspond qu'à une seule des trois hyperboles transmises par **V**, à savoir celle dont la convexité est tournée vers la gauche et qui présente le point Β au-delà du point Γ (fig. 45.1). En revanche, l'ordre des lettres suivi pour désigner la courbe (ΑΒΓ) correspond aux deux autres hyperboles qui ont Β entre Α et Γ. C'est pourquoi j'ai reproduit également la figure 45.2. D'autre part, le commentaire d'Eutocius de la proposition 43 a montré que son édition représentait la figure de l'ellipse dans ce type de propositions (voir *supra*, note 82). Pour l'illustration du cas de l'ellipse, il m'a semblé que le plus simple était de respecter le cas de figure représenté par Eutocius dans la proposition 43 (avec B entre Α et Γ), et cela, d'autant plus qu'Eutocius, dans son commentaire, se contente de renvoyer pour l'ellipse et le cercle à son commentaire de cette proposition. Ce cas de figure n'est pas représenté dans la proposition 45 par les figures de l'ellipse, mais par l'une des deux figures du cercle. M. D-F.

[86] Dans son commentaire, Eutocius fournit pour l'ellipse une démonstration relative au cas où Ν est pris au-delà de Ε (éd. Heiberg, p. 270, 2-13). – Trois figures accompagnent la proposition dans **V**, une hyperbole et deux cercles, avec Ν entre Ε et Β. Le second cercle n'est que la figure inversée du premier. M. D-F.

[87] **V** a κατήχθωσαν (« que soient abaissées »), mais le verbe ne convient pas à la direction de la parallèle ΒΛ, droite ordonnée élevée de l'extrémité Β du diamètre ΑΒ ; d'où ma correction. M. D-F.

[88] L'expression est d'une concision remarquable, puisque le verbe ἐκβάλλω qui, dans le cas d'une droite, signifie « prolonger », rassemble ici les sens de « mener » et de « prolonger ». La phrase gagne en légèreté, puisqu'elle ne comporte plus que deux verbes, ἐκβάλλω et τέμνω. Même emploi de ἐκβάλλω, sans raison stylistique apparente, dans les protases de I 50 et 51. M. F.

[89] On attend après ἐκβεβλήσθω que soit nommé le point Ε, repris plus loin dans la *construction*, sous une forme définie (διὰ τοῦ Ε, p. 166, 11) ; voir M. Federspiel, *REG*, 113, p. 390. Comme le même phénomène se reproduit dans la proposition 51 (p. 176, 24), pour le point Z, j'ai laissé le texte en l'état, puisqu'il n'est pas sûr que l'absence de la séquence attendue relève d'une omission de copiste. M. D-F.

[90] L'égalité des triangles opposés par le sommet ΕΓΒ et ΕΖΔ, qui est démontrée ici à partir de la relation de la proposition I.35, est une variante équivalente de l'égalité démontrée au cours de la proposition 42 (triangle ΑΘΓ et parallélogramme ΒΓ) ; elle fera l'objet d'une proposition à part entière, formulée pour toute section de cône, au tout début du Livre III. Le cas de la parabole y est démontré une seconde fois. Cette anomalie s'ajoute à celles que j'ai signalées plus haut (note 80). M. D-F.

[91] Cette relation, qui est déduite directement dans le texte d'Apollonios, fait l'objet d'un *lemme* chez Pappus VII 244 (= Heiberg, *lemme* 10b) et chez Eutocius (éd. Heiberg, p. 270, 19-272, 16). Chacune des deux démonstrations fait appel à un procédé différent. Il en est de même pour la relation correspondante dans la proposition 50 (voir *infra*, note 93). M. D-F.

[92] Sur cette égalité admise sans preuve, voir, plus haut, ma note relative à la proposition 43, où ces triangles sont construits pour la première fois (note 80). M. D-F.

[93] Comme dans la proposition précédente (voir *supra*, note 91), la relation est déduite directement, sans démonstration. Elle fait l'objet d'un *lemme* chez Pappus VII 243 (= Heiberg, *lemme* 10a) et chez Eutocius (éd. Heiberg, p. 272, 17-26), selon des procédés de démonstration qui diffèrent. Le témoignage de Pappus et d'Eutocius confirme l'ellipse dans le texte grec. M. D-F.

[94] Il ne faut pas se méprendre sur le sens de ce démonstratif ; il ne signifie pas que les figures considérées sont congruentes ou simplement de même aire, mais qu'il s'agit du même « genre » de figure, celle dont il est question par exemple à la fin de la

protase de la proposition 50. Ce démonstratif a gêné, à juste titre, des traducteurs comme Balsam ou Czwalina, qui traduisent comme s'il y avait *εἴδει τινί « eine *gewisse* Figur » et pas τῷ αὐτῷ εἴδει. En revanche, dans l'expression « la même droite », le démonstratif exprime une identité vraie, et qualifie le côté droit, auquel sont appliqués chaque fois des rectangles d'aire variable. Balsam ne traduit pas cet αὐτός déterminant le paramètre ; Czwalina traduit par « einer *gewissen* Hilfsstrecke », comme s'il y avait *παρά τινα εὐθεῖαν ; Tagliaferro se trompe et comprend que la droite dont il est question ici est le diamètre. Il est certain que ces deux emplois différents de αὐτός dans le texte provoquent une certaine imprécision, qui se reflète dans les embarras des traducteurs, mais toute correction serait forcément arbitraire. – Dans les deux cas l'article est obligatoire en prose grecque, mais le français a ici le choix entre les deux articles, faute d'un contexte rendant l'un des deux obligatoire. M. F.

[95] La tradition manuscrite présente la forme συμπαραβαλλομένων « appliqués en même temps », qui est un *hapax* dans les textes mathématiques ; cette forme embarrasse tous les traducteurs, dont certains, comme Czwalina ou Ver Eecke, ne la traduisent pas ; Taliaferro écrit « are used », sens en substance identique à celui retenu par Heiberg (*adhibitis*) ; dans son *Dictionnaire*, Mugler suggère « présenter en même temps », et commente en ces termes : « sous-entendre, avec la donnée de la figure, la donnée de telle ou telle partie de la figure », mais traduit le groupe συμπαραβαλλομένων τῶν ἀρχικῶν διαμέτρων tout simplement par « les diamètres primitivement donnés ». Le verbe παραβάλλειν faisant normalement partie du vocabulaire de l'application des aires, l'emploi de son composé συμπαραβάλλειν est étrange ici, sans compter que le sujet d'un tel verbe ne peut pas être une droite, mais un parallélogramme ou un rectangle. Il n'est donc pas étonnant que Halley ait proposé de lire συμπαραλαμβανομένων, parallèle à la forme παραλαμβανομένων de la ligne suivante. Si, par prudence, on garde le texte transmis, il faut donner au verbe un sens peu technique, comme l'a fait Mugler dans sa paraphrase. M. F.

[96] Voici le texte transmis par **V** : ἐπεὶ οὖν ὁ ΜΝΞ κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ὀρθὸς δέ ἐστι πρὸς τὸ ΜΖΝ τρίγωνον, ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν τομὴ ἡ ΞΛ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ΜΖΝ τρίγωνον « puisque le cercle ΜΝΞ est perpendiculaire au plan considéré, et qu'il est aussi perpendiculaire au triangle ΜΖΝ, alors l'intersection ΞΛ de ces plans est perpendiculaire au triangle ΜΖΝ ». Le texte est fautif, puisque le plan du cercle ΜΝΞ n'est pas perpendiculaire « au plan considéré », c'est-à-dire celui qui contient la droite ΑΒ. Heiberg, qui a gardé le texte de **V**, avertit son lecteur de l'erreur par une note (*Coniques*, I, p. 161-163). J'ai adopté le texte du *Canonicianus*, qui rétablit le syllogisme sous la forme attendue, conformément aux deux passages parallèles des propositions 54 (p. 188, 24-26) et 56 (p. 198, 1-4). M. D-F.

[97] Littéralement : « le point apposé à l'angle ». L'expression grecque est l'indice du sens ancien du mot σημεῖον qui, avant de désigner le point euclidien, c'est-à-dire avant nos plus anciens textes mathématiques, désignait la « marque » placée à un endroit particulièrement significatif d'un objet géométrique et servait à repérer cet objet. A côté de cette marque, de ce repère, on avait pris l'habitude de mettre une lettre, qui

permettait de nommer le repère et, par synecdoque, l'objet lui-même. *Cf.* mes articles sur le sens de *sèmeion*. M. F.

[98] Les *lemmes* de Pappus VII 245-246 (= Heiberg, *lemme* 11) trouvent dans l'égalité $\mathrm{AN} \times \mathrm{NB} : \mathrm{NZ}^2 = \mathrm{ZO}^2 : \mathrm{HO} \times \mathrm{O\Theta}$ un point d'application ; Pappus développe deux démonstrations, dont la seconde suit la même procédure que dans le texte des *Coniques* ; voir mon étude *Recherches sur les* Coniques…, p. 252-253. Si, comme le suppose Heiberg (*Prolegomena*, p. LIX), la proposition de Pappus avait pour mission de suppléer une étape omise par Apollonios, il lisait un texte où, contrairement à celui qui nous est transmis en grec et en arabe, cette égalité était posée directement ; la même supposition doit être faite pour le passage correspondant de la proposition 56, qui démontre l'égalité de $\mathrm{BE} \times \mathrm{EA} : \mathrm{EZ}^2 = \mathrm{Z\Lambda}^2 : \mathrm{H\Lambda} \times \mathrm{\Lambda\Theta}$. Sinon, il faut supposer que Pappus poursuivait un autre objectif en rédigeant son *lemme*. M. D-F.

[99] Cette construction est l'objet d'un *lemme* dans le commentaire d'Eutocius (éd. Heiberg, p. 278, 6-280, 11), tout comme la construction demandée dans le passage correspondant de la proposition 58 (éd. Heiberg, p. 280, 13-282, 25). Les deux passages d'Apollonios sont reproduits *in extenso* comme lemmes par Eutocius, ce qui permet de vérifier le texte transmis par **V**. M. D-F.

[100] L'addition absurde de ἴση ἡ Δ qu'on trouve dans **V** après ἐκβεβλήσθω n'est pas le résultat d'une mélecture et n'a donc pas à être corrigée, comme a cru devoir le faire Heiberg dans son édition des *Coniques* (et de surcroît de manière fautive). Il faut retrouver là un type d'erreur fréquente dans la copie des manuscrits : un copiste a sauté par inadvertance une ligne de son modèle pour commencer à écrire la séquence, trouvée plus loin, ἴση ἡ ΔΚ (p. 192, 5-6), avant de se rendre compte de son erreur et d'oublier d'exponctuer. Cela suppose que le copiste avait un modèle qui consacrait une ligne entière à la séquence καὶ τῶν ΖΔΘ—κείσθω τῇ ΛΔ, soit 41 lettres. M. D-F.

[101] On remarquera une légère impropriété, résultat d'une écriture cursive du passage. Il s'agit de décrire un « segment de cercle » ; la définition euclidienne d'un segment de cercle (*Élém.*, III, *déf.* 6), est d'une figure plane. Impossible donc de lui trouver un point qui le coupe « en deux parties égales ». Il y a ici une confusion entre l'arc et le segment, reposant elle-même sur la confusion classique, qu'on trouve aussi à quatre reprises dans les propositions *Con.*, III, 46, 48, 49, 50, entre le cercle et sa circonférence. M. F.

[102] **V** transmet ici un texte fautif, qui résulte de la confusion courante des deux lettres majuscules triangulaires Λ/Α : πρὸς ὀρθὰς δὲ ἔστω ἡ ΑΓ τῇ ΓΑ (« que ΑΓ soit perpendiculaire à ΓΑ. »). L'auteur de la recension Ψ, qui corrige au fur et à mesure de sa lecture, est intervenu, comme c'est naturel, quand la faute lui est apparue ; il n'a donc pas corrigé ΑΓ, mais ΓΑ, en restituant ΓΛ. J'ai suivi Halley et Heiberg ici et n'ai pas adopté son texte, puisque dans la situation mathématique du passage, il est logique de considérer qu'on a mené perpendiculairement au diamètre (ΓΑ) son côté droit associé (ΛΓ), comme dans le passage correspondant de la deuxième partie de la démonstration (ΔΠ perpendiculaire à ΔΕ). M. D-F.

LEXIQUE DES TERMES TECHNIQUES

Le lexique, tel qu'il est conçu, permet de repérer les concepts et leur expression linguistique dans le Livre I. N'y figurent que les emplois mathématiques des termes retenus. Les mots relatifs à la technique de la démonstration et à celle de l'édition sont également répertoriés. Quand le mot se répète un grand nombre de fois avec le même sens, seules les dix premières occurrences sont citées (les termes qui se répètent sur une même ligne, avec le même sens, n'ont été comptés qu'une fois).

Dans le cas des expressions abrégées, c'est la forme longue à laquelle renvoient implicitement toutes les formes brèves utilisées dans le texte qui est notée et traduite. Les éléments de la forme longue excisés dans les formes brèves sont placés entre crochets droits, si leur mention est attestée dans certaines occurrences du Livre I. Dans le cas contraire, ils figurent entre parenthèses comme sous-entendus. M. D-F.

ἄγειν *mener*

- une droite 6, 11, 16, 21, 22 ; 8, 3, 6, 19 ; 22, 12, 14 ; 24, 10 ;…
- un plan 58, 7
- τεταγμένως ἄγειν *mener* <au diamètre une droite> *de manière ordonnée* 80, 2 ; 102, 17 ; 116, 17 ; 122, 2 ; 132, 7 ; 164, 7 ; 176, 24 ; 178, 11
- τεταγμένως ἄγειν *mener* <du diamètre une droite> *de manière ordonnée* 62, 16 ; 64, 2 ; 100, 16 ; 164, 7

(ἡ) ἀγωγή *traitement* <d'une question>

- (ἡ) ἀγωγὴ στοιχειώδης *exposition des éléments* 2, 20

ἀδύνατος *impossible* 14, 5 ; 106, 13 ; 116, 3 ; 120, 15 ; 122, 12 ; 126, 10

ἀεί *toujours*

- *dans tous les cas* 28, 30

ἄκρος *extrême*

- ἄκρα ἡ διάμετρος *l'extrémité du diamètre* 114, 4

ἀλλά

- *mais* (introduit la seconde prémisse) 24, 6 ; 40, 22 ; 46, 12 ; 50, 12 ; 52, 1 ; 62, 7 ; 66, 2 ; 68, 2 ; 70, 8, 12 ;…
- *d'autre part* (dans la période causale introduite par ἐπεί) 28, 10 ; 56, 3 ; 102, 4 ; 104, 2 ; 106, 5 ; 114, 12 ; 118, 1 ; 137, 9 ; 140,13 ; 144, 3 ;…
- ἀλλὰ δή : voir δή

ἀνάγειν *élever* <une droite> (selon une direction donnée)

- τεταγμένως ἀνάγειν *élever* <du diamètre une droite> *de manière ordonnée* 92, 3 ; 122, 7, 11 ; 124, 2 ; 126, 2, 8 ; 152, 6 ; 168, 12 ; 172, 9 ; 178, 3

- ἀνάγειν παρὰ τεταγμένως κατηγμένην *élever* <du diamètre une droite> *parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée* 168, 4, 6 ; 170, 20, 23, 24 ; 176, 11, 13, 15

ἀναγράφειν (avec ἀπό + gén.) *construire* <une figure> (figure rectiligne)
- sur un segment de droite : 142, 3, 15 ; 146, 10

ἀνάλογον *proportionnellement* 68, 4
- ἀνάλογον εἶναι *être proportionnel* 184, 1
- (ἡ) μέση ἀνάλογον (*s.e.* εὐθεῖα) *moyenne proportionnelle* <entre> 112, 15 ; 180, 22 ; 192, 5 ; 200, 20
- (ἡ) τρίτη ἀνάλογον (*s.e.* εὐθεῖα) *troisième proportionnelle* 62, 20

ἀνάπαλιν *par inversion* 104, 12 ; 134, 1

ἀναστρέφειν *intervertir* <un rapport>
- ἀναστρέψαντι *par interversion* 104, 12 ; 128, 10 ; 130, 4 ; 134, 27

ἄνισος *inégal* 122, 10, 14
- εἰς… ἄνισα τέμνειν : voir τέμνειν

ἀνιστάναι *élever* <un plan> (plan perpendiculaire à un plan) 188, 1 ; 196, 2

ἀντικείμενος *opposé*
- (αἱ) ἀντικείμεναι (*s.e.* τομαί) *sections opposées* 2, 21 ; 56, 28 ; 68, 14, 15, 17 ; 72, 1 ; 96, 19 ; 100, 10 ; 102, 11, 14 ;…

ἀντιστροφῶς *dans l'ordre inverse* 136, 4

(ὁ) ἄξων *axe*
- de la surface conique : 6, 10 ; 16, 15 ; 18, 5, 8 ; 20, 16 ; 58, 10, 12
- du cône : 6, 15, 18, 19 ; 20, 22 ; 22, 2 ; 24, 13, 21 ; 28, 19 ; 30, 2, 12 ;…
- de la conique : 4, 1, 4 ; 8, 13, 16 ; 180, 20
- τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον : voir ἐπίπεδον
- ὁ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνος : voir τρίγωνος

ἀπάγειν (variante de ἄγειν) 178, 17

ἄπειρος *infini*
- εἰς ἄπειρον *indéfiniment* 6, 8 ; 34, 20, 32 ; 38, 1, 3

ἀπό (+ gén.) *depuis*
- droite menée d'un point, d'une ligne : 6, 2, 15, 21 ; 8, 19 ; 10, 6, 8 ; 16, 6 ; 20, 13 ; 22, 11 ; 24, 9 ;…

- segments découpés sur une droite : 34, 20 ; 38, 5, 10 ; 42, 17 ; 48, 14 ; 52, 25 ; 78, 11 ; 114, 3 ; 122, 3
- figure construite sur un segment de droite (dans l'expression d'un carré construit sur une droite, voir τετράγωνος) : 142, 2, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 18, 20 ; 146, 9 (*tert.*) ;…
- plan élevé sur une droite : 188, 1 ; 196, 2
- dans l'expression du retranchement : 146, 16

ἀποδεικνύναι *démontrer* 38, 8

ἀποκαθιστάναι *faire revenir* <à sa place initiale> 6, 5

ἀπολαμβάνειν *découper*
- un segment de droite : 8, 7 ; 34, 22 ; 38, 4, 10 ; 42, 17 ; 48, 13 ; 52, 23, 25 ; 62, 20 ; 80, 4 ;…
- une portion de surface : 16, 16 ; 20, 18

ἀποτέμνειν *découper*
- un segment de droite : 78, 11 ; 116, 9
- un triangle : 150, 19, 21, 22, 24 ; 154, 13, 15 ; 158, 1, 5

ἅπτεσθαι *rencontrer*
- rencontre de droites : 32, 15 ; 182, 20 ; 188, 27

ἄρα (conclusion d'un raisonnement)
- *donc* 10, 6, 7 ; 12, 9, 17 ; 14, 6, 8 ; 16, 9, 10 ; 18, 8 ; 20, 8 ;…
- *alors* (emploi facultatif dans la période causale introduite par ἐπεί) 12, 13 ; 16, 7 ; 20, 2 ; 28, 2, 12 ; 30, 15 ; 32, 3, 14 ; 36, 4, 11 ;…

ἀρχικός *fondamental* 2, 21
- diamètre premier : 180, 6

ἀσύμπτωτος *asymptote*
- (ἡ) ἀσύμπτωτος (*s.e.* εὐθεῖα) *asymptote* 4, 2

ἄτοπος *absurde* 10, 5 ; 72, 16 ; 92, 12 ; 110, 12 ; 112, 18 ; 124, 5 ; 126, 4

αὔξεσθαι *s'accroître* 6, 8 ; 34, 20, 33 ; 36, 12, 14 ; 38, 3

αὐτός *même*
- διὰ τὰ αὐτά *pour les mêmes raisons* 20, 8 ; 28, 5 ; 82, 4
- τὰ αὐτὰ (ou τὸ αὐτὸ) συμβήσεται : voir συμβαίνειν
- τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων : voir ὑποκεῖσθαι
- τῶν αὐτῶν κατασκευασθέντων : voir κατασκευάζειν
- ἐπὶ τὰ αὐτά : voir μέρος

ἀφαιρεῖν *retrancher* 146, 15, 16
- *retrancher* <une partie commune> 130, 8 ; 144, 13 ; 162, 11 ; 164, 11 ; 170, 6 ; 174, 7 ; 194, 13 ; 202, 19
- *découper* <une portion de surface> 20, 24 ; 22, 4

(ἡ) ἁφή *point de contact* 122, 2 ; 124, 10 ; 126, 14 ; 130, 15 ; 136, 6 ; 138, 14 ; 148, 2, 5, 7 ; 150, 13 ;…

(ἡ) βάσις *base*
- du cône : 6, 16, 18, 19 ; 16, 1, 3 ; 20, 23 ; 22, 1, 16 ; 24, 20 ; 28, 20 ;…
- du triangle : 24, 17 ; 28, 14, 21, 24 ; 34, 16 ; 42, 12 ; 44, 2 ; 48, 3, 12 (*pr.*), 22 ;…

γάρ
- *en effet* 12, 12 ; 14, 6 ; 40, 18, 23 ; 60, 7 ; 72, 16 ; 86, 5 ; 92, 13 ; 94, 14 ; 116, 3 ;…
- au début du développement qui suit le *diorisme* : 16, 6 ; 18, 7 ; 20, 10 ; 28, 9 ; 30, 11 ; 36, 1 ; 38, 6 ; 42, 3 ; 46, 1 ; 50, 1 ;…
- εἰ γὰρ δυνατόν : voir δυνατός
- εἰ γὰρ μή : voir εἰ

(ἡ) γένεσις *mode de génération* 2, 20 ; 178, 17

γενικός *général* 4, 2

γίγνεσθαι *être produit* ; *être engendré* 28, 23 ; 34, 17 ; 114, 4 ; 116, 13 ; 148, 6 ; 150, 18 ; 154, 13 ; 158, 1 ; 182, 30 ; 198, 11 ;…
- établissement d'une proportion : 172, 10 ; 176, 12 ; 188, 9

(ἡ) γραμμή *ligne* (ligne droite ou ligne courbe) 4, 8 ; 6, 20, 21, 22, 23, 24 ; 8, 1, 3, 4, 5 ;…

γράφειν
- décrire une surface conique : 6, 6, 8 ; 10, 1 ; 12, 2 ; 16, 13 ; 18, 2 ; 58, 6
- décrire une ligne autre que la droite : 184, 15 ; 188, 3 ; 190, 25 ; 192, 1, 9 ; 194, 29 ; 196, 3, 22 ; 198, 25 ; 200, 7 ;…
- produire un écrit : 2, 23 ; 4, 14

(ἡ) γωνία *angle* 48, 10, 16 ; 180, 12, 16, 19 ; 182, 32 ; 184, 6, 14 ; 186, 8, 12 ;…
- ἡ ὑπὸ [τῶν] ΑΒΓ (*s.e.* εὐθειῶν περιεχομένη) [γωνία] *l'angle ΑΒΓ (l'angle compris par les droites ΑΒ,ΒΓ)* 22, 7 ; 24, 1, 2, 3 ; 40, 22, 23, 24 ; 170, 8 ; 184, 7, 21 ;…
- sommet de l'angle : 44, 1 ; 52, 24 ; 186, 11 ; 194, 21
- ἡ πρὸς τῷ Α [σημείῳ] (*s.e.* γωνία) *l'angle en Α* (*l'angle au point Α*) 24, 3 ; 186, 2 ; 202, 2
- (αἱ) κατὰ κορυφὴν (*s.e.* *ἀντικείμεναι* γωνίαι) *angles opposés par le sommet* 24, 4

- ἡ ἐκτὸς γωνία : voir ἐκτὸς
- ἐν γωνίᾳ κατάγειν : voir κατάγειν

δέ
- *or* (particule introduisant la seconde prémisse) 16, 8 (*alt.*) ; 22, 14 ; 24, 2, 3 ; 28, 2, 16 ; 32, 4 ; 34, 1, 3 ; 40, 12 ;…
- *d'autre part* (dans la période causale introduite par ἐπεί) 20, 1 ; 36, 11 ; 40, 7 ; 46, 8 ; 50, 8 ; 54, 18 ; 56, 2 ; 60, 14, 16 ; 64, 19 ;…

δεικνύναι *démontrer* 12, 16 ; 20, 13 ; 24, 7, 9 ; 32, 18 ; 38, 1 ; 52, 5 ; 56, 15 ; 76, 6 ; 98, 2 ;…
- ὅπερ ἔδει δεῖξαι *ce qu'il fallait démontrer* 134, 31
- διὰ τὰ δεδειγμένα *en vertu de ce qui a été démontré* 154, 2 ; 160, 13 ; 162, 7 ; 164, 8 ; 186, 6

δεῖν *falloir* 204, 14
- δεῖ *il faut* (*diorisme* dans les *problèmes*) 180, 17 ; 186, 19 ; 190, 25 ; 194, 29 ; 204, 9 ; 206, 9
- δέον ἔστω *qu'il faille* (*diorisme* dans les *problèmes*) 198, 25
- ὅπερ ἔδει δεῖξαι : voir δεικνύναι
- ὅπερ ἔδει ποιῆσαι : voir ποιεῖν

δεύτερος *deuxième*
- second diamètre : voir διάμετρος

δή
- emploi figé après un impératif et certains mots (δεῖ, ὁμοίως etc…) : 10, 3 ; 12, 10, 16 ; 14, 1 ; 20, 8, 13 ; 22, 3, 14 ; 24, 9, 24 ;…
- introduction du traitement des cas (δή ou ἀλλὰ δή) : 32, 8, 17, 20 ; 84, 7 ; 92, 16 ; 94, 8, 12 ; 110, 15 ; 190, 22 ; 196, 1 ;…
- *alors* (sens conclusif après un verbe au futur, précédé d'une proposition comportant un verbe à l'impératif) 12, 7, 11 ; 14, 4 ; 18, 10 ; 20, 4 ; 22, 12 ; 26, 5 ; 40, 10 ; 58, 9, 13 ;…
- dans la formule du *porisme* : voir φανερός
- second *diorisme* : voir λέγω

δηλονότι *évidemment* 182, 13

δῆλος *évident* 60, 2

διά (+ acc.) *à cause de* 96, 14 ; 106, 6, 8, 15 ; 112, 17 ; 120, 6 ; 134, 29 ; 140, 15 ; 150, 1 ; 184, 16 ;…
- διὰ τὰ αὐτά : voir αὐτός
- διὰ τὰ δεδειγμένα (ou προδεδειγμένα) : voir δεικνύναι ou προδεικνύναι

διά (+ gén.) *à travers* 22, 11 ; 32, 2 ; 40, 6, 7
- droite ou ligne qui passe par un point : 6, 10 ; 10, 4 ; 22, 14 ; 24, 24 ; 28, 13 ; 30, 8 ; 32, 1, 4 ; 36, 6 ; 38, 6 ;…
- plan qui passe par une droite : 18, 9; 22, 15 ; 28, 10 ; 34, 2, 5, 6 ; 36, 8 ; 40, 4, 13, 14 ;…
- plan qui coupe un cône (ou une surface conique) en passant par son sommet : 14, 10 ; 16, 2, 10 ; 28, 11 ; 56, 22 ; 58, 2
- plan qui coupe un cône en passant par son axe : 20, 22 ; 22, 2 ; 24, 13, 21 ; 28, 19 ; 34, 14, 25 ; 42, 10 ; 44, 6 ; 48, 1 ;…
- τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον : voir ἐπίπεδον
- ὁ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνος : voir τρίγωνος

διάγειν *mener*
- joindre deux points par une droite 28, 15

(ἡ) διάμετρος *diamètre*
- du cercle 20, 21 ; 22, 17 ; 24, 12 ; 28, 17 ; 40, 11 ; 46, 5 ; 50, 5 ; 54, 22 ; 182, 10, 15 ;…
- de la conique 4, 1, 4 ; 6, 20, 24 ; 8, 2, 5, 8, 10, 11, 14 ;…
- assimilé au *côté transverse* : 68, 17 ; 70, 28 ; 100, 12 ; 102, 14 ; 104, 22 ; 110, 16 ; 116, 15 ; 124, 19 ; 126, 22 ; 132, 2 ;…
- second diamètre de la conique : 72, 5 ; 130, 15, 20 ; 132, 2 ; 134, 19, 21 ; 138, 14, 15 ; 140, 2 ; 156, 14 ;…
- dans l'expression du paramètre : voir δύνασθαι
- (ἡ) ἐκ τῆς γενέσεως διάμετρος *diamètre originel* 178, 17
- ἡ διάμετρος πλαγία : voir πλάγιος

διαιρεῖν *diviser*
- δίχα διαιρεῖν : voir δίχα
- διελόντι *par séparation* 68, 8 ; 106, 11 ; 134, 30

διαφέρειν *différer* 152, 7 ; 154, 3 ; 160, 6, 7, 14

διδόναι *donner* 34, 21 ; 38, 4, 6, 10 ; 180, 8, 10, 12, 14, 15, 16 ;…

διόπερ *c'est pourquoi* 74, 3

διορθοῦν *corriger* <un texte> 2, 6, 18

(ἡ) διόρθωσις *correction* <d'un texte> 2, 15

διορίζειν
- *déterminer* (résolution d'un problème) 4, 19
- division d'une figure en deux parties égales : 80, 14

(ὁ) διορισμός *diorisme* 4, 3, 6

διοριστικός *relatif aux diorismes* 4, 18

διπλάσιος *double* 134, 28, 29 ; 148, 17 ; 154, 4 ; 160, 4 ; 168, 6, 14 ; 170, 8, 10, 12 ;…

διπλοῦς *double* 182, 3 ; 186, 4
- τὰ διπλᾶ τῶν ἡγουμένων : voir ἡγεῖσθαι

δίς *deux fois*
- τὸ δὶς ὑπὸ ΑΒΓ *le double du rectangle ΑΒ,ΒΓ* 170, 14, 15, 16

δίχα *en deux parties égales*
- δίχα διαιρεῖν *partager en deux parties égales* 6, 22 ; 8, 12
- δίχα τέμνειν *couper en deux parties égales* 8, 4, 7 ; 24, 18 ; 26, 3 ; 28, 27 ; 30, 10, 17 ; 32, 6 ; 34, 11, 13 ;…

(ἡ) διχοτομία *milieu*
- d'un segment de droite : 62, 15 ; 68, 13 ; 70, 27 ; 72, 1 ; 86, 6 ; 116, 5
- d'un segment de cercle : 196, 4

δύνασθαι
- [ἴσον] δύνασθαι *avoir son carré équivalent à* (carré construit sur un segment de droite) 24, 10 ; 42, 16 ; 48, 7, 33 ; 52, 7, 19 ; 54, 13 ; 56, 17 ; 62, 19 ; 64, 9 ;…
- ἡ (*s.e.* εὐθεῖα) παρ' ἣν (*s.e.* παράκειται τὸ χώριον ὃ) δύνανται [αἱ ἐπὶ τὴν διάμετρον καταγόμεναι τεταγμένως] (*s.e.* εὐθεῖαι) *la droite à laquelle s'applique l'aire équivalente au carré sur les droites abaissées sur le diamètre de manière ordonnée* (paramètre) 46, 25 ; 48, 17 ; 52, 10, 27 ; 56, 20, 25 ; 60, 22 ; 62, 2, 22 ; 64, 12 ;…

δυνατός *possible* 4, 10 ; 34, 12 ; 182, 4
- εἰ γὰρ δυνατόν *si c'est possible* (dans le développement qui fait suite au *diorisme*) 10, 1 ; 14, 3 ; 34, 1 ; 40, 1 ; 72, 11 ; 92, 10 ; 106, 1 ; 108, 10 ; 112, 4 ; 114, 9 ;…

δύο *deux* 6, 7 ; 8, 1, 2, 6, 10, 11, 13, 16 ; 10, 4, 12 ;…
- δύο αἱ ΑΒ *le double de la droite ΑΒ* 182, 3

ἐάν (+ subjonctif) *si* 6, 2 ; 10, 3, 8, 12 ; 14, 10 ; 16, 10, 12 ; 20, 22 ; 24, 13 ; 28, 19 ;…

ἐγγύς *au voisinage*
- ἔγγιον *plus près* 86, 5

εἰ (+ indicatif) *si* (présentation des différents cas) 32, 17 ; 76, 2 ; 78, 4, 5 ; 94, 10, 14 ; 188, 8
- εἰ δὲ (ou γὰρ après le *diorisme*) μὴ [ἔστιν] *si ce n'est pas le cas* 126, 1 ; 188, 9
- εἰ γὰρ δυνατόν : voir δυνατόν

(τὸ) εἶδος *figure* 48, 15, 34 ; 52, 26 ; 54, 14 ; 56, 18 ; 62, 21 ; 64, 10 ; 66, 24 ; 142, 3, 9 ;…

- τὸ εἶδος [τῆς τομῆς] *la figure de la section* (rectangle caractéristique ayant pour base le segment découpé par l'ordonnée sur le diamètre du côté du sommet et pour hauteur le *côté droit*) : 56, 26 ; 60, 23 ; 62, 3 ; 72, 4 ; 80, 5 ; 92, 16 ; 104, 17, 19 ; 116, 10 ; 124, 9 ;…

εἰς (+ acc.) *dans* ; *vers*

- revenir à l'origine de son mouvement : 6, 5
- tomber dans un espace : 108, 2, 8 ; 110, 13 ; 112, 2, 19 ; 122, 5, 15 ; 124, 6, 17 ; 126, 11
- droite menée à une ligne : 192, 2
- εἰς ἄπειρον : voir ἄπειρος
- εἰς μὲν ἴσα (*s.e.* μέρη) … εἰς δὲ ἄνισα (*s.e.* μέρη) τέμνειν : voir τέμνειν

ἐκ (+ gén.) *de*

- composantes d'une figure : 6, 7
- dans l'expression de la composition des rapports : voir συγκεῖσθαι
- dans l'expression du demi-diamètre : voir κέντρον
- dans l'expression de la construction d'une figure : voir συνιστάναι
- ἐκ τούτου φανερόν : voir φανερός

ἑκάτερος *chacun des deux* 6, 8 ; 8, 3, 11 ; 34, 2 ; 38, 12 ; 52, 13 ; 54, 4 ; 56, 23 ; 58, 4, 16 ;…

- ἐφ' ἑκάτερα : voir μέρος

ἐκβάλλειν

- *prolonger* <une droite, un plan, une surface > 12, 7, 11 ; 14, 1, 4, 6 ; 20, 4 ; 26, 1, 5 ; 28, 2, 6 ;…
- *mener* <un plan> 18, 9 ; 28, 11 ; 40, 4 ; 50, 4 ; 54, 21 ; 58, 13
- mener et prolonger une droite : 166, 3, 5 ; 170, 20 ; 176, 10

ἐκδιδόναι *rendre public* <un texte> 2, 16 ; 4, 20

ἐκτός *à l'extérieur* (adv.) ; *à l'extérieur de* (prép. + gén.) 10, 10, 15 ; 12, 6 ; 14, 2, 3, 6, 9 ; 40, 29 ; 42, 8 ; 72, 7 ;…

- ἡ ἐκτὸς γωνία *l'angle extérieur* 48, 9, 16
- *au-delà d'*<un point> 34, 18, 30 ; 36, 4 ; 48, 5, 25 ; 60, 18 ; 76, 3 ; 78, 5

ἐλάττων *plus petit* 104, 18, 23 ; 116, 5 ; 120, 15 ; 150, 20 ; 154, 14, 23 ; 156, 11 ; 174, 7 ;…

ἐλάχιστος *le plus petit*

- (τὰ) ἐλάχιστα *minima* 4, 17

ἐλλείπειν *être déficient* 52, 26 ; 54, 14 ; 56, 18 ; 62, 21 ; 64, 10 ; 66, 23 ; 172, 5 ; 180, 4 ; 194, 25, 33

(ἡ) ἔλλειψις *ellipse* 52, 28 ; 56, 19 ; 62, 15 ; 64, 1 ; 70, 27 ; 80, 1, 8 ; 84, 14, 17 ; 88, 7 ;…

ἐν (+ dat.) *dans* <un plan, une surface, une figure> 6, 2, 20, 22 ; 8, 1, 3, 20, 24 ; 10, 6, 7 ; 12, 12 ;…
- droite abaissée sous un angle donné : voir κατάγειν

ἐναλλάξ *par permutation* 70, 19 ; 82, 7 ; 96, 13 ; 104, 5, 9, 13 ; 106, 10 ; 116, 1 ; 120, 10 ; 128, 13 ;…

ἐναπολαμβάνειν (variante de ἀπολαμβάνειν)
- portion de plan découpée par la surface conique : 16, 14

ἐντός *à l'intérieur* (adv.) ; *à l'intérieur de* (prép. + gén.) 10, 8, 9, 14 ; 12, 5, 9, 13, 14, 17 ; 14, 5, 8 ;…

ἐπεί *puisque* 16, 6 ; 28, 9 ; 30, 11 ; 36, 3 ; 42, 3 ; 46, 5 ; 62, 5 ; 88, 16 ; 96, 4 ; 128, 3 ;…
- καὶ ἐπεί *et puisque* 20, 1, 6 ; 24, 1 ; 36, 10 ; 40, 16 ; 46, 7 ; 50, 7 ; 56, 1 ; 60, 1 ; 64, 18 ;…
- ἐπεὶ οὖν *dès lors, puisque* 12, 13 ; 28, 1, 14 ; 32, 1, 12 ; 40, 6 ; 54, 18 ; 60, 12 ; 70, 7 ; 72, 12 ;…
- πάλιν ἐπεί *puisque, derechef* 134, 11 ; 182, 23

ἐπειδή *puisque* 58, 15 ; 96, 7 ; 106, 16

ἐπείπερ *puisque* 28, 16 ; 34, 11

ἕπεσθαι *venir immédiatement après* 104, 21

ἐπ' εὐθείας *en ligne droite* (locution adverbiale résultant de l'abréviation de *ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας *sur la même droite*, complétée ou non par un complément au datif)
- alignement de points : 60, 6
- prolongation d'une droite : 28, 6 ; 98, 7
- ἐπ' εὐθείας εἶναι (ou τίθεσθαι) τῇ ΑΒ *être* (ou *être placé) dans le prolongement en ligne droite de AB* 48, 8 ; 114, 4
- ἡ ἐπ' εὐθείας (*s.e.* οὖσα) τῇ ΑΒ (*s.e.* εὐθεῖα) *le prolongement en ligne droite de AB* 176, 26 ; 178, 13 ; 204, 13
- ἡ ἐπ' εὐθείας (*s.e.* οὖσα) αὐτῇ (*s.e.* εὐθεῖα) *le prolongement de la droite* 10, 14 ; 12, 5 ; 14, 8 ; 28, 22 ; 30, 5 ; 40, 28 ; 42, 2, 8 ; 52, 17

ἐπί (+ acc.) *à* ; *jusqu'à*
- droite menée à un point : 6, 15 ; 8, 20 ; 10, 6, 8, 10, 13 (*pr.*) ; 16, 6 ; 26, 8 ; 40, 27 ; 42, 1 ;…
- droite prolongée jusqu'en un point : 14, 1 ; 48, 32 ; 58, 12 ; 116, 23 ; 180, 21 ; 184, 11 ; 186, 18 ; 188, 7 ; 192, 7

- droite qui tombe sur une droite ou une ligne : 12, 8, 11 ; 14, 4, 6 ; 22, 12 ; 28, 25 ; 32, 2, 5
- orientation d'une droite vers un point : voir νεύειν
- ordonnée abaissée sur le diamètre : voir κατάγειν
- droite perpendiculaire à un plan : 22, 11
- droite perpendiculaire à une droite : 24, 10, 16, 23 ; 26, 6 ; 28, 17 ; 30, 14 ; 40, 3 ; 46, 5, 6 ; 58, 11 ;…
- dans l'expression d'un lieu géométrique : 4, 8
- dans l'expression du paramètre : voir δύνασθαι
- dans l'expression de la direction : voir μέρη

ἐπί (+ gén.) *sur*
- *dans le cas de* 104, 11 ; 128, 8 ; 130, 1 ; 142, 9, 10, 18, 19 ; 146, 6, 13 ; 150 19 ;…
- point sur une droite ou une ligne : 12, 10, 16 ; 16, 15 ; 18, 5 ; 20, 3, 15 ; 22, 10 ; 24, 14 (*alt.*), 22 ; 28, 12 ;…
- point, droite dans une surface : 8, 22 ; 16, 3 ; 24, 14 (*pr.*), 24 ; 30, 13 (*pr.*) ; 42, 5
- figure construite sur un segment de droite : 182, 6 ; 186, 9 ; 192, 1 ; 196, 3 ; 200, 16
- ἐπ' εὐθείας : voir cette expression

ἐπιζευγνύναι *joindre* <par une droite>
- joindre deux points par une droite ou mener une droite d'un point à un autre : 8, 22 ; 10, 6, 9, 10, 13 ; 12, 4, 7, 9, 11 ; 40, 28 ;…
- mener une droite d'un point à une ligne : 6, 3

ἐπίπεδος *plan*
- (τὸ) ἐπίπεδον *plan* 6, 3, 20 ; 8, 1 ; 12, 12 ; 14, 10 ; 16, 2, 7, 10, 12, 14 ;…
- τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον *le plan passant par l'axe* <de la surface conique ; du cône> 28, 31 ; 60, 1, 4, 7

(ἡ) ἐπιφάνεια *surface* 6, 6, 7 ; 8, 20, 24 ; 10, 1, 7, 9, 11 ; 16, 3, 7 ;…
- (ἡ) κωνικὴ ἐπιφάνεια *surface conique* (la surface conique ; l'une ou l'autre des deux nappes) 6, 9, 14 ; 8, 19, 21, 22 ; 10, 10 ; 12, 1, 10, 13, 14 ;…
- (αἱ) ἐπιφάνειαι κατὰ κορυφὴν [ἀλλήλαις (ἀντι)κείμεναι] *surfaces opposées par le sommet* 6, 7 ; 10, 12 ; 12, 3 ; 16, 12 ; 56, 22 ; 58, 1
- ἡ κατὰ κορυφὴν ἐπιφάνεια *la surface opposée par le sommet* 58, 7

ἐπιψαύειν (emploi dans les *énoncés*) *être tangent* 126, 14 ; 130, 15 ; 136, 6 ; 138, 14 ; 148, 1 ; 150, 13 ; 154, 6 ; 156, 14 ; 160, 16 ; 162, 15 ;…

ἔρχεσθαι (avec διά + gén.) *passer* <par un point> 96, 17 ; 200, 10

εὐθύς *droit*
- (ἡ) εὐθεῖα (*s.e.* γραμμή) *droite* 6, 3, 4, 6, 8, 11, 16, 21, 22, 23 ; 8, 2 ;…
- ἐπ' εὐθείας : voir cette expression

εὑρίσκειν *trouver* 180, 9, 17 ; 186, 8, 19 ; 194, 19 ; 204, 2

ἐφάπτεσθαι *être tangent* 74, 3 ; 96, 19, 24 ; 108, 2 ; 116, 6, 19 ; 120, 16 ; 122, 1 ; 124, 3, 9 ;…

- (ἡ) ἐφαπτομένη (*s.e.* εὐθεῖα) *tangente* 96, 21 , 122, 5, 8 ; 124, 11, 13, 17, 20 ; 126, 17, 19, 23 ;…

ἔχειν *avoir* (dans l'expression de la propriété géométrique) 6, 17, 18 ; 16, 15 ; 18, 5 ; 20, 15 ; 48, 13, 34 ; 52, 8, 24 ; 54, 14 ;…

- λόγον ἔχειν : voir λόγος

ἕως (+ gén.) *jusqu'à* 24, 18 ; 28, 26 ; 30, 9, 16 ; 32, 6 ; 48, 7, 11 ; 52, 19, 22 ; 62, 16 ;…

ἡγεῖσθαι *précéder* (désignation des numérateurs)

- τὰ διπλᾶ (*s.e.* μέρη) τῶν ἡγουμένων *par duplication des antécédents* 134, 28
- τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση (*s.e.* μέρη) *par dimidiation des antécédents* 128, 7

ἥκειν (avec διά + gén.) *passer* <par un point> 10, 4 ; 184, 16 ; 200, 8 ; 202, 6, 8

ἡμικύκλιος *en forme de demi-cercle*

- (τὸ) ἡμικύκλιον *demi-cercle* 192, 2 ; 200, 17

ἥμισυς *qui forme la moitié*

- ἡ ἡμίσεια (*s.e.* μοῖρα) *la moitié* 104, 19, 23 ; 128, 9 ; 130, 2, 3, 20 ; 174, 2 ; 184, 7
- τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση : voir ἡγεῖσθαι

ἤτοι

- *c'est-à-dire* 160, 6
- ἤτοι…ἤ *ou* 28, 21 ; 30, 4 ; 32, 8 ; 34, 17, 29 ; 36, 3 ; 52, 16 ; 94, 8

(ἡ) θέσις *position*

- θέσει <donné> *en position* 180, 15 ; 184, 13

(τὸ) θεώρημα

- *théorème* 4, 5, 18
- *proposition* 154, 3 ; 156, 12 ; 160, 5 ; 162, 8 ; 164, 8 ; 184, 5 ; 186, 6 ; 190, 21 ; 194, 17 ; 198, 23

ἵνα *de telle sorte que* 180, 20 ; 206, 10

ἰσογώνιος *équiangle* 142, 4, 15 ; 146, 3

ἴσος *égal* 4, 17 ; 20, 11, 14 ; 22, 6, 17 ; 24, 1, 2, 6, 7 ; 28, 8 ;…

- ἴσον δύνασθαι : voir δύνασθαι
- εἰς… ἴσα… τέμνειν : voir τέμνειν

κάθετος *perpendiculaire* (adjectif verbal) 24, 16 ; 28, 17 ; 30, 14 ; 46, 5 ; 50, 5 ; 54, 22

- (ἡ) κάθετος (*s.e.* εὐθεῖα) *droite perpendiculaire* 22, 12 ; 24, 10, 23 ; 26, 7 ; 40, 3 ; 58, 11 ; 184, 8, 9 ; 188, 7

καθόλου *d'une façon générale* 2, 22

καί

- *d'autre part* (particule introduisant la seconde prémisse) 20, 10 (*tert.*) ; 46, 5 (*pr.*) ; 50, 5 ; 54, 22 ; 62, 10 ; 66, 5, 16, 20 ; 68, 5 ; 70, 20 ;…
- *et* (dans la période causale introduite par ἐπεί) 28, 15 ; 32, 2, 12 ; 42, 6 ; 60, 13, 15, 18, 19, 20 ; 76, 1 (*alt.*) ;…
- *aussi* (emploi adverbial) 6, 14 ; 10, 4 ; 12, 9, 13, 14, 16 ; 16, 8 ; 20, 2, 8, 11 ;…
- dans l'expression du second *diorisme* : voir λέγω
- καὶ ἐπεί : voir ἐπεί

καλεῖν *appeler* 4, 4 ; 6, 9, 17, 21 ; 8, 2, 10, 13, 16 ; 20, 26 ; 44, 4 ;…

- καλούμενος *appelé* 56, 23 ; 58, 4 ; 108, 5 ; 180, 9 ; 186, 9 ; 194, 20

καμπύλος *courbe* 6, 20, 21 ; 8, 1, 10, 11, 13, 16

κατά (+ acc.) : *en* (sens local)

- dans l'expression du contact ou de l'intersection : 4, 15 ; 12, 8, 12 ; 14, 6 ; 18, 9 ; 20, 5 ; 26, 6 ; 28, 5, 7, 21 ;…
- droite ou ligne divisée en un point : 64, 2 ; 66, 8 ; 68, 18 ; 102, 12 ; 184, 10 ; 188, 6 ; 192, 1 ; 198, 27 ; 200, 16 ; 206, 20 ;…
- droite limitée à une extrémité : 180, 8, 15 ; 184, 14
- κατὰ κορυφήν : voir κορυφή

κατά (+ gén.) *le long de*

- dans l'expression du déplacement d'une droite sur une circonférence de cercle : 10, 2, 3 ; 12, 2 ; 16, 13 ; 18, 2 ; 58, 6

κατάγειν *abaisser* <une droite> (selon une direction donnée)

- [τεταγμένως] κατάγειν *abaisser* <sur le diamètre une droite> *de manière ordonnée* 6, 24 ; 8, 8 ; 62, 23 ; 70, 4 ; 78, 9, 14 ; 80, 10 ; 82, 16 ; 86, 1 ; 88, 14 ;…
- (ἡ) [τεταγμένως] κατηγμένη (*s.e.* εὐθεῖα) *droite abaissée de manière ordonnée* 68, 14, 18 ; 72, 3, 7, 10, 14 ; 74, 1 ; 76, 10, 13 ; 78, 1 ;…
- dans l'expression du paramètre : voir δύνασθαι
- ἐν γωνίᾳ κατάγειν *abaisser* <une droite ordonnée> *sous un angle* 180, 11, 19 ; 182, 32 ; 184, 21 ; 186, 21 ; 190, 9, 26 ; 192, 11 ; 194, 21, 31 ;…

κατασκευάζειν *opérer les constructions* (réalisation d'une figure)

- τῶν αὐτῶν κατασκευασθέντων *les mêmes constructions faites* 92, 18

κεῖσθαι (sens toujours passif) *être placé* 6, 7 ; 8, 1, 5 ; 20, 25 ; 22, 6 ; 48, 15 ; 52, 26 ; 84, 14, 18 ; 98, 5 ;…

(τὸ) κέντρον *centre*

- du cercle 6, 10, 15 ; 16, 15 ; 18, 6, 7 ; 20, 15 ; 40, 2 ; 58, 10
- de la conique 70, 28, 29 ; 72, 2, 3, 5 ; 100, 10, 12 ; 102, 15 ; 126, 16, 17 ;…
- ἡ ἐκ τοῦ κέντρου [τῆς τομῆς] (*s.e.* εὐθεῖα) *la droite menée du centre de la section* 70, 29 ; 142, 3, 9, 10, 12 ; 150, 21, 23 ; 154, 15

κοινός *commun* 46, 19 ; 52, 1 ; 56, 12, 27 ; 66, 1, 3 ; 70, 15, 16 ; 82, 2 ; 100, 1 ;…

- (ἡ) κοινὴ τομή : voir τομή

(ἡ) κορυφή *sommet*

- de la surface conique 6, 9, 13, 15 ; 8, 19, 21 ; 10, 8, 14 ; 12, 1 ; 16, 17 ; 18, 1 ;…
- du cône 6, 14 ; 14, 10 ; 16, 1, 10 ; 20, 24 ; 22, 1 ; 24, 20 ; 28, 11 ; 30, 1, 11 ;…
- de la conique 6, 23 ; 8, 4 ; 34, 21 ; 42, 18 ; 44, 1 ; 48, 14 ; 52, 25 ; 56, 27 ; 72, 6, 9 ;…
- du triangle 158, 4, 6
- (αἱ) κατὰ κορυφὴν ἐπιφάνειαι : voir ἐπιφάνεια
- (αἱ) κατὰ κορυφὴν γωνίαι : voir γωνία

(ὁ) κύκλος *cercle* 4, 13, 14 ; 6, 2, 5, 11, 12, 13, 16 ; 10, 2, 4 ;…

- ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ (*s.e.* εὐθεῖαν) κύκλος (*s.e.* γραφόμενος) *le cercle décrit autour du diamètre AB* 182, 10 ; 188, 17 ; 196, 22

κωνικός *conique* 2, 5 ; 4, 19 ; 6, 9, 13 ; 8, 19, 21, 22 ; 10, 9 ; 12, 1, 10 ;…

(ὁ) κῶνος *cône* 6, 12, 14, 17 ; 14, 10 ; 16, 1, 7, 10, 18 ; 20, 19, 22 ;…

- (ἡ) κωνου τομή : voir τομή

λαμβάνειν *prendre* (par la pensée) 8, 21 ; 10, 13 ; 12, 3, 10 ; 18, 7 ; 20, 3 ; 22, 10 ; 24, 13, 23 ; 30, 7 ;…

- τῆς ΑΒ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης *si AB est prise comme hauteur commune* 46, 19 ; 52, 1 ; 56, 12 ; 70, 15, 16 ; 82, 2

λέγειν *dire* 80, 7 ; 128, 8 ; 136, 1, 3 ; 146, 6, 13

- dans le *diorisme* (avec ὅτι *que*) : 8, 24 ; 12, 5 ; 16, 5 ; 18, 5 ; 22, 9 ; 26, 1 ; 30, 9 ; 34, 31 ; 38, 18 ; 42, 1 ;…
- dans le second *diorisme* (suivi normalement de δὴ ὅτι καί ou δὴ ὅτι οὐδέ) : 14, 2 ; 28, 8 ; 32, 22 ; 62, 4 ; 66, 25 ; 92, 9 ; 94, 16 ; 108, 8 ; 112, 2 ; 122, 15 ; …

(ὁ) λόγος *rapport* <entre deux grandeurs> 46, 10, 15 ; 50, 8, 10, 14 ; 56, 2, 6 ; 62, 7 ; 134, 1 ; 144, 14 ;…

- λόγον ἔχειν *avoir un rapport* 42, 18 ; 46, 8 ; 48, 8 ; 52, 20 ; 106, 4, 9, 10, 12 ; 110, 1, 3 ;…
- μέσον λόγον ἔχειν *être moyenne proportionnelle* <entre> 72, 4 ; 206, 18
- (ὁ) συγκείμενος λόγος : voir συγκεῖσθαι

λοιπός *restant* 44, 3 ; 46, 14 ; 68, 9 ; 96, 5 ; 130, 8, 9 ; 142, 5, 6 ; 144, 13, 14 ;…

(τὸ) μέγεθος *grandeur*
- μεγέθει <donné> *en grandeur* 180, 16 ; 184, 14

μέγιστος *le plus grand*
- (τὰ) μέγιστα *maxima* 4, 17

μείζων *plus grand* 84, 3, 4, 9, 10 ; 86, 5, 6, 7 ; 92, 2, 4, 5 ;…

μένειν *rester fixe* 6, 4, 10 ; 10, 3

(τὸ) μέρος *partie* 24, 18 ; 26, 2 ; 28, 27 ; 30, 10, 17 ; 32, 6 ; 62, 23 ; 66, 25 ; 68, 11 ; 104, 21 ;…

(τὰ) μέρη *parties* (emploi analogique pour désigner une portion d'espace)
- ἐπὶ τὰ μέρη ἐφ' ἅ ἐστι τὸ Α *du côté du point A* 94, 14
- ὡς ἐπὶ τὰ Α, Β [μέρη] *du côté des points A, B* 36, 5 ; 76, 5, 6
- ἐφ' ἑκάτερα [τὰ μέρη] (locution adverbiale) *de part et d'autre* 6, 3 ; 62, 16 ; 64, 3 ; 74, 5, 7, 9, 12 ; 76, 8 ; 86, 13, 17 ;…
- ἐφ' ἑκάτερα (*s.e.*τὰ μέρη) (locution prépositionnelle + gén.) *de part et d'autre de* 102, 11
- ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη *de l'autre côté* 94, 16 ; 100, 8
- ἐπὶ τὰ αὐτὰ (*s.e.* μέρη) (avec datif) *du côté de* 134, 19 ; 160, 17 ; 162, 16 ; 186, 8

μέσος *au milieu*
- moyen terme d'une proportion : voir λόγος et ἀνάλογον

μετά (+ gén.) *avec*
- somme de deux figures : 66, 4, 9 ; 130, 6, 7, 8 ; 142, 11, 20 ; 146, 7, 23 ; 150, 22 ;…
- dans l'expression d'une composition de rapports : 62, 7, 8
- deux droites formant les côtés d'un rectangle : 126, 16, 18 ; 130, 18, 20

μεταξύ (+ gén.) *entre* 6, 13 ; 8, 5, 7 ; 16, 14 ; 44, 1 ; 56, 27 ; 76, 3 ; 78, 4 ; 84, 14, 18 ;…
- ὁ μεταξὺ τόπος : voir τόπος

μέχρι (+ gén.) *jusqu'à* 36, 12, 13, 14 ; 42, 16

νεύειν *se diriger < vers>* 10, 13 ; 12, 4 ; 42, 7

νοεῖν *considérer* (se donner par la pensée) <un cône> 182, 9 ; 188, 16 ; 196, 23

ὅλος *entier* 66, 3 ; 70, 22 ; 146, 14, 16

ὅμοιος *semblable* 4, 17 ; 20, 25 ; 22, 5 ; 24, 4 ; 40, 21 ; 48, 15, 34 ; 52, 8, 26 ; 54, 14 ;…

(ἡ) ὁμοιότης *similitude*
- de triangles 120, 6

ὁμοίως
- *pareillement* 8, 1 ; 12, 16 ; 16, 8 ; 20, 13 ; 24, 9 ; 32, 18 ; 38, 1 ; 62, 1 ; 72, 1 ; 76, 6 ;…
- *semblablement* (figure construite, placée d'une manière semblable) 48, 15 ; 52, 26 ; 146, 10 ; 186, 15, 24 ; 194, 25, 34 ; 204, 16

ὁμόλογος *homologue* 116, 12 ; 124, 16

ὅπως *de façon que* 186, 10

ὄρθιος *droit*
- diamètre droit de la conique : 8, 5
- ἡ ὀρθία [πλευρά] *le côté droit* <de l'εἶδος> 46, 26 ; 52, 11 ; 56, 21 ; 80, 5 ; 90, 3 ; 92, 17 ; 96, 15 ; 100, 5, 6 ; 102, 4 ;…

ὀρθογώνιος *rectangle* 170, 27
- (τὸ) ὀρθογώνιον *rectangle* 176, 18 ; 180, 1 ; 186, 13 ; 192, 12 ; 194, 23
- τὸ ὑπὸ [τῶν] ΑΒΓ (*s.e.* εὐθειῶν) [περιεχόμενον ὀρθογώνιον] *le rectangle ΑΒ,ΒΓ* (*le rectangle compris par les droites ΑΒ,ΒΓ*) 22, 17 ; 24, 5, 6, 7, 10 ; 40, 17, 18, 19, 20 ; 44, 3 ;…

ὀρθός *droit* ; *perpendiculaire*
- droite ou plan perpendiculaire : 22, 2 ; 32, 9, 11, 12, 16, 18, 20 ; 34, 8 ; 182, 6, 10 ;…
- cône droit : 6, 17 ; 28, 27 ; 32, 8, 10, 17 ; 182, 11 ; 188, 18 ; 196, 24
- angle droit : 180, 16, 19 ; 182, 32 ; 184, 7, 14 ; 186, 8 ; 188, 1, 28 ; 190, 8, 22 ;…
- πρὸς ὀρθάς (*s.e.* γωνίας) *à angles droits* 6, 17, 18 ; 8, 15, 17 ; 20, 23 ; 22, 4 ; 28, 21, 24, 28, 30 ;…

ὅροι *définitions* 6, 1 ; 70, 26

ὅταν *quand* 28, 30
- ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ *dans ces conditions* 194, 16 ; 198, 22 ; 202, 21

οὖν *donc* 200, 6
- variante de ἄρα : 32, 10 ; 200, 10
- variante de δή : 36, 5 ; 110, 5
- emploi stéréotypé dans le syntagme εἰ μὲν οὖν : 32, 17 ; 94, 10 ; 188, 8
- emploi stéréotypé dans le syntagme ὅτι μὲν οὖν : 94, 13 ; 108, 7 ; 112, 1 ; 176, 26
- ἐπεὶ οὖν : voir ἐπεί

πάλιν *de nouveau* 6, 5 ; 208, 1
- πάλιν ἐπεί : voir ἐπεί

παρά (+ acc.)
- *parallèlement à* 8, 3 ; 34, 17, 23 ; 38, 13 ; 52, 14, 22 ; 68, 14, 18 ; 72, 3, 7 ;…
- dans l’expression d’un segment de droite le long duquel une aire est appliquée : voir παρακεῖσθαι
- dans l’expression du paramètre : voir δύνασθαι

(ἡ) παραβολή *parabole* 44, 4 ; 46, 24 ; 78, 9, 13 ; 82, 12 ; 84, 1, 2 ; 86, 12, 15 ; 90, 1 ;…

παρακεῖσθαι (avec παρά + acc.) *appliquer* <une aire à un segment de droite> 48, 8, 33 ; 52, 7, 20 ; 54, 13 ; 56, 17 ; 62, 19 ; 64, 9 ; 66, 23 ; 172, 1 ;…

παραλαμβάνω (variante de λαμβάνω) 180, 7

παράλληλος *parallèle* 6, 22 ; 8, 6 ; 16, 13 ; 18, 3 ; 20, 6, 7, 8, 9 ; 22, 13, 14 ;…
- (ἡ) παράλληλος (*s.e.* εὐθεῖα) *droite parallèle* 6, 25 ; 8, 9, 12, 15, 18 ; 24, 15 ; 28, 14 ; 30, 8 ; 34, 11, 12 ;…

παραλληλόγραμμος *parallélogramme* 142, 4
- (τὸ) παραλληλόγραμμον *parallélogramme* 52, 6 ; 146, 3 ; 148, 7, 15, 18 ; 150, 4, 6, 8, 9, 10 ;…

παρατεταγμένως *parallèlement à une droite abaissée de manière ordonnée*
- (ἡ) παρατεταγμένως (*s.e.* εὐθεῖα) *droite parallèle à une ordonnée* 96, 2, 16 ; 98, 7 ; 108, 6 ; 110, 17

παρεμπίπτειν *tomber* <dans l’espace compris entre> 108, 4, 9, 10 ; 110, 14 ; 112, 3, 4, 20 ; 122, 6 , 16 ; 124, 1 ;…

(τὸ) πεντάπλευρον *pentagone* (pentagone quelconque) 162, 11 ; 164, 11

περαίνειν *limiter* 180, 9, 15 ; 184, 14 ; 186, 7, 17 ; 192, 8 ; 194, 18 ; 200, 6 ; 202, 3 ; 204, 2 ;…

(τὸ) πέρας *extrémité* <d’une droite> 6, 23 ; 8, 5 ; 10, 5 ; 80, 4 ; 116, 10 ; 122, 13 ; 124, 5, 11, 13, 14 ;…

περί (+ acc.) *autour de* 6, 4 ; 188, 2
- dans l’expression du cercle décrit autour du diamètre : 182, 9 ; 188, 16 ; 196, 22
- dans l’expression de la conique décrite autour du diamètre : 194, 19 ; 198, 25 ; 200, 11 ; 204, 9 ; 206, 2, 9, 10, 11
- dans l’expression d’une propriété : voir συμβαίνειν

περιέχειν *comprendre*
- une aire : 42, 16 ; 44, 3 ; 48, 12, 15 ; 52, 23, 27 ; 62, 21 ; 80, 6 ; 148, 6 ; 168, 9 ;…
- un volume : 6, 12 ; 16, 16 ; 20, 17
- contenu d’un ouvrage : 2, 20

(ἡ) περιφέρεια

- *circonférence* <du cercle> 4, 13, 15 ; 6, 2, 5, 13 ; 10, 4 ; 12, 8 ; 14, 5 ; 20, 4 ; 24, 16 ;…
- *arc de cercle* 197, 14

περιφέρεσθαι *tourner* 6, 4

πίπτειν *tomber* 10, 9, 14 ; 12, 7, 8, 11, 12 ; 14, 2, 4, 5 ; 22, 12 ;…

πλάγιος *transverse*

- diamètre transverse de la conique : 8, 2
- ἡ πλαγία [πλευρά] *le côté transverse* <de l'εἶδος> 52, 11 ; 56, 21, 26 ; 60, 23 ; 62, 3 ; 68, 13 ; 72, 1 ; 80, 4, 6 ; 92, 16 ;…
- ἡ διάμετρος πλαγία *le diamètre transverse* (au sens de *côté transverse*) 202, 4 ; 204, 12 ; 206, 16 ; 208, 5

(τὸ) πλάτος *largeur* 48, 13, 34 ; 52, 7, 24 ; 54, 14 ; 56, 17 ; 62, 20 ; 64, 10 ; 172, 1 ; 176, 18 ;…

(ἡ) πλευρά *côté*

- d'un triangle : 24, 14 ; 30, 14 ; 34, 18 ; 38, 13 ; 42, 5, 13 ; 44, 4, 10 ; 48, 4, 25 ;…
- d'un quadrilatère : 142, 4, 5, 6 ; 146, 4
- du cône : 182, 29 ; 198, 10 ;
- de *la figure de la section* : 72, 4 ; 206, 19
- ἡ ὀρθία πλευρά : voir ὄρθιος
- ἡ πλαγία πλευρά : voir πλάγιος

ποιεῖν *faire* 16, 2 ; 18, 3 ; 22, 3, 7 ; 24, 21 ; 28, 23 ; 30, 2, 5, 12 ; 34, 25 ;…

- dans l'expression de l'établissement d'une proportion : 44, 12 ; 48, 28 ; 54, 10 ; 60, 9 ; 62, 17 ; 64, 4 ; 110, 5 ; 112, 7 ; 116, 17 ; 126, 7 ;…
- dans l'expression de l'égalité de deux aires : 200, 21
- ὅπερ ἔδει ποιῆσαι : 208, 9

πολύς

- πολλῷ μᾶλλον *a fortiori* 106, 15
- πολὺ πρότερον : voir πρότερον

πορίζειν *se procurer* 168, 9 ; 172, 1, 4

(τὸ) πρόβλημα *problème* 4, 19

προγράφειν *montrer précédemment* 204, 14

προδεικνύναι *démontrer précédemment* 180, 5 ; 184, 16

- διὰ τὸ προδεδειγμένον (ou τὰ προδεδειγμένα) *en vertu des démonstrations faites précédemment* 166, 16 ; 190, 7

προπορίζειν *procurer* 176, 18, 21

πρός (+ acc.)
- droite menée d'un point vers une ligne 6, 2 ; 20, 13 ; 70, 28 ; 100, 11 ; 104, 20, 24
- droites et plans perpendiculaires à des droites ou à des plans : 22, 2 ; 32, 9, 11, 12, 14, 16, 18, 20 ; 34, 8 ; 182, 6 ;…
- dans l'expression du rapport entre deux grandeurs : 20, 9, 10 ; 24, 5 ; 28, 15, 16 ; 40, 20, 21 ; 42, 18 ; 44, 3, 12 ;…
- πρὸς ὀρθάς : voir ὀρθός

πρός (+ dat.) *auprès de*
- situe l'extrémité d'un segment de droite ou le sommet d'une figure : 6, 23 ; 8, 4 ; 16, 17 ; 20, 18, 24 ; 22, 5 ; 34, 21 ; 38, 5, 10 ; 42, 17 ;…
- point sur une ligne : 100, 6
- ἡ πρὸς τῷ Α : voir γωνία

προσεκβάλλειν *prolonger* (variante de ἐκβάλλειν)
- une droite 6, 4, 9 ; 24, 18 ; 26, 2 ; 28, 26 ; 30, 16 ; 32, 6 ; 62, 22 ; 104, 20 ; 186, 9 ;…
- un plan, une surface 34, 19
- être le prolongement (emploi au parfait) : 98, 7

προσκεῖσθαι *être ajouté* 170, 4

προσπίπτειν (avec πρός + acc.) *être mené vers*
- droite menée d'un point à une ligne : 20, 14 ; 70, 29 ; 100, 10 ; 104, 20, 24

πρότερον
- *d'abord* (ordre de traitement des cas) 32, 10 ; 90, 3 ; 106, 3 ; 108, 5 ; 180, 16 ; 188, 1 ; 196, 1
- *d'abord* (dans l'expression de l'intersection) 76, 4 ; 78, 5
- πολὺ πρότερον *bien avant* (dans l'expression de l'intersection) 94, 15
- *précédemment* 92, 22 ; 160, 14

πρῶτον *d'abord* (ordre de traitement des cas) 84, 1

(τὸ) σημεῖον *point* 4, 15 ; 6, 2, 3, 4, 10, 14 ; 8, 20, 21, 22 ; 10, 3 ;…

σκαληνός *oblique* 6, 18 ; 20, 22 ; 22, 1 ; 28, 30

συγκεῖσθαι *être composé* (produit de rapports) 46, 10, 15 ; 50, 8, 10, 14 ; 56, 3, 6
- ὁ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ (*s.e.* λόγου) ὃν ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ καὶ ΓΔ πρὸς ΔΕ *le rapport composé des rapports de AB à BΓ et de ΓΔ à ΔE* 46, 9, 16 ; 50, 15 ; 56, 7 ; 132, 13 ; 134, 4, 12 ; 136, 10, 16 ; 138, 8 ;…

συζυγής *conjugué*
- sections coniques conjuguées : 208, 10

- diamètres conjugués de la conique : 8, 10, 17 ; 68, 15, 20 ; 70, 25 ; 206, 3, 10
- axes conjugués de la conique : 8, 16

συμβαίνειν *arriver*
- *être une propriété relative à* (avec περί + acc.) 4, 2 ; 180, 5
- τὰ αὐτὰ (ou τὸ αὐτὸ) συμβήσεται *les mêmes propriétés seront vérifiées* 92, 22 ; 178, 1 ; 180, 7

συμβάλλειν *rencontrer* ; *se rencontrer* 4, 13, 15 ; 18, 8, 9 ; 20, 4, 5 ; 24, 17 ; 30, 9, 16 ; 32, 1 ;…

συμπαραβάλλειν (variante de λαμβάνειν) 180, 5

συμπίπτειν *rencontrer* ; *se rencontrer* 26, 1, 3, 5, 6 ; 28, 2, 3, 5, 6, 7 ; 34, 18 ;…

(τὸ) σύμπτωμα *propriété*
- (τὸ) ἀρχικὸν σύμπτωμα *propriété fondamentale* 2, 22

συμφανής *évident* 178, 16

συναμφότερος *les deux ensemble*
- συναμφότερος ἡ ΑΒΓ *la somme de AB et de BΓ* 128, 5, 6, 9 ; 130, 2 ; 134, 28, 30 ; 174, 12, 16, 17, 18 ;…

συναποδεικνύναι *démontrer en même temps* 20, 20

συνάπτειν *composer* (produit de rapports) 134, 1

συνεκβάλλειν *prolonger en même temps* 36, 2

συνεχής *continu* 124, 16

(ἡ) σύνθεσις *construction*
- d'un lieu géométrique : 4, 6, 11

συνιστάναι *construire* <une figure> (figure rectiligne)
- avec ἐκ (+ gén.) *construire* <une figure> *au moyen de* 182, 5
- avec ἐπί (+ gén.) *construire* <une figure> *sur* <un segment de droite> 182, 6

συντιθέναι
- *construire* : 4, 8
- συνθέντι *par composition* 104, 11 ; 128, 5, 13 ; 174, 16

(τὸ) σχῆμα *figure*
- dans le plan 170, 4
- dans l'espace (cône) 6, 12 ; 16, 16 ; 20, 17

τάσσειν *ordonner*

- ἡ τεταγμένη *la droite ordonnée* 142, 3 (forme anaphorique renvoyant au syntagme verbal qui la précède καταχθῇ τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον)

τέμνειν *couper* 8, 2, 4, 7, 15, 18 ; 14, 10 ; 16, 2, 7, 10, 17 ;…

- δίχα τέμνειν : voir δίχα
- εἰς μὲν ἴσα (*s.e.* μέρη)… εἰς δὲ ἄνισα (*s.e.* μέρη) τέμνειν *couper en parties égales… et en parties inégales* 66, 8

τεταγμένως de *manière ordonnée* (parallèlement à une « certaine droite »)

- dans l'expression du paramètre : voir δύνασθαι
- (ἡ) τεταγμένως (*s.e.* εὐθεῖα) *droite abaissée de manière ordonnée* 96, 1 ; 154, 18 ; 156, 2
- τεταγμένως κατάγειν : voir κατάγειν
- τεταγμένως ἄγειν : voir ἄγειν
- τεταγμένως ἀνάγειν : voir ἀνάγειν

τέταρτος *quatrième*

- τὸ τέταρτον μέρος ou τὰ τέταρτα (*s.e.* μέρη) *le quart* 132, 10 ; 180, 21

τετράγωνος *carré*

- τὸ ἀπὸ [τῆς] AB (*s.e.* εὐθείας ἀναγεγραμμένον) [τετράγωνον] *le carré sur AB (le carré construit sur la droite AB*) 22, 17 ; 24, 7, 8 ; 40, 17, 18 ; 44, 2, 12, 15 ; 46, 6, 7 ;…

τετράκις *quatre fois*

- τὸ τετράκις ὑπὸ [τῶν] ΑΒΓ (*s.e.* εὐθειῶν) *le quadruple du rectangle ΑΒ,ΒΓ* 114, 15, 16, 17 ; 116, 1, 2, 3, 4

τετράπλασιος *quadruple* 182, 1, 2

τετράπλευρος *quadrilatère*

- (τὸ) τετράπλευρον *quadrilatère* 162, 10 ; 164, 9, 10 ; 170, 4, 6 ; 174, 8, 10

τιθέναι *placer* 38, 6 ; 114, 4

τις (expression du caractère indéfini) *un certain* 6, 2, 22 ; 8, 3, 6, 21, 22 ; 10, 8, 10 ; 14, 3 ; 16, 2 ;…

(τὸ) τμῆμα *segment*

- de droite : 24, 10 ; 48, 13 ; 116, 11, 12 ; 168, 4, 5 ; 170, 22, 23 ; 176, 12, 13 ;…
- de cercle : 188, 4 (*pr.*) ; 196, 3

τοίνυν (variante de δή) 146, 6 ; 182, 6

(ἡ) τομή *section* ; *intersection* 14, 10 ; 16, 2, 10 ; 18, 4, 10 ; 20, 26 ; 22, 3, 7 ; 24, 12, 22 ;…

- (ἡ) κοινὴ τομή *intersection* <de deux plans> 16, 6 ; 20, 7, 20 ; 22, 12 ; 28, 12, 25, 28 ; 30, 6 ; 32, 3, 4 ;…
- (ἡ) [κώνου] τομή *section de cône* 2, 21 ; 4, 12, 14, 18 ; 28, 27 ; 30, 7, 10 ; 32, 2, 6 ; 34, 10…

(ὁ) τόπος *lieu*
- lieu géométrique : 4, 6, 9
- ὁ μεταξὺ τόπος *le lieu compris entre* 108, 3, 8 ; 110, 13 ; 112, 2, 19 ; 122, 5, 15 ; 124, 6, 17 ; 126, 11

τουτέστι *c'est-à-dire* 22, 6 ; 30, 15 ; 40, 14 ; 46, 3, 12, 13 ; 50, 3, 12, 13, 18 ; …

(ὁ) τρίγωνος *triangle* 12, 12 ; 14, 11 ; 16, 5, 11 ; 18, 10 ; 20, 24 ; 22, 3, 4, 5, 11 ;…
- ὁ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνος *le triangle passant par l'axe* <du cône> 20, 21, 24, 25 ; 24, 15, 17 ; 28, 22, 26, 29 ; 32, 8, 18 ;…

τυγχάνειν *se rencontrer par hasard*
- τύχων (participe) *quelconque* 4, 9 ; 12, 10 ; 36, 6 ; 44, 13 ; 48, 30 ; 70, 3 ; 72, 12 ; 106, 2 ; 108, 11 ; 112, 5 ;…
- ἔτυχε (forme impersonnelle dans une relative, équivalent du participe) 154, 10 ; 156, 17

ὑπεναντίος *contraire* 20, 26 ; 40, 24

ὑπεναντίως *d'une manière contraire* 20, 25 ; 22, 6 ; 38, 14, 17 ; 52, 15 ; 54, 5

ὑπερβάλλειν *être en excès* (application des aires) 48, 15, 34 ; 52, 8 ; 172, 3 ; 176, 19, 29 ; 178, 15 ; 180, 3 ; 186, 15, 23 ;…

(ἡ) ὑπερβολή *hyperbole* 48, 18 ; 52, 9 ; 56, 24 ; 58, 5 ; 60, 21 ; 62, 1 ; 70, 27 ; 80, 1, 8 ; 82, 9 ;…

ὑπερέχειν *excéder* 66, 4, 7, 11 ; 146, 18, 21, 23

(ἡ) ὑπεροχή *excès* 146, 18, 20, 23

ὑπό (+ gén.) *par* (introduit un complément d'agent) 6, 6, 12 ; 16, 16, 17 ; 20, 6, 17, 18 ; 24, 19 ; 26, 3 ; 28, 27 ;…
- ἡ ὑπὸ ΑΒΓ : voir γωνία
- τὸ ὑπὸ ΑΒΓ : voir ὀρθογώνιος

ὑποκεῖσθαι *être supposé* 24, 2 ; 34, 8 ; 40, 18, 25 ; 92, 13
- τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον *le plan considéré* : 180, 17 ; 182, 7, 16, 18, 26, 28, 30 ; 188, 2, 22, 25 ;…
- τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων *les mêmes hypothèses étant faites* 134, 18 ; 184, 6 ; 198, 24

ὑποτείνειν *sous-tendre* 48, 9, 16

(τὸ) ὕψος *hauteur* 46, 19 ; 52, 1 ; 56, 12 ; 70, 15, 16 ; 82, 2

φανερός *évident* 10, 8 ; 20, 17 ; 36, 2 ; 38, 4 ; 60, 6 ; 76, 3 ; 78, 4 ; 94, 14 ; 176, 29 ; 204, 19 ;…

- ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι (formule du *porisme*) *il suit de là évidemment que* 34, 10
- φανερὸν δὴ ἐκ τῶν εἰρημένων ὅτι (formule du *porisme*) *il est évident par ce qui a été dit que* 136, 1

φέρεσθαι *se mouvoir* 6, 6 ; 10, 2, 3 ; 12, 2 ; 16, 13 ; 18, 2 ; 58, 6

χρῆσθαι *se servir de* 188, 9

(τὸ) χωρίον *aire* 48, 8 ; 52, 19 ; 54, 13 ; 80, 3, 6 ; 126, 19 ; 130, 21 ; 170, 27 ; 176, 27 ; 180, 2

ὡς

- *comme par exemple* 14, 6 ; 22, 13 ; 72, 11 ; 78, 5 ; 106, 1 ; 108, 10 ; 112, 4 ; 114, 9 ; 116, 20 ; 124, 1 ;…
- *comme* (dans l'expression de la proportionnalité) 20, 9 ; 24, 5 ; 28, 15 ; 40, 20 ; 44, 12 ; 46, 7, 12, 13, 17, 19 ;…
- ὡς ἐπὶ τὰ μέρη : voir μέρη

ὥστε

- *de sorte que ; par conséquent* 12, 9, 14 ; 32, 16 ; 34, 7 ; 38, 8 ; 40, 13, 17 ; 42, 8 ; 66, 4 ; 68, 10 ;…
- *de façon que* 22, 6 ; 116, 11 ; 124, 16 ; 182, 7 ; 188, 3 ; 198, 25, 28 ; 204, 9 ; 206, 2

INDEX DES NOMS PROPRES

(renvoie aux pages VII-LXX, au texte des *Coniques* et aux Notes complémentaires)

OUVRAGES CITÉS

ÉDITIONS ET TRADUCTIONS

Anthologie Palatine

Anthologie grecque, C.U.F.,VIII, éd. P. Waltz et G. Soury, 1974.

Apollonios de Pergé

[Memmo] *Apollonii Pergei philosophi mathematicique excellentissimi Opera, per… Ioannem Baptistam Memum Patricium Venetum… De graeco in latinum traducta et noviter impressa*, Venise, 1537.

[Commandino] *Apollonii Pergaei Conicorum libri quattuor una cum Pappi Alexandrini lemmatibus et commentariis Eutocii Ascalonitae. Sereni Antinsensis philosophi libri duo nunc primum in lucem editi. Quae omnia nuper Federicus Commandinus Urbinas mendis quamplurimis expurgata e graeco convertit et commentariis illustravit*, 2 volumes, Bologne, 1566.

[Maurolico] *Francisci Maurolyci Messanensis Emendatio et restitutio Conicorum Apollonii Pergaei*, Messine, 1654.

[Richard] *Apollonii Pergaei Conicorum libri IV cum commentariis R.P. Claudii Richardi*, Anvers, 1655.

[Halley] *Apollonii Pergaei Conicorum libri octo et Sereni Antissensis de Sectione cylindri et coni libri duo*. <Vol. I>…*Apollonii Pergaei Conicorum libri IV priores cum Pappi Alexandrini lemmatis et Eutocii Ascalonitae commentariis. Ex codd. MSS. Graecis edidit Edmundus Halleius apud Oxonienses geometriae Professor Savilianus*, Oxford, 1710.

[Balsam] *Des Apollonius von Perga sieben Bücher über Kegelschnitte nebst dem durch Halley wieder hergestellten achten Buche*. Deutsch bearbeitet von H. Balsam, Berlin, 1861.

[Heiberg] *Apollonii Pergaei quae exstant cum commentariis antiquis*, edidit et latine interpretatus est I.L. Heiberg, Leipzig, 2 volumes, 1891-1893.

[Ver Eecke] *Les Coniques d'Apollonius de Perge. Œuvres traduites pour la première fois du grec en français avec une introduction et des notes par Paul Ver Eecke*, Bruges, 1923.

[Czwalina] *Die Kegelschnitte des Apollonios. Übersetzt von Dr. Arthur Czwalina*, Munich et Berlin, 1926.

[Taliaferro] *Conics. By Apollonius of Perga. Translated by R. Catesby Taliaferro* dans *Great Books of the Western World*, 11, Chicago, etc., 1952, p. 593-804 (Livres I-III).

[Stamatis] E.S. Stamatis, *Ἀπολλωνίου Κωνικά. Ἀρχαῖον κείμενον. Μετάφρασις*, 4 volumes, Athènes, 1975-1976.

[Toomer] G.J. Toomer, *Apollonius Conics V to VII. The Arabic Translation of the Lost Greek Original in the Version of Banū Mūsā*, 2 volumes, New York, etc., 1990.

Archimède

Archimedis Opera omnia, éd. J.L. Heiberg, III, Leipzig, 1915.

Archimède, éd. Ch. Mugler, C.U.F., 4 volumes, Paris, 1970-1972.

Autolycos de Pitane

J. Mogenet, *Autolycus de Pitane. Histoire du texte suivie de l'édition critique des traités De la sphère en mouvement et Des levers et couchers*, Louvain, 1950.

Autolycos de Pitane. La sphère en mouvement. Levers et couhers héliaques, éd. G. Aujac, C.U.F., Paris, 1979.

Euclide

Euclidis Elementa post I.L. Heiberg edidit E.S. Stamatis, 5 volumes, Leipzig, 1969-1977.

Eutocius d'Ascalon

Eutocii Commentaria in Conica, éd. J.L. Heiberg, *Apollonii Pergaei quae exstant cum commentariis antiquis*, II, Leipzig, 1893, p. 168-361.

Archimedis Opera omnia cum commentariis Eutocii, éd. J.L. Heiberg, III, Leipzig, 1915.

Commentaires d'Eutocius et Fragments, éd. Ch. Mugler, *Archimède*, C.U.F., IV, Paris, 1972.

Géminus

Introduction aux Phénomènes, éd. G. Aujac, C.U.F., 1975.

Géminus (extraits)

Damianos Schrift über Optik, éd. R. Schöne, Berlin, 1897, p. 22-30.

Héron d'Alexandrie

Heronis Alexandrini Opera quae sunt omnia, éd. H. Schöne, III, Leipzig, 1903.

Heronis Alexandrini Opera quae sunt omnia, éd. H. Schöne, IV, Leipzig, 1912.

Ibn al-Haytham

Ibn al-Haytham's Completion of the Conics, éd. J.P. Hogendijk, New York, etc., 1985.

Sur l'achèvement de l'ouvrage des Coniques, éd. R. Rashed dans *Les mathématiques infinitésimales du IX^e au XI^e siècle*, III, Londres, 2000, p. 1-271.

Isocrate

Fragments, éd. G. Mathieu-E. Brémond, C.U.F., IV, 1962.

Marinus

Introduction aux Données d'Euclide, éd. H. Menge, *Euclidis Opera Omnia*, VI, Leipzig, 1896, p. 234-257.

Pappus d'Alexandrie

Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt, éd. F. Hultsch, 3 volumes, Berlin, 1875-1878.

Pappi Lemmata in Conicorum Libros I-IV, éd. J.L. Heiberg dans *Apollonii Pergaei quae exstant cum commentariis antiquis*, II, Leipzig, 1893, p. 143-165.

P. Ver Eecke, *Pappus d'Alexandrie. La Collection mathématique*, Bruges, 1933.

Pappus of Alexandria Book VII of the Collection, éd. A. Jones, New York, etc., 1986.

Photius

Photius Bibliothèque, C.U.F., III, éd. R. Henry, 1966.

Proclus

Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum Commentarii, éd. G. Friedlein, Leipzig, 1873.

Sérénus

Sereni Antinoensis Opuscula, éd. J.L. Heiberg, Leipzig, 1896.

P. Ver Eecke, *Serenus d'Antinoë. Le livre de la Section du cylindre et le livre de la Section du cône,* Bruges, 1929.

al-Sijzī

Traité sur la construction du compas parfait qui est le compas des coniques, éd. R. Rashed, « Al-Qūhī et al-Sijzî : sur le compas parfait et le tracé continu des sections coniques », *Arabic Sciences and Philosophy*, 13,1, 2003, p. 9-43.

Souda

Suidae Lexicon, éd. A. Adler, 5 volumes, Leipzig, 1928-1938.

Théodore Métochite

Στοιχείωσις ἐπὶ τῇ ἀστρονομικῇ ἐπιστήμῃ, éd. K.N. Sathas, Μεσαιωνικὴ Βιβλιοθήκη, I, Venise, 1872.

Théon d'Alexandrie

Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste, éd. A. Rome, II, Studi e Testi, 72, Rome, 1936.

Le « Grand Commentaire » de Théon d'Alexandrie aux Tables Faciles de Ptolémée, éd. A. Tihon, Cité du Vatician, 1985 (Studi e Testi, 315).

Vie de Philonide

I. Gallo, « Vita di Filonide epicureo (*PHerc*. 1044) », *Frammenti biografici da Papiri*, II, Rome, 1980, p. 21-166.

Traversari (Ambrogio)

Epistolae et Orationes, éd. L. Mehus, Florence, 1759.

Xénocrate

Senocrate-Ermodoro. Frammenti, éd. M. Isnardi Parente, Naples, 1982.

ÉTUDES

M.L. Agati

Giovanni Onorio da Maglie copista greco (1535-1563). Supplément 20 au *Bolletino dei Classici*, 2001.

F. Ambrosini

«Profilo ideologico di un patrizio veneziano del' 500», *Studi Veneziani*, 8, 1984, p. 77-107.

G. Aujac

« Eratosthène, premier éditeur de textes scientifiques ? », *Pallas*, 13, 1977, p. 3-24.

« La lettre à teneur scientifique à l'époque alexandrine », *Bulletin de la Société toulousaine d'études classiques de l'Université de Toulouse Le Mirail*, n° 179-180, 1979-1980, p. 79-102.

H. Bellosta

« Les mathématiciens arabes et le problème des *Contacts* », *Oriens-Occidens*, 1, 1997, p. 105-122.

« Ibrâhîm Ibn Sinân, Apollonius arabicus » dans A. Hasnawi, A. Elamrani-Jamal, M. Aouad (éds.), *Perspectives arabes et médiévales sur la tradition scientifique et philosophique grecque*, Louvain-Paris, 1997, p. 31-48.

J. Bignami-Odier

La Bibliothèque Vaticane de Sixte IV à Pie XI, Cité du Vatican, 1973 (Studi et Testi, 272).

F. Blass

« Die griechischen und lateinischen Handschriften im alten Serail zu Konstantinopel », *Hermes*, 23, 1888, p. 219-233 et 622-625.

I. Bulmer-Thomas

« Conon of Samos », *Dictionary of Scientific Biography*, III, 1971, p. 391.

A. Calderini

«Ricerche intorno alla biblioteca e alla cultura greca di Francesco Filelfo», *Studi Italiani di Filologia Classica*, 20, 1913, p. 204-424.

P. Canart

« Manuscrits d'Aristote et de ses commentateurs sur papier occidental ancien », dans P. Moraux (éd.), *Aristoteles Werk und Wirkung*, II, Berlin, 1987, p. 418-433.

M. Caveing, *Euclide d'Alexandrie. Les Éléments traduits du texte de Heiberg*, I, Paris, 1990, *Introduction générale*, p. 13-148.

M. Clagett

Archimedes in the Middle Ages, I, Madison, 1964 ; II-IV, Philadelphie, 1976-1980.

H.O. Coxe

Catalogi codicum manuscriptorum Bibliothecae Bodleianae, pars III codices graecos et latinos Canonicianos complectens, Oxford, 1854 (réimpression anastatique avec corrections dans *Bodleian Library. Quarto Catalogues*, I, Oxford, 1969).

W. Crönert

« Der Epikureer Philonides », *Sitzungsberichte der königlich-preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1900, 2, p. 942-959.

Kolotes und Menedemos. Texte und Untersuchungen zur Philosophen- und Literaturgeschichte, Leipzig, 1906.

M. Decorps-Foulquier

« Un corpus astronomico-mathématique au temps des Paléologues. Essai de reconstitution d'une recension », *Revue d'Histoire des Textes*, 13, 1987, p. 15-54.

« L'époque où vécut le géomètre Sérénus d'Antinoé » dans J.Y. Guillaumin (éd.), *Mathématiques dans l'Antiquité*, Saint-Etienne, 1992, p. 51-58.

« Eutocius d'Ascalon éditeur du traité des *Coniques* d'Apollonios de Pergé et l'exigence de clarté : un exemple des pratiques exégétiques et critiques des héritiers de la science alexandrine » dans G. Argoud et J.Y. Guillaumin (éds.),

Sciences exactes et appliquées à Alexandrie (III^e siècle av. J.-C. - 1^er siècle ap. J.-C.), Saint-Etienne, 1998, p. 87-101.
« Sur les figures du traité des *Coniques* d'Apollonios de Pergé édité par Eutocius d'Ascalon », *Revue d'Histoire des Mathématiques*, 5, 1999, p. 61-82.
Recherches sur les Coniques *d'Apollonios de Pergé et leurs commentateurs grecs*, Paris, 2000.
« La tradition manuscrite du texte grec des *Coniques* d'Apollonios de Pergé (Livres I-IV) », *Revue d'Histoire des Textes*, 31, 2001, p. 62-116.
« Sur les rencontres entre sections dans les *Coniques* d'Apollonius de Perge : remarques sur le texte grec de la préface du Livre I » dans R. Morelon et A. Hasnaoui (éd.), *De Zénon à Poincaré. Recueil d'études en hommage à Roshdi Rashed*, Louvain-Paris, 2004, p. 427-435.

A. Deissmann
Forschungen und Funde im Serai. Mit einem Verzeichnis der nichtislamischen Handschriften im Topkapu Serail zu Istanbul, Berlin-Leipzig, 1933.

R. Devreesse
Introduction à l'étude des manuscrits grecs, Paris, 1954.
Le fonds grec de la Bibliothèque Vaticane des origines à Paul V, Cité du Vatican, 1965 (Studi et Testi, 244).

T. Dorandi
« Basilide le Syrien » dans R. Goulet (éd.), *Dictionnaire des philosophes antiques*, II, Paris, 1994, p. 91.
« Démétrios Lacon (ou le Laconien) » dans R. Goulet (éd.), *Dictionnaire des philosophes antiques*, II, Paris, 1994, p. 637-641.
« Dionysodoros de Caunos » dans R. Goulet (éd.), *Dictionnaire des philosophes antiques*, II, Paris, 1994, p. 875.

G. Downey
« Byzantine Architects, their Training and Methods », *Byzantion*, 18, 1946-8, p. 99-118.

J.A. Fabricius et G.C. Harles
Bibliotheca graeca, I-XII, 4ème édition, Hambourg, 1790-1809.

M. Federspiel
« Notes critiques sur le Livre I des *Coniques* d'Apollonius de Pergè », *REG*, 107, 1994, p. 203-218.
« Sur l'opposition *défini/indéfini* dans la langue des mathématiques grecques », *Les Études classiques*, 63, 1995, p. 249-293.
« Notes linguistiques et critiques sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge (Première partie) », *REG*, 112, 1999, p. 409-443.
« Notes linguistiques et critiques sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge. Deuxième partie », *REG*, 113, 2000, p. 359-391.
« Notes linguistiques et critiques sur le Livre III des *Coniques* d'Apollonius de Pergè. Première partie », *REG*, 115, 2002, p. 110-148.
« Sur l'expression linguistique du rayon dans les mathématiques grecques », *Les Études classiques*, 73, 2005, p. 97-108.

E. Follieri

« La minuscola libraria dei secoli IX e X » dans *La paléographie grecque et byzantine*, Paris, 1977, p. 139-165.

P.M. Fraser

Ptolemaic Alexandria, 2 vol., Oxford, 1972.

E. Gamillscheg et D. Harlfinger

Repertorium der Griechischen Kopisten 800-1600, 2. Frankreich, Vienne, 1989.

D. Gera

« Philonides the Epicurean at Court : Early Connections », *Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik*, 125, 1999, p. 77-83.

R. Goulet

« Eutocius d'Alexandrie » dans R. Goulet (éd.), *Dictionnaire des philosophes antiques*, III, Paris, 2000, p. 392-396.

Ch. Graux et A. Martin

Notices sommaires des manuscrits grecs de Suède, Paris, 1889.

M. Grendler

« A Greek Collection in Padua : The Library of Gian Vincenzo Pinelli (1535-1601) », *Renaissance Quaterly*, 33, 1980, p. 386-416.

Ch. Guérard

« Diogène de Séleucie, dit le Babylonien » dans R. Goulet (éd.), *Dictionnaire des philosophes antiques*, II, Paris, 1994, p. 807-810.

B. Gille

Les mécaniciens grecs, Paris, 1980, p. 146-169.

Chr. Habicht

« Zur Vita des Epikureers Philonides (PHerc. 1044) », *Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik*, 74, 1988, p. 211-214.

D. Harlfinger

Die Textgeschichte der pseudo-aristotelischen Schrift Περὶ ἀτόμων γραμμῶν, Amsterdam, 1971, p. 55-57.

D. Harlfinger (éd.), *Graecogermania. Griechischstudien deutscher Humanisten. Die Editionstätigkeit der Griechen in der italienischen Renaissance (1469-1523)*, Wolfenbüttel, 1989.

T.L. Heath

A History of Greek Mathematics, 2 volumes, Oxford, 1921.

J.L. Heiberg

« Philologische Studien zu griechischen Mathematikern, I : Über Eutokios », *Jahrbücher für classische Philologie*, Supplément XI, 1880, p. 357-384.

« Der byzantinische Mathematiker Leon », *Bibliotheca mathematica*, 1, 1887, p. 33-36.

J.P. Hogendijk

« Arabic traces of lost works of Apollonius », *Archive for History of Exact Sciences*, 35, 1986, p. 187-253.

Fr. Hultsch

« Apollonios », *R.E.*, II, 1896, col. 151-161 (n° 112).

Voir aussi Pappus.

G. Huxley
« Studies in the Greek Astronomers », *Greek Roman and Byzantine Studies*, 4, 1963, p. 83-105.
J. Irigoin
« Les éditions de textes à l'époque hellénistique et romaine » dans O. Reverdin et B. Grange (éds.), *La philologie grecque à l'époque hellénistique et romaine*. Entretiens sur l'antiquité classique, 40, Genève, 1994, p. 39-82 (= *La tradition des textes grecs. Pour une critique historique* (n° 7), Paris, 2003, p. 133-173).
« Survie et renouveau de la littérature antique à Constantinople (IX^e siècle) », *Cahiers de civilisation médiévale*, 5, 1962, p. 287-302 (= *La tradition des textes grecs. Pour une critique historique* (n° 10), Paris, 2003, p. 197-232).
L. Isebaert
« L'aspect grec à la lumière des recherches récentes. Le cas du parfait », dans M. Biraud (éd.), *Etudes de syntaxe du grec classique*, Publications de la Faculté des Lettres de Nice, 1992, p. 99-112.
P. Lemerle
Le premier humanisme byzantin, Paris, 1971.
N.A Livadaras
« Τὸ ἐν Ἀθήναις Σπάραγμα τοῦ ΚΩΔ. *Const. Seragliensis* 40 », *Ἐπετηρὶς Ἑταιρείας Βυζαντινῶν Σπουδῶν*, 35, 1966-1967, p. 279-284.
D. Manetti
« La terminologie du livre : à propos des emplois d'ὕφος et ἔδαφος dans deux passages de Galien », *Revue des Etudes Grecques*, 119, 2006, p. 157-171.
J. Mansfeld
Prolegomena mathematica from Apollonius of Perga to the Late Neoplatonists, Leyde, etc., 1998.
A. Martini et D. Bassi
Catalogus codicum graecorum Bibliothecae Ambrosianae, Milan, 1906.
O. Mazal
Manuel d'études byzantines, traduction Claude Detienne, Turnhout, 1995.
G. Mercati et P. Franchi de' Cavalieri
Codices Vaticani graeci. Tomus I. Codices 1-329, Rome, 1923.
B. Mondrain
« L'étude du grec en Italie à la fin du XV^e siècle, vue à travers l'expérience d'humanistes allemands » dans *Dotti bizantini e libri greci nell' Italia del Secolo XV*, Naples, 1992, p. 309-319.
P. Moraux (éd.)
Aristoteles Graecus, I, Berlin, 1976.
Ch. Mugler
Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs, Paris, 1958.
H. Omont
Deux registres de prêts de manuscrits de la Bibliothèque de Saint Marc à Venise (1549-1559) dans *Bibliothèque de l'École des chartes*, 48, 1887.
Anciens inventaires et catalogues de la Bibliothèque nationale, IV, Paris, 1913.
R. Philippson
« Philonides », *R.E.*, XX, 1941, col. 63-73 (n° 5).

M. Rashed

Die Überlieferungsgeschichte der aristotelischen Schrift De generatione et corruptione, Wiesbaden, 2001.

R. Rashed

Les mathématiques infinitésimales du IX^e au XI^e siècle, III, Londres, 2000.

Les catoptriciens grecs, C.U.F., I, Paris, 2000.

J. Rathgeber

« Die Schiksale einer Strassburger Bibliothek », *Jahrbuch für Geschichte, Sprache und Literatur Elsass-Lothringens*, 4, 1888, p. 63-71.

P.L. Rose

« Letters illustrating the career of Federigo Commandino », *Physis*, 15, 1973, p. 409-410.

« Bartolomeo Zamberti's Funeral Oration for the Humanist Encyclopaedist Georges Valla » dans C.H. Clough (éd.), *Cultural Aspects of the Italian Renaissance. Essays in Honour of Paul Oskar Kristeller*, Manchester-New York, 1975.

The Italian Renaissance of Mathematics, Genève, 1975.

E. Rosen

« Regiomontanus Johannes » dans *Dictionary of Scientific Biography*, XI, New York, 1975, p. 348-352.

S.Y. Rudberg

« Notices sur les manuscrits grecs d'Upsal » dans K. Treu (éd.) *Studia codicologica* (*Texte und Untersuchungen zur Geschichte der altchristlichen Literatur*, 124), Berlin, 1977, p. 395-400.

H.D. Saffrey

« Ammonios d'Alexandrie » dans R. Goulet (éd.), *Dictionnaire des philosophes antiques*, I, p. 168-169.

« Hypatie d'Alexandrie » dans R. Goulet (éd.), *Dictionnaire des philosophes antiques*, III, p. 814-817.

F. Susemihl

Geschichte der griechischen Literatur in der Alexandrinerzeit, I, Leipzig, 1891.

P. Tannery

« Serenus d'Antissa », *Mémoires scientifiques*, I, p. 290-299 (22.-1883).

Giacomo Filippo Tomasini

Bibliothecae Patavinae manuscriptae publicae et privatae, Udine, 1639.

G.J. Toomer

« Apollonius of Perga », *Dictionary of Scientific Biography*, I, 1970, p. 179-93.

Voir aussi Apollonios.

St.V. Tracy

Attic Letter-Cutters of 229 to 86 B.C., Berkeley, 1990.

E.G. Turner

The Typology of the Early Codex, University of Pennsylvania Press, 1977.

A. Turyn

Codices Graeci Vaticani saeculis XIII et XIV scripti, Cité du Vatican, 1964.

G. Valla

De expetendis et fugiendibus rebus opus, Venise, 1501.

E. Vries (de)-van der Velden
Théodore Métochite. Une réévaluation, Amsterdam, 1987.
J. Warren
Greek Mathematics and the Architects to Justinian, Londres, 1976.
J. Whittaker
« Harpocration and Serenus in a Paris manuscript », *Scriptorium*, 33, 1979, p. 59-62.
E. Will
*Histoire politique du monde hellénistique (323-30*2 *av.-J.C.*), 2 vol., Nancy, 1979-1982 (2e édition revue et augmentée).
N.G. Wilson
Scholars of Byzantium, Londres, 1983.
E. Zinner
Leben und Wirken des Johannes Müller von Königsberg genannt Regiomontanus, Munich, 1938.